

INVESTIGACIONES Y DESARROLLOS TECNOLÓGICOS EN MÉXICO



TOMO IV
FÍSICO MATEMÁTICAS Y CIENCIAS DE LA TIERRA

PREFACIO

El presente compendio reúne trabajos de investigación y desarrollo tecnológico realizados en diversas áreas de la ciencia, cuyo objetivo principal es contribuir a la difusión del quehacer científico y tecnológico que se realiza en México, así como promover el trabajo interdisciplinario entre miembros de diferentes disciplinas científicas.

Este trabajo está organizado en siete tomos los cuales corresponden a las siguientes áreas científicas: I) Biología y química, II) Biotecnología y ciencias agropecuarias, III) Ciencias sociales, IV) Físico matemáticas y ciencias de la tierra, V) Humanidades, ciencias de la conducta y divulgación científica, VI) Ingenierías, así como VII) Medicina y ciencias de la salud.

Octubre de 2023
León, Gto., México

Amalia Martínez García
Cristina E. Solano Sosa
María Eugenia Sánchez Morales
Gloria Verónica Vázquez García
Alexandra Monsetrrat García

TABLA DE CONTENIDO

IDENTIFICACIÓN DE REGIONES DE FORMACIÓN ESTELAR CON ESCAPE DE FOTONES IONIZANTES, USANDO ESPECTROSCOPIA DE CAMPO	3
ESTUDIO NUMÉRICO DEL FENÓMENO DE CAOS ELECTROMAGNÉTICO EN UNA GUÍA DE ONDAS CON INCLUSIONES CILÍNDRICAS DE METAMATERIAL	9
RESULTADOS PRELIMINARES DEL MONITOREO CONTINUO DE PARÁMETROS CLIMATOLÓGICOS Y RAYOS CÓSMICOS MEDIANTE UNA TARJETA ARDUINO	21
ESTUDIO DE LA DINÁMICA FORMADA POR SISTEMAS CAÓTICOS AUTÓNOMOS	25
GENERACIÓN DE SEÑALES DE ELECTROCARDIOGRAMA A PARTIR DE UN MODELO DE OSCILADORES NO LINEALES.....	32
ANÁLISIS DE CALIDAD DE TIERRAS AGRÍCOLAS POR ESPECTROSCOPIA UV-VIS	39
LA MUJER EN LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS	45
MODELO NUMÉRICO DE LA RESPUESTA ÓPTICA DE UNA GUÍA DE ONDAS DE CRISTAL FOTÓNICO CON ESTRUCTURAS DE FRACTAL DE KOCH	53
DESARROLLO DE LA ECUACIÓN DE DIFUSIÓN DE CALOR PARA UN PARQUE FOTOVOLTAICO EN LA UPIEM	63
ANÁLISIS DEL SECTOR ESCALAR DE UNA TEORÍA DE NORMA.....	72
FRUSTRACIÓN DEL ORDEN ANTIFERROMAGNÉTICO EN EL MULTIFERROICO LaFeO_3 MEDIANTE DOPAJE CON NÍQUEL Y TRATAMIENTO TÉRMICO.....	77
RECONSTRUCCIÓN POR DEEP LEARNING DE LÁSER DE PULSOS ULTRACORTOS TI:ZAFIRO	84
RESONANCIA DE UNA PLACA FLEXIBLE INHOMOGENEA SOMETIDA A UNA TORSIÓN	90
FABRICACIÓN DE UN SENSOR DE FIBRA ÓPTICA PLASMONICO CON INMOVILIZACIÓN DE ENZIMA GOX.....	97
DESARROLLO EXPERIMENTAL DE UN SENSOR DE ESFUERZO UTILIZANDO UN DISPOSITIVO HETERO NÚCLEO DE FIBRA ÓPTICA	108
DISEÑO NUMÉRICO DE UN ABSORBEDOR DE METAMATERIAL USANDO UN MÉTODO INTEGRO-DIFERENCIAL	118
SENSOR DE TEMPERATURA BASADO EN UN INTERFERÓMETRO MACH-ZEHNDER CON ESTRUCTURA SMF-EDF-SMF	128
SENSOR DE pH BASADO EN FIBRA ÓPTICA USANDO LA COMPOSICIÓN DE PMMA/GRAFENO COMO ELEMENTO SENSIBLE.....	135
DISMINUCIÓN DE LA TEMPERATURA DE TRANSICIÓN MAGNÉTICA DE LA MANGANITA DE LANTANO-ESTRONCIO MEDIANTE DOPAJE CON COBALTO	143
HIGROMETRO OPTICO CON TRANSDUCTOR DE CAPA DE GELATINA	150
EFFECTO DEL RUIDO EN LA DINÁMICA DEL MAPA LOGÍSTICO	154
PROYECCIÓN DE VENTAS CON CADENA DE MÁRKOV	163
ANÁLISIS DEL EFECTO CAÓTICO EN GUÍA DE ONDAS DE CRISTAL FONÓNICO CON INCLUSIONES CILÍNDRICAS DE MATERIALES REALES.....	170
VIOLACIÓN DE CP LEPTÓNICA A LA LUZ DE LOS NUEVOS RESULTADOS EXPERIMENTALES	182

ANÁLISIS TRIBOLÓGICO DE LUBRICANTES DOPADOS CON NANOESTRUCTURAS DE CARBONO	191
CARACTERIZACIÓN DEL POTENCIAL Φ_8 EN EL SISTEMA DE DUFFING.....	197
ESTUDIO NUMÉRICO DEL ACOPLAMIENTO ENTRE UN SISTEMA SINGULAR Y UN SISTEMA CUASI-SINGULAR.....	202
CARACTERIZACIÓN DE UN DIVISOR DE HAZ PARA SU UTILIZACIÓN EN UN ABERRÓMETRO EXPERIMENTAL.....	208
CONVERSIÓN DE MODOS DE ORDEN SUPERIOR EN UNA GUÍA DE ONDAS DISCONTINUA	217
CARTA DE PLASTICIDAD DE SUELOS EN LA ZONA GEOTÉCNICA DEL VALLE DEL MUNICIPIO DE LEÓN, GTO.....	222
HUNDIMIENTOS REGIONALES EN LA CIUDAD DE LEÓN ¿QUE TANTO NOS AFECTAN?....	233
GUIA METODOLÓGICA PARA REALIZAR DESPEJES BASADA EN OIBJETIVOS INSTRUCCIONALES	246
ESTUDIO DEL MOMENTO DIPOLAR ELÉCTRICO DEL MUON INDUCIDO POR UNA PARTÍCULA CANDIDATA A MATERIA OSCURA.....	255
ESTUDIO NUMÉRICO DEL COMPORTAMIENTO BROWNIANO DE NANOPARTÍCULAS PLASMÓNICAS PARA EL TRANSPORTE DE FÁRMACOS EN PLASMA SANGUÍNEO	261
SÍNTESIS Y CARACTERIZACIÓN DE NANOESTRUCTURA A BASE DE NANOPARTÍCULAS DE CARBONO PARA ADSORCIÓN DE DIÓXIDO DE CARBONO	271
ESTUDIO DE LAS PROPIEDADES DE ADSORCIÓN DE LOS NANOTUBOS DE CARBONO FUNCIONALIZADOS	277

IDENTIFICACIÓN DE REGIONES DE FORMACIÓN ESTELAR CON ESCAPE DE FOTONES IONIZANTES, USANDO ESPECTROSCOPIA DE CAMPO

Jesús López Hernández¹, Elizabeth Galindo Linares²

¹Facultad de Ciencias de la Tierra y el Espacio, Universidad Autónoma de Sinaloa. Universitarios S/N C.U. 80040, Culiacán Sinaloa, México, ²Universidad Autónoma de Sinaloa.

jesus.lopezh@uas.edu.mx

RESUMEN

El modelo tradicional de formación estelar supone que los fotones energéticos producidos por las estrellas jóvenes masivas son procesados in situ y no logran salir de la nebulosa donde se formaron las estrellas. La evidencia observacional muestra que este modelo no siempre se cumple. Aún partiendo de condiciones iniciales ideales, el gas de la nebulosa es alterado por la distribución asimétrica de las estrellas ionizantes, cuya presión de radiación y vientos causa inhomogeneidades en la densidad y cinemática del gas, abriendo brechas por donde los fotones energéticos pueden escapar. En este trabajo identificamos regiones con escape de fotones ionizantes usando imágenes de diferentes especies químicas que son excitadas y producen líneas de emisión, las cuales son extraídas de observaciones de campo integral. Con la técnica del mapeo del parámetro de ionización (IPM), que utiliza la razón de líneas de diferente potencial de excitación, detectamos y caracterizamos zonas de discontinuidad en la geometría de las regiones de formación, las cuales se desvían del modelo tradicional, para posteriormente estimar la fracción de escape de fotones ionizantes en cada caso. Concluimos que el mapeo del parámetro de ionización, utilizando varias líneas de emisión, es una herramienta valiosa que puede utilizarse para estimar la fracción del escape de fotones y mejorar los modelos de formación estelar.

INTRODUCCIÓN

El proceso de formación estelar es de gran importancia ya que las estrellas son el componente más notorio del universo, produciendo la mayor parte de la luz en la parte visible del espectro electromagnético, cuya observación constituye el medio principal para obtener información astronómica. Las estrellas producen los elementos químicos más pesados que hidrógeno y helio, ya sea por nucleosíntesis en sus interiores o al fin de su vida en explosiones supernova.

De particular importancia son las estrellas jóvenes y masivas, las cuales tienen un impacto importante en el medio. Al producir gran cantidad de fotones, con energía suficiente para ionizar el hidrógeno y metales o elementos pesados, modifican el ambiente a su alrededor, destruyendo la nube primordial de la cual se formaron (Osterbrock, 1989). Las estrellas masivas también producen vientos estelares y presión de radiación, que de igual manera inyectan gran cantidad de energía al medio interestelar. Las regiones de formación estelar son zonas espectaculares ya que el gas, al ser ionizado y excitado por las estrellas jóvenes, emiten radiación que va desde radio hasta rayos X, cubriendo gran parte del espectro electromagnético. En la parte del óptico, además de la radiación de continuo, el espectro tiene líneas de emisión producidas por diferentes elementos químicos en varios estados de ionización y excitación (especies químicas). Tales líneas de emisión son de gran interés dado que se pueden medir y comparar con la teoría, con lo que es posible estimar las condiciones físicas como densidad y temperatura electrónica, además de abundancias químicas, cinemática y dinámica del gas.

El primer modelo que explica el proceso de transferencia de energía de las estrellas al gas en zonas de formación estelar fue propuesto por Strömgren (1939), el cual supone condiciones ideales donde el gas alrededor de las estrellas está distribuido de manera homogénea, de tal forma que los fotones energéticos emitidos por la estrella son completamente procesados en una esfera de radio finito, conocida como la esfera de Strömgren. Sin embargo hoy se reconoce que las zonas de formación estelar están lejos de tener distribución de gas uniforme y presentan inhomogeneidades a diferentes

escala físicas, lo que ha dado lugar a considerar que no todas las regiones de formación estelar siguen el modelo clásico de la esfera de Strömgren.

La posibilidad de que los fotones ionizantes escapen de la zona de formación ha sido propuesta como la fuente principal para producir la reionización del universo (Nakajima & Ouchi, 2014) y del medio interestelar caliente (WIM: Haffner, et al., 2009). Por tal razón es importante el desarrollo de metodologías que permitan trazar la estructura de ionización y la detección del escape de fotones ionizantes en complejos con formación estelar intensa. El mapeo de ionización (Pellegrini, et al. 2012) es una técnica limitada por la disponibilidad de datos observacionales en varios iones, sin embargo tal situación está cambiando debido a observaciones con espectroscopía de campo.

DATOS OBSERVACIONALES

Las técnicas de observación modernas permiten realizar un uso cada vez más eficiente del tiempo de telescopio, el cual es limitado. Varios métodos observacionales han sido implementados para obtener información espectral, incluyendo líneas de emisión, junto con información espacial. Una opción es el barrido del objeto con rendija larga, el cual tiene el inconveniente de consumir mucho tiempo y que los datos pueden presentar inhomogeneidades en función de las condiciones a lo largo de las observaciones, lo cual representa un reto para obtener un solo conjunto de datos. Otra posibilidad es realizar observaciones con interferómetro de Fabry-Perot, el cual puede obtener información espectral muy limitada, aunque la cobertura espacial es de un gran campo de visión (Rozas, et al. 2002). Otra opción es utilizar un prisma objetivo, el cual es colocado en la entrada del telescopio y permite dispersar toda la luz del campo de visión, obteniendo espectros de todos los objetos del campo de visión. Las limitaciones de esta técnica son la baja resolución y que para campos con muchos objetos los espectros se sobreponen, dificultando la extracción y reducción (Stock, et al. 1989).

Una opción relativamente reciente es la Espectroscopía de Campo Integral (Arribas, et al., 1991), la cual puede obtener, en la misma observación información espectral sobre un rango amplio, así como información espacial. Esto se logra mediante el uso de fibra ópticas o rebanadores de imágenes en instrumentos conocidos como Unidades de Campo Integral (IFU: Bacon, et al. 1995). Aunque el campo de visión de la mayoría de los IFUs es reducido, se puede hacer mapeos de objetos extendidos con varios apuntados.

Para el presente trabajo utilizamos el censo del cielo Sloan Digital Sky Survey: SDSS (Bundy et al, 2015), en modo de espectroscopía de campo, denominado Mapping Nearby Galaxies at APO: MaNGA (Drody, et al., 2015), el cual cubre aproximadamente 2700 deg^2 observando más de 10,000 galaxias, con un rango en longitud de onda de 360 a 1000 nm, a una resolución espectral de 2000. Cada elemento de resolución espacial cubre un área de 1 a 2 kpc, dependiendo del corrimiento al rojo del objeto, el cual llega hasta $z=0.03$. El rango espectral de MaNGA cubre varias líneas de emisión que pueden ser utilizadas para trazar la estructura de ionización. De particular interés para el mapeo del parámetro de ionización, son las líneas de oxígeno una vez ionizado [OII] 3727, dos veces ionizado [OIII] 4959, 5007; de azufre una vez ionizado [SII] 6717, 6731, dos veces ionizado [SIII] 9069, 9532. La línea de [OII] 3727 no entra en el rango espectral para todos los objetos, debido a el corrimiento al rojo. El mismo caso ocurre para [SIII] 9532.

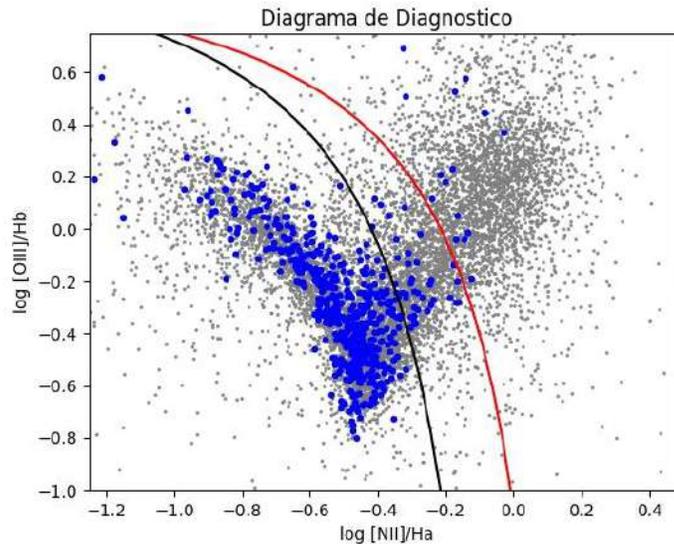


Figura 1.- Diagrama de diagnóstico BPT. Los puntos denotan la posición de cada una de las 10,000 galaxias. Los puntos azules son aquellos objetos que tienen la línea de azufre [SIII] 9069 con relación señal a ruido de al menos 10. Las líneas indican la división entre ionización por estrellas y núcleos activos de galaxias. La línea negra corresponde a Kewley et al. (2001) y la roja a Kauffman et al. (2003).

La primera restricción que impusimos para los datos es seleccionar solamente objetos que tengan formación estelar. Para esto utilizamos el diagrama de diagnóstico BPT (Baldwin, et al., 1981), el cual se muestra en la Figura 1. El diagrama utiliza las razones de línea [NII]6584/H α y [OIII]5007/H β para determinar el tipo de objeto ionizante en cada galaxia. Tales fuentes pueden ser estrellas masivas o núcleos activos de galaxias (AGN's). En este trabajo nos interesa aquellos objetos ionizados por estrellas por lo que utilizamos las líneas divisorias propuestos por Kewley et al. (2001) y Kauffman et al. (2003) para seleccionar solamente objetos ionizados por estrellas. Otra restricción es que la galaxia debería tener la línea de azufre dos veces ionizada [SIII] 9069 con una S/N mayor a 10. Obtuvimos un total de 563 objetos que cumplen con tales restricciones.

La selección de objetos con [SIII] a alta S/N permite utilizar las imágenes de esta línea en la metodología del mapeo del parámetro de ionización. Tal línea es difícil de obtener dado que se encuentra en la región del espectro donde la contaminación por la contribución atmosférica es grande y difícil de remover satisfactoriamente.

METODOLOGÍA

La técnica del mapeo del parámetro de ionización (IPM: Koeppen, 1979) permite la caracterización de la profundidad óptica de la radiación ionizante. La técnica utiliza razones de mapas de líneas de emisión, preferentemente de diferente potencial de ionización, lo cual da como resultado un tercer mapa que traza la estructura de ionización de la nebulosa. Para regiones que siguen el modelo clásico y toda la radiación ionizante es procesada dentro de la nube, existe una zona de transición, donde el gas pasa de estar completamente ionizado a neutro. La zona de transición es revelada por el mapa de razones de líneas. Si tomamos la razón de azufre una vez ionizado [SII] 6717+6731, con potencial de 10.35 eV, dividido entre oxígeno dos veces ionizado [OIII] 5007, cuyo potencial de ionización es de 35.11 eV, el mapa resultante muestra una zona interna, dominada por [OIII]. Alrededor de esta zona se encuentra una región de transición, que está dominada por [SII]. Un ejemplo se muestra en la figura 2, donde el panel superior derecho es la razón [SII]/[OIII]. La

corresponde a la emisión en Ha, del panel superior izquierdo con la zona de alto [OIII], indica que la región está limitada por radiación, es decir que la extensión es dictada por la cantidad de fotones ionizantes. El borde indica dónde los fotones energéticos han sido absorbidos completamente. Los paneles inferiores muestran razones de líneas utilizando otros iones y siguen una estructura similar a la de [SII]/[OIII]

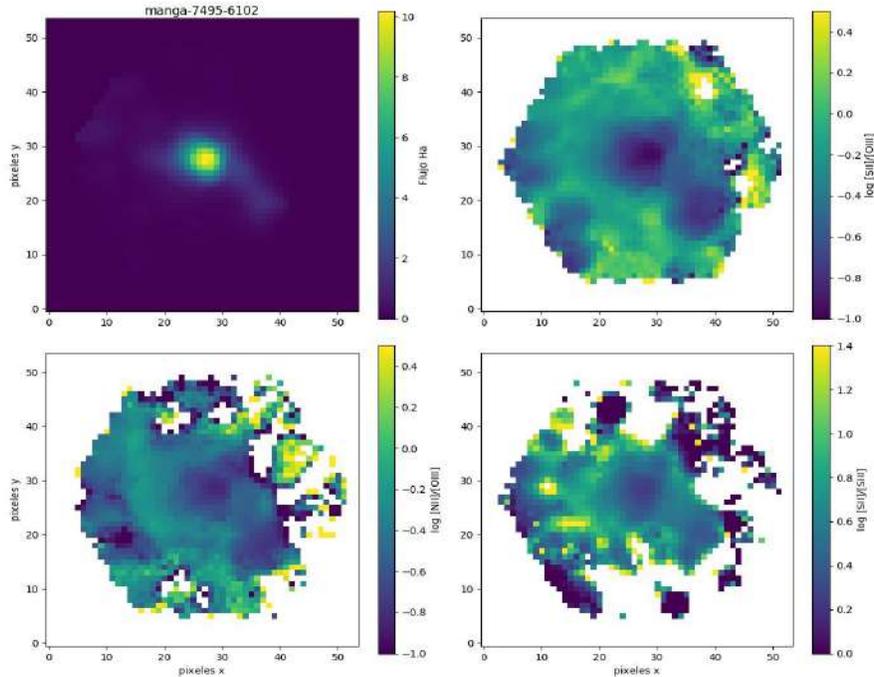


Figura 2.- Galaxia manga-7495-6102. Imagen de la línea de emisión de Balmer Ha (arriba izquierda). Razones de líneas [SII]/[OIII] (arriba derecha), [NII]/[OIII] (abajo izquierda) y [SII]/[SIII] (abajo derecha).

Por otro lado, si la región no es clásica, es decir, que no procesa todos los fotones ionizantes dentro de la nebulosa y existe escape de fotones, se tiene que el mapa de la razón $[OIII]5007 / [SII] 6717+6731$ no tiene la zona dominada por S[II], sino que el [OIII] domina y no existe zona de transición. La ausencia de la zona puede ser en alguna zona preferente o en todas direcciones, lo que puede ser utilizado como una primera estimación de la fracción de escape de fotones ionizantes. La figura 3 muestra un ejemplo de región de formación que no sigue el modelo tradicional. El panel de [SII]/[OIII] muestra una estructura de ionización inversa al modelo tradicional. Además la extensión es mayor a la mostrada por Ha, lo cual se puede interpretar como que los fotones ionizantes se extienden por un área mayor. La región está limitada por materia, es decir, no existe gas suficiente para absorber los fotones energéticos. Los paneles inferiores muestran un resultado similar a [SII]/[OIII].

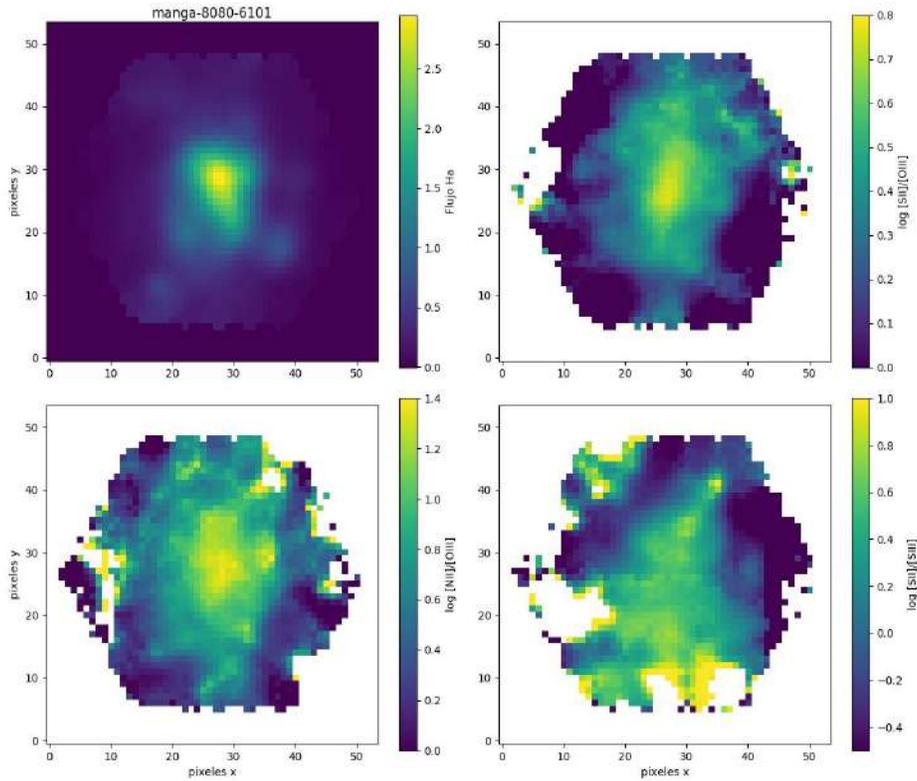


Figura 3.- Igual que la figura 2 pero para la galaxia manga-8080-6101.

RESULTADOS

La técnica del mapeo de parámetro de ionización ha sido utilizada para determinar la fracción de escape de fotones de las regiones de formación estelar de las nubes de Magallanes (Pellegrini, et al, 2012). Sin embargo la estimación está limitada al uso solamente de la razón de líneas [SII]/[OIII]. En este trabajo se muestra que se pueden utilizar otras razones de líneas. Como resultados preliminares de un estudio piloto se muestran resultados para dos galaxias en las figuras 2 y 3, las cuales, en el pánel superior izquierdo incluye la emisión en la línea de Balmer Ha y en el panel superior derecho la razón [SII]/[OIII]. De esta razón es posible estimar la estructura de ionización y caracterizar si la región tiene un comportamiento clásico o no. Es clara la diferencia en estructura entre la figura 2 con la figura 3. La interpretación de la estructura del objeto 8080-6101 es que los fotones ionizantes no están contenidos en la región de formación y logran escapar al medio interestelar.

El pánel inferior izquierdo en ambas figuras muestra la razón de nitrógeno una vez ionizado [NII] 6548 + 6584 entre oxígeno dos veces ionizado [OIII] 4959. El resultado tiene una estructura similar al de su correspondiente [SII]/[OIII]. De igual manera, la estructura en los pánels inferiores derechos, usando [SII]/[SIII], corresponde con las otras dos razones. Se tiene entonces que otras razones de líneas se pueden utilizar para trazar la estructura de ionización de la nebulosa. El uso de varias razones de líneas es complementaria, ya que los diferentes iones tienen diferentes potenciales de ionización. Como se puede ver en el mapa de [SII]/[SIII], la cantidad de pixeles es menor que la otras razones. Esto se debe a que la línea [SIII] presenta gran contaminación atmosférica y la señal a ruido es relativamente baja con respecto a otras líneas, sin embargo no queda en duda su potencial para ser utilizado como trazador de la estructura de ionización de la nebulosa, además de presentar la ventaja de que ambos iones vienen del mismo elemento.

CONCLUSIONES

- + La técnica del mapeo del parámetro de ionización es útil para detectar aquellas regiones de formación estelar que muestran la estructura clásica de esfera de Strömgren, sin escape de fotones ionizantes. De igual manera las que no tienen tal estructura son candidatas a tener escape de fotones energéticos.
- + Los datos obtenidos en modo de espectroscopía de campo integral son ideales para trazar la estructura de ionización, ya que incluyen varias líneas de emisión que pueden ser utilizadas para realizar la razón sobre áreas extendidas. En este caso sobre la parte central de galaxias.
- + La gran cantidad de datos del muestreo del cielo MaNGA permiten realizar una selección con restricción de varios parámetros y aún así tener una muestra de cientos de objetos. Los resultados aquí obtenidos indican que es posible utilizar otros muestreos del cielo, con mayor resolución espacial o cubriendo otra parte del espectro electromagnético.
- + La línea de [SIII] 9069 es difícil de utilizar debido a la contaminación que sufre por la atmósfera y la dificultad para eliminar sus efectos durante la reducción de datos. En este trabajo mostramos que es posible utilizar mapas de [SIII] como trazador de la estructura de ionización, con resultados comparables a los obtenidos usando otras líneas.
- + La técnica del mapeo del parámetro de ionización, junto con observaciones en modo de espectroscopía integral son una combinación que puede llevar a comprender mejor el proceso de formación estelar y su conexión con fenómenos aún bajo estudio como la recombinación del Universo o el origen de gas difuso ionizado. Trabajos a futuro incluyen el uso de datos de mayor resolución, tanto espectral como espacial, así como la inclusión de observaciones en otros rangos espectrales y la comparación con modelos de fotoionización.

BIBLIOGRAFÍA

1. Arribas, S.; Mediavilla, E.; Rasilla, J.L., 1991, APJ, 369, 260
2. Bacon, R.; Adam, G.; Baranne, A.; et al.; 1995, A&AS, 113, 347
3. Baldwin, J. A.; Phillips, M. M. & Terlevich, R., 1981, PASP, 93, 5
4. Bundy et al., 2015 ApJ, 798, 7 doi:10.1088/0004-637X/798/1/7
5. Drody, N.; MacDonal, N; Bershady, M.A.; et al., 2015, AJ, 149, 77
6. Haffner, et. al., 2009, Rev. Mod. Phys, 81, 969
7. Kauffman G.; et al.; 2003, MNRAS, 346, 1055
8. Kewley L. J.; Dopita M. A.; Sutherland R. S.; et al.; 2001, ApJ, 556, 121
9. Koeppen, 1979, A&AS, 35, 111
10. Nakajima & Ouchi, 2014, MNRAS, 442, 1
11. Osterbrock, D.E., 1989, Astrophysics of Gaseous Nebulae and Active Galactic Nuclei (University Science Books)
12. Pellegrini, et al., 2012 ApJ, 755, 40
13. Rozas, M.; Relaño, M.; Zurita, A.; Beckman, J. E.; A&A, 386, 42
14. Stock, J.; Rose, J.; Agostinho, R.; PASP, 110, 1434
15. Strömgren, B.; 1939, ApJ, 89, 526

ESTUDIO NUMÉRICO DEL FENÓMENO DE CAOS ELECTROMAGNÉTICO EN UNA GUÍA DE ONDAS CON INCLUSIONES CILÍNDRICAS DE METAMATERIAL

Karla Ivonne Serrano Arévalo, Gabriel Arroyo Correa, Alejandro Bucio Gutiérrez y Héctor Pérez Aguilar

Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo
0935377k@umich.mx

RESUMEN

El estudio del comportamiento de la luz revela características y efectos al interactuar con la materia, que permite desarrollar algunas teorías sobre su naturaleza. En los últimos años se han hecho diversos estudios teóricos acerca de cómo controlar las propiedades electromagnéticas de los materiales y el comportamiento de la luz a través de estos. Es decir, el estudio de los materiales y su respuesta ante la incidencia de luz ha revolucionado la tecnología y generado muchos aportes al conocimiento. Por ello, se tiene interés en diseñar materiales que sean capaces de controlar la propagación de ondas electromagnéticas con una longitud de onda específica, que controle las direcciones de propagación de ondas en el espacio; o bien, que permitan atrapar o localizar dichas ondas en una determinada región del espacio [1]. Es por esto, que la tecnología nanofotónica se plantea como una candidata para resolver los problemas mencionados [2]; ya que es un campo de investigación muy interesante para la comunidad científica debido a sus numerosas aplicaciones, como lo son: la espectroscopía, sensado y bio-sensado o el desarrollo de un chip todo óptico, entre otras. El interés del presente trabajo de manera general es realizar un estudio numérico sobre el comportamiento de los efectos caóticos en guías de ondas de cristal fotónico (PCW) de tamaño infinito y finito. Estos sistemas están compuestos por superficies planas paralelas con un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas circulares de Metamateriales (LHMs) [3]. Para una PCW realista consideramos un número de periodos suficiente que representan la PCW de longitud finita. Para abordar estos problemas, se usó una técnica numérica conocida como el Método de la Ecuación Integral, que permite obtener la respuesta electromagnética. Además se calcularon algunas propiedades estadísticas de las intensidades de los campos obtenidas. En particular, con la función de autocorrelación (ACF) y la longitud de correlación de los patrones desordenados permitieron identificar el fenómeno del caos electromagnético en las PCWs con LHMs propuestas. Una de las posibles aplicaciones en la sincronización del caos es diseñar configuraciones para encriptar la información.

INTRODUCCIÓN

Con el descubrimiento de las numerosas aplicaciones de la nanofotónica, aparecen retos como la mejora de la eficiencia en el guiado de la luz sobre una guía de silicio o la radiación de ésta mediante el uso de nano-antenas [4]. Por consiguiente, la comunidad científica ha incursionado en la tarea de desarrollar nuevas e innovadoras tecnologías basadas en este enfoque particular, en un intento por consolidar con éxito una aplicación de desarrollo esencialmente fotónico.

Los dispositivos fotónicos ofrecen ciertas ventajas frente a los electrónicos. Principalmente, mayor velocidad de operación, derivada de la naturaleza intrínseca de los portadores (fotones frente a los electrones) y de los procesos involucrados en su funcionamiento (respuesta óptica frente a la electrónica de los materiales) que conllevan a una menor disipación. Es por ello, que se tiene interés en saber qué tipo de materiales nos permiten la manipulación de las propiedades ópticas; por lo que se estudiarán las características de algunos materiales cuyas propiedades ópticas como electromagnéticas se pueden controlar. Dentro de este tipo de materiales, tenemos a los cristales que se caracterizan por poseer una periodicidad perfecta en su estructura atómica y debido a ésta,

presentan un potencial periódico para la propagación de electrones a través de estos. Por esta característica también se determina la mayor parte de las propiedades conductivas de dichos materiales [5].

TEORÍA

Propiedades de los materiales

Las propiedades ópticas de los metamateriales se definen a través de sus propiedades eléctricas y magnéticas. Por ejemplo, tanto la permitividad eléctrica como la permeabilidad magnética caracterizan la propagación de ondas en un material. Usando esto se puede definir un metamaterial como un medio electromagnético con permitividad ϵ y permeabilidad μ negativas. Este hecho es una consecuencia directa de las ecuaciones de Maxwell.

Se consideran las dos ecuaciones de Maxwell correspondientes a la ley de Faraday y la ley de Ampere-Maxwell, respectivamente, en su forma diferencial para un medio libre sin cargas ni corrientes, cuya permitividad eléctrica $\epsilon(\omega)$ y permeabilidad magnética $\mu(\omega)$ dependen de la frecuencia ω ,

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu(\omega) \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \tag{1}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon(\omega) \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \tag{2}$$

donde \mathbf{E} y \mathbf{H} son los campos eléctrico y magnético, respectivamente. Las ecuaciones constitutivas de los campos eléctrico y magnético para materiales lineales están dadas como:

$$\mathbf{D} = \epsilon(\omega)\mathbf{E} \quad \text{y} \quad \mathbf{B} = \mu(\omega)\mathbf{H}, \tag{3}$$

donde \mathbf{D} y \mathbf{B} son los campos de desplazamiento eléctrico e inducción magnética, respectivamente.

Respuesta eléctrica

Debido a que los átomos y moléculas no siempre le pueden “seguir el paso” a los campos, la respuesta del medio, en general, es función de la frecuencia de oscilación de los campos. Así definir a ϵ y μ en el espacio de frecuencias y no como funciones del tiempo.

En los metales, los electrones de conducción no están asociados a ningún átomo o molécula en particular; sin embargo, se pueden modelar como partículas libres. Debido a la inercia de la conducción de electrones, no se puede usar simplemente $\mathbf{J} = \sigma\mathbf{E}$ (Ley de Ohm) para la densidad de corriente donde σ es la conductividad estática. Sino que se debe considerar el movimiento de los electrones bajo la acción del campo eléctrico alternante de la onda de luz.

Puesto que los electrones de conducción no están ligados, no existe una fuerza restauradora. Por consiguiente, la ecuación diferencial del movimiento del electrón es de la forma:

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} + m\tau^{-1}\mathbf{v} = -e\mathbf{E}, \tag{4}$$

donde \mathbf{v} es la velocidad del electrón, $\tau = 1/\gamma \approx 10^{-4}$ es el tiempo de relajación y m es la masa del electrón. Dado que la densidad de corriente es

$$\mathbf{J} = -Ne\mathbf{v}, \tag{5}$$

siendo N el número de electrones de conducción por unidad de volumen o densidad electrónica. Entonces la Ec. (4) se puede expresar en términos de \mathbf{J} como

$$\frac{d\mathbf{J}}{dt} + \gamma\mathbf{J} = \frac{Ne^2}{m}\mathbf{E}. \tag{6}$$

Suponiendo que el campo eléctrico aplicado y la densidad de corriente de conducción

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{-i\omega t} \quad \text{y} \quad \mathbf{J} = \mathbf{J}_0 e^{-i\omega t}, \quad (7)$$

que sustituyendo en la ecuación de movimiento, Ec. (6), se obtiene

$$\frac{d(\mathbf{J}_0 e^{-i\omega t})}{dt} + \gamma \mathbf{J}_0 e^{-i\omega t} = -i\omega \mathbf{J}_0 e^{-i\omega t} + \gamma \mathbf{J}_0 e^{-i\omega t} = \frac{Ne^2}{m} \mathbf{E}_0 e^{-i\omega t}, \quad (8)$$

y multiplicando por $e^{i\omega t}$ tenemos

$$(-i\omega + \gamma) \mathbf{J} = \frac{Ne^2}{m} \mathbf{E}. \quad (9)$$

Para el caso de campos estáticos, $\omega = 0$, se tiene que

$$\mathbf{J} = \frac{Ne^2}{m\gamma} \mathbf{E} = \sigma \mathbf{E}, \quad (10)$$

por lo que,

$$\sigma = \frac{Ne^2}{m\gamma}, \quad (11)$$

que es la conductividad estática.

Ahora, para el caso general de un campo oscilante aplicado

$$\mathbf{J} = \left[\frac{\sigma}{1 - \frac{i\omega}{\gamma}} \right] \mathbf{E} = \sigma_\omega \mathbf{E}, \quad (12)$$

obtenemos

$$\sigma_\omega = \frac{\sigma}{1 - \frac{i\omega}{\gamma}}, \quad (13)$$

que es la conductividad dinámica.

A frecuencias muy bajas ($\omega/\gamma \ll 1$) la conductividad dinámica es puramente real y los electrones siguen el campo eléctrico. Conforme el campo aplicado va incrementando, la inercia de electrones introduce un retardo de fase en la respuesta de electrones en el campo y la conductividad dinámica es compleja. Para frecuencias muy altas ($\omega/\gamma \gg 1$), $\mathbf{J} \approx i\sigma \mathbf{E} = (e^{i\pi/2})\sigma \mathbf{E}$ y la conductividad dinámica σ_ω es imaginaria y las oscilaciones de los electrones tienen un desfase de $\pi/2$ con el campo aplicado.

Ahora abordemos, la propagación de ondas electromagnéticas en medios metálicos. Haciendo uso de la expresión dada en la Ec. (12) y que $c^2 = 1/\epsilon_0\mu_0$, se encuentra la ecuación de onda para metales,

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \left[\frac{\sigma}{1 - \frac{i\omega}{\gamma}} \right] \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \quad (14)$$

Para resolver la ecuación anterior, se propone un campo eléctrico oscilante, $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)}$ que representa una onda dirigida por el vector de onda \mathbf{k} . Sustituyendo directamente la Ec. (14) se puede mostrar que ésta es una solución, siempre que

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} + i \left[\frac{\omega\mu_0\sigma}{1 - \frac{i\omega}{\gamma}} \right], \quad (15)$$

donde $c^2 = 1/\epsilon_0\mu_0$. Además por la forma de la ecuación anterior se puede considerar a $k = k(\omega)$ como una función de la frecuencia ω . Así k se puede expresar en términos de la parte real e imaginaria como $k(\omega) = k_R(\omega) + ik_I(\omega)$. Esto es equivalente a introducir un índice de refracción complejo $n(\omega) = n_R(\omega) + in_I(\omega)$, en términos de la relación de dispersión:

$$k(\omega) = \frac{\omega}{c} n(\omega). \quad (16)$$

Índice de refracción en un metal

Considerando nuevamente el caso general descrito por la Ec. (15), obtenemos

$$n^2 = \frac{c^2}{\omega^2} k^2 = 1 + i \left[\frac{c^2 \mu_0 \sigma}{\omega (1 - i \frac{\omega}{\gamma})} \right] = 1 + i \frac{i \gamma}{i \gamma} \left[\frac{c^2 \mu_0 \sigma}{\omega (1 - i \frac{\omega}{\gamma})} \right], \quad (17)$$

$$\Rightarrow n^2 = 1 - \frac{c^2 \mu_0 \sigma \gamma}{\omega^2 + i \omega \gamma}, \quad (18)$$

de donde se define la “frecuencia de plasma” como:

$$\omega_p^2 = c^2 \mu_0 \sigma \gamma = \gamma \left(\frac{N e^2}{m \gamma} \right) c^2 \mu_0 = \frac{N e^2}{m \epsilon_0}. \quad (19)$$

Así, el índice de refracción del medio conductor está dado por

$$n^2 = 1 - \left[\frac{\omega_p}{\omega^2 + i \omega \gamma} \right], \quad (20)$$

donde

$$\omega_p = \sqrt{\frac{N e^2}{m \epsilon_0}}, \quad (21)$$

es la frecuencia de plasma.

Si los electrones en un plasma son desplazados de un fondo uniforme de iones, los campos eléctricos serán construidos en una dirección para restaurar la neutralidad del plasma regresando de vuelta a los electrones a sus posiciones originales. Debido a su inercia, los electrones sobrepasan la oscilación alrededor de sus posiciones de equilibrio con una frecuencia característica conocida por la frecuencia de plasma. Además, existe una longitud de onda llamada crítica λ_c (o longitud de onda de oscilación de plasma) y es aquella en la que por debajo de ella los metales alcalinos se vuelven transparentes, y por encima de la cual son opacos y altamente reflectantes. Esta longitud de onda está dada por

$$\lambda_c = \lambda_p = \frac{2\pi c}{\omega_p}. \quad (22)$$

Analizando la expresión del índice de refracción para frecuencias altas ($\omega \gg \gamma$), se tiene que

$$n^2 \approx 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad (23)$$

donde hemos despreciado el término de γ .

Función dieléctrica de los metales

Considerando que $\epsilon(\omega) = n(\omega)^2$ y haciendo uso de la Ec. (18), tenemos que

$$\begin{aligned} \epsilon(\omega) &= \epsilon_R(\omega) + i \epsilon_I(\omega) = n(\omega)^2 \\ &= (n_R + i n_I)^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i \omega \gamma} \\ &= (n_R^2 + i n_I^2) + i 2 n_R n_I \\ &= \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2} \right) + i \left(\frac{\omega_p^2 \gamma}{\omega^3 + \omega \gamma^2} \right), \end{aligned} \quad (24)$$

es la “función dieléctrica” para materiales metálicos. Observamos que si γ^2 es pequeño en comparación con ω_p , cuando $\omega \ll \omega_p$; la parte real de la permitividad toma valores negativos hasta llegar a ω_p donde $\epsilon_r \approx 0$. Para la frecuencia $\omega = \omega_p$ se tiene que $\epsilon \rightarrow 1$. La parte imaginaria toma valores positivos grandes en la región $\omega \ll \omega_p$ y tiende rápidamente a cero pasando por la frecuencia

del plasma. Esta es la razón del porqué los metales sean opacos para frecuencias menores a ω_p y se vuelvan transparentes para frecuencias mayores.

La Ec. (24) describe un modelo conocido como el modelo de Drude, donde los electrones no están ligados a los átomos, y son libres de moverse a su alrededor, chocando unos con otros.

Arreglo de tubos metálicos

Un arreglo de tubos metálicos en aire, como el de la Figura 1, es quizá el ejemplo más simple de un LHM. El arreglo está caracterizado por tubos de radio r y una constante de red a . Si estos parámetros son mucho más chicos que la longitud de onda de interés, el medio se puede describir con una permitividad efectiva dada por el modelo de Drude (Ec. (24)).

Para este caso supondremos que el campo eléctrico es paralelo a los tubos. El estudio de la respuesta electromagnética de este arreglo tiene varios precedentes, pero fue John B. Pendry en 1996 quien lo propuso en el contexto de los LHMs [6]. De hecho, este artículo es uno de los trabajos más relevantes sobre los LHMs. J. B. Pendry propone que el medio se puede describir como un metal donde debemos considerar una densidad volumétrica efectiva y una masa efectiva del electrón definidas como

$$N_{ef} = n_e \frac{\pi r^2}{a^2}, \tag{25}$$

$$m_{ef} = \frac{\mu_0 n_e r^2 e^2}{2} \ln \left(\frac{a}{r} \right), \tag{26}$$

donde n_e es la densidad volumétrica, r es el radio del tubo, a es la constante de red, μ_0 es la constante de permeabilidad magnética en el vacío y e es la carga del electrón.

El ajuste en la densidad volumétrica se debe a que los electrones, al estar confinados en los tubos metálicos, sólo ocupan una fracción del volumen de la red. El segundo ajuste a considerar se debe a que la auto inductancia de los tubos se opone al cambio de la corriente eléctrica y J. B. Pendry propuso que este efecto se puede representar como un aumento en la masa efectiva del electrón. A partir de estos parámetros efectivos la frecuencia de plasma, dada por la Ec. (26), ahora es:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{N_{ef} e^2}{m_{ef} \epsilon_0}} = \sqrt{\frac{2\pi}{\mu_0 \epsilon_0 a^2 \ln(a/r)}} = \sqrt{\frac{2\pi c^2}{d^2 \ln(a/r)}}. \tag{27}$$

Notar que la frecuencia de plasma queda expresada únicamente en términos de las características geométricas del arreglo; por lo que, podemos ajustar ω_p tomando simplemente distintos anchos y densidades para los tubos. Como la densidad volumétrica disminuye y la masa efectiva aumenta, el efecto final es una disminución en la frecuencia de plasma.

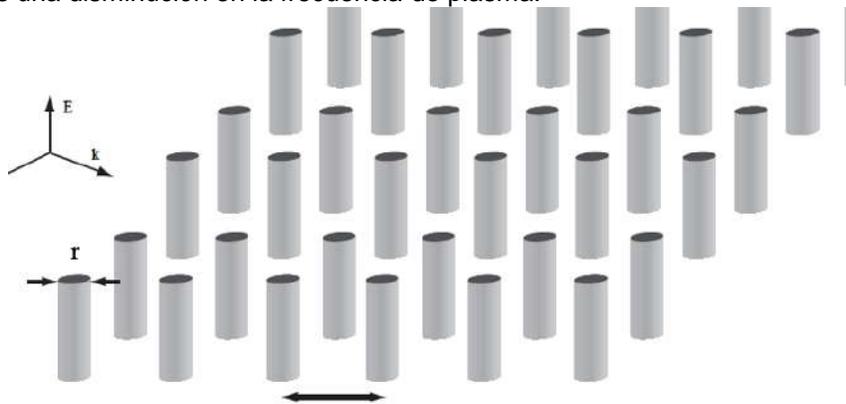


Figura 1: Metamaterial compuesto de tubos de metal con el que es posible obtener una respuesta eléctrica negativa (Imagen tomada de la Ref. [3]).

Respuesta magnética

La magnetización de un material depende del campo magnético aplicado. Sin embargo, a diferencia de los dieléctricos, que responden todos de la misma forma (aunque en mayor o menor medida) a un campo eléctrico externo, los materiales responden de diferente manera a los campos magnéticos. Controlar la respuesta magnética de los medios es otro de los grandes retos que enfrentan los LHMs. Los medios naturales, de hecho, no presentan respuesta magnética alguna en la óptica. Para el caso de los LHMs, no es posible tener un modelo general para determinar $\mu(\omega)$; debemos saber exactamente el modo en el que el meta-átomo, unidad de estructura que forma parte de una arquitectura celular que puede ser periódica o no periódica, adquiere un momento magnético.

Resonador de anillo cortado

En 1999 Pendry afirmó haber desarrollado materiales artificiales microestructurados, los cuales exhibían propiedades magnéticas extrañas. La conclusión de la investigación fue que, dichos materiales eran estrictamente diamagnéticos y que su permeabilidad alcanza el valor del espacio libre al disminuir el radio de los alambres, una respuesta esperada de los dieléctricos artificiales simples. Sin embargo, al darle a los cilindros una estructura electromagnética interna, Pendry et al. notaron un comportamiento distinto. El resultado es el resonador de anillo dividido (SRR, Split-Ring Resonator). Si el campo magnético H excitador, es perpendicular al plano de los anillos (induciendo corrientes resonantes en ambos anillos), este metamaterial exhibe una respuesta magnética a pesar de no incluir materiales conductores de magnetismo, dado la presencia de momentos dipolares magnéticos proveídos por los resonadores de anillo [7].

El SRR funciona según el principio de que el campo magnético de la radiación electromagnética impulsa un circuito LC resonante a través de la inductancia, lo que da como resultado una permeabilidad magnética efectiva dispersiva. Las corrientes inducidas fluyen en las direcciones indicadas en la Fig. 2 y las cargas se acumulan en los huecos de los anillos. La capacitancia efectiva por unidad de longitud a lo largo del cilindro es $C = \epsilon_0 \epsilon \pi l_c / 2d_c$ y ϵ es la permitividad dieléctrica relativa del material en los espacios capacitivos. El factor de 2 en el denominador de la capacitancia representa la capacitancia en serie de los dos espacios capacitivos alrededor del anillo [8].

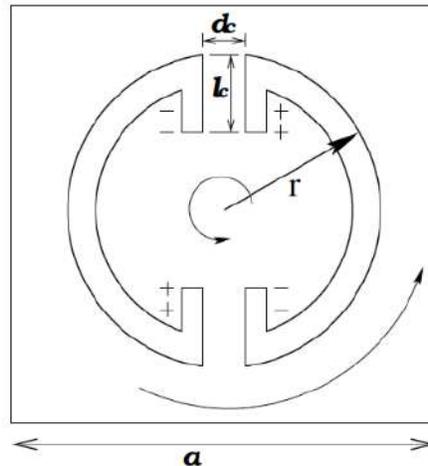


Figura 2: Estructura del resonador de anillo cortado. La capacitancia a través de las divisiones en el anillo hace que la estructura sea resonante. Las dimensiones de los espacios capacitivos l_c y d_c se convierten en parámetros de diseño para controlar la cantidad de capacitancia en el bucle (Imagen tomada de la Ref. [3]).

J. B. Pendry [9] calculó para un arreglo de hojas enrolladas de anillos la permeabilidad magnética efectiva, suponiendo que los anillos son suficientemente próximos entre sí y que las líneas de fuerza magnéticas son debido a las corrientes en los anillos apilados. Esto sólo puede ser cierto si el radio

de los anillos es del mismo orden como el lado de celda unidad, obteniendo la permeabilidad magnética efectiva [8]

$$\mu_{\text{ef}}(\omega) = \frac{B_{\text{ef}}}{\mu_0 H_{\text{ef}}}, \quad (28)$$

$$\mu_{\text{ef}}(\omega) = 1 + \frac{(\pi r^2/a^2) \omega^2}{\frac{1}{\mu_0 \pi r^2 C} - \omega^2 - i \frac{2\rho}{\mu_0 r} \omega}, \quad (29)$$

$$\mu_{\text{ef}}(\omega) = 1 + \frac{f \omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i \Gamma \omega}, \quad (30)$$

donde se ha definido el parámetro f como la fracción de volumen de la celda ocupada por el SRR, ω_0 como la frecuencia de resonancia y Γ como el término de amortiguamiento, dados por

$$f = \frac{\pi r^2}{a^2}, \quad (31)$$

$$\Gamma = \frac{2\rho}{\mu_0 r}, \quad (32)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = c \left(\frac{2d_c}{\varepsilon l_c \pi r^2} \right)^{1/2}, \quad (33)$$

respectivamente, donde $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ es la velocidad de la luz en el vacío. La Ec. (33) sugiere que $\mu_{\text{ef}}(\omega)$ puede ser negativa alrededor de la frecuencia ω_0 si el término de amortiguamiento Γ tiene un valor pequeño.

Escalamiento a altas frecuencias

Las ecuaciones de Maxwell indican que uno puede escalar los fenómenos a frecuencias más altas simplemente reduciendo las escalas de longitud correspondientes. Este ha sido el principio fundamental de los cristales fotónicos hechos de materiales dieléctricos no dispersivos [10]. Sin embargo, el principal problema al escalar el rendimiento de los metamateriales a frecuencias ópticas e infrarrojas más altas es que los parámetros de los materiales constituyentes se dispersan con la frecuencia, lo que no permite escalar de manera sencilla. Principalmente, los metales ya no se comportan como conductores perfectos, y la profundidad de penetración de los campos electromagnéticos se vuelve considerable, mientras que la disipación también aumenta. En consecuencia, se debe tener en cuenta la naturaleza dispersiva de los metales.

Partiendo de la expresión general Ec. (28), en donde la inducción magnética promedio es $B_{\text{ef}} = (1-f)\mu_0 H_{\text{ext}} + f\mu_0 H_{\text{int}}$, se tiene:

$$\begin{aligned} \mu_{\text{ef}}(\omega) &= \frac{B_{\text{ef}}}{\mu_0 H_{\text{ef}}} = \frac{[(1-f)H_{\text{ext}} + fH_{\text{int}}]\mu_0}{\mu_0 H_{\text{ef}}} \\ &= (1-f) \frac{H_{\text{ext}}}{H_{\text{ef}}} + f \frac{H_{\text{int}}}{H_{\text{ef}}}. \end{aligned} \quad (34)$$

Ahora haciendo uso de que $H_{\text{ext}} = H_{\text{ef}}$, se tiene que

$$\begin{aligned} \mu_{\text{ef}} &= 1 - f + f \frac{H_{\text{int}}}{H_{\text{ef}}} = 1 + f \left[\frac{H_{\text{int}}}{H_{\text{ef}}} - 1 \right] \\ &= 1 + f \left[\frac{H_{\text{int}} - H_{\text{ef}}}{H_{\text{ef}}} \right] = 1 + f \left[\frac{H_{\text{int}} - H_{\text{ef}}}{H_{\text{ef}} + H_{\text{int}} - H_{\text{int}}} \right] \\ &= 1 + \left[\frac{1}{\frac{H_{\text{int}}}{H_{\text{int}} - H_{\text{ef}}} - 1} \right] = 1 + \frac{f}{\left[1 - \frac{H_{\text{ext}}}{H_{\text{int}}} \right]^{-1} - 1}, \end{aligned} \quad (35)$$

que multiplicando y dividiendo la Ec. (35) por el factor unidad $\varepsilon_0 \mu_0 \omega^2 \pi r^2$ tenemos:

$$\mu_{\text{ef}} = 1 + f \frac{\varepsilon_0 \mu_0 \omega^2 \pi r^2}{\left[1 - \frac{H_{\text{ext}}}{H_{\text{int}}}\right]^{-1} \varepsilon_0 \mu_0 \omega^2 \pi r^2 - \varepsilon_0 \mu_0 \omega^2 \pi r^2}. \quad (36)$$

Por otro lado, usando la ley de Ampere para los campos magnéticos dentro y fuera de los cilindros, se puede obtener la siguiente expresión:

$$\frac{H_{\text{ext}}}{H_{\text{int}}} = 1 - \frac{\varepsilon_0 \mu_0 \omega^2 \pi r^2 \tau_c}{\frac{2\pi r}{\varepsilon_m} + \frac{2d_c \tau_c}{\varepsilon L_c}}, \quad (37)$$

$$\frac{H_{\text{ext}}}{H_{\text{int}}} = 1 - \frac{\varepsilon_0 \mu_0 \omega^2 \pi r^2}{\frac{2\pi r}{\varepsilon_m \tau_c} + \frac{2d_c}{\varepsilon L_c}}, \quad (38)$$

de aquí que

$$1 - \frac{H_{\text{ext}}}{H_{\text{int}}} = \left[\frac{2\pi r}{\varepsilon_m \tau_c} + \frac{2d_c}{\varepsilon L_c} \right]^{-1} \varepsilon_0 \mu_0 \omega^2 \pi r^2, \quad (39)$$

$$\left[1 - \frac{H_{\text{ext}}}{H_{\text{int}}}\right]^{-1} \varepsilon_0 \mu_0 \omega^2 \pi r^2 = \frac{2\pi r}{\varepsilon_m \tau_c} + \frac{2d_c}{\varepsilon L_c}. \quad (40)$$

Sustituyendo la Ec. (40) en Ec. (36) se tiene la solución:

$$\mu_{\text{ef}} = 1 + f \frac{\varepsilon_0 \mu_0 \omega^2 \pi r^2}{\frac{2\pi r}{\varepsilon_m \tau_c} + \frac{2d_c}{\varepsilon L_c} - \varepsilon_0 \mu_0 \omega^2 \pi r^2}. \quad (41)$$

Suponiendo que $\varepsilon_m \approx -\omega_p^2 / [\omega(\omega + i\gamma)]$ obtenemos la forma genérica de la permeabilidad efectiva (Ec. (30)):

$$\mu_{\text{ef}}(\omega) = 1 + \frac{f' \omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\Gamma\omega}, \quad (42)$$

donde la frecuencia de resonancia, el coeficiente de amortiguamiento efectivo y la fracción de llenado efectiva son:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{(L_i + L_g)C} \quad (43)$$

$$\Gamma = \frac{L_i}{(L_g + L_i)} \gamma \quad (44)$$

$$f' = \frac{L_g}{(L_g + L_i)} f, \quad (45)$$

en donde $C = \varepsilon_0 \varepsilon L_c / 2d_c$ es la capacitancia efectiva de la estructura, $L_g = \mu_0 \pi r^2$ es la inductancia geométrica, y $L_i = 2\pi r / (\varepsilon_0 \tau_c \omega_p^2)$ es una inductancia adicional. Por lo tanto, incluso si el tamaño del anillo fuera insignificante, la inductancia inercial aún estaría presente evitando el escalado a frecuencias más altas. El aumento en la amortiguación a medida que se reducen las dimensiones amplía la resonancia, haciendo que la región de permeabilidad negativa desaparezca.

Fenómeno del caos electromagnético en una guía de ondas de cristal fotónico

Caso infinito

El sistema de estudio está formado por dos superficies planas infinitas y un arreglo periódicamente perfecto de inclusiones cilíndricas circulares, cuyo eje de simetría va a lo largo del eje z , como se muestra en la Fig. 3. Se considera que tiene un periodo P en los perfiles planos, una separación entre las placas de la guía dada por b y las inclusiones cilíndricas circulares de radio r , el cual puede estar en términos de la fracción de llenado F [11].

Caso finito

También consideraremos el problema de una estructura fotónica finita como se muestra en la Fig. 4, que se ilumina con un campo incidente que puede ser una onda plana o un haz Gaussiano. El sistema formado se considera como un sistema de M cuerpos como se ve en la Fig. 4. La región 0

se caracteriza por un índice de refracción $n_0(\omega) = \sqrt{\epsilon_0(\omega)}$ y las regiones desde 1 a M están definidas por las curvas C_j y se caracterizan por los correspondientes índices de refracción $n_j(\omega) = \pm\sqrt{\mu_j(\omega)\epsilon_j(\omega)}$ que involucran las propiedades de los materiales. De manera análoga al caso de una estructura fotónica infinita, se obtienen ecuaciones integro-diferenciales acopladas inhomogéneas debido al campo incidente con que se ilumina la PCW de longitud finita [12].

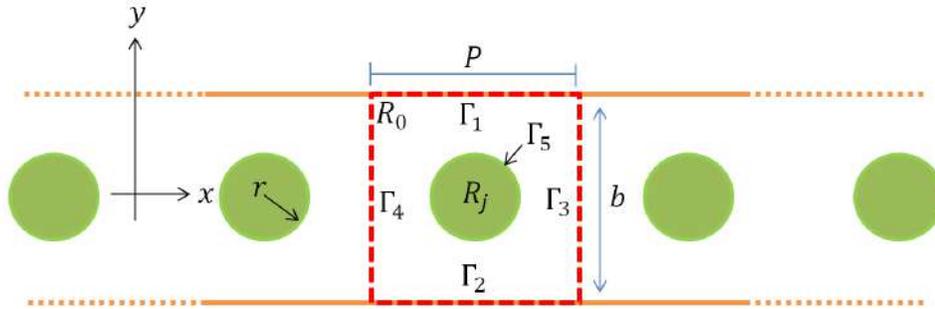


Figura 3: Diagrama de una guía de ondas infinita con inclusiones cilíndricas. Las líneas punteadas en rojo delimitan la región de la celda unitaria.

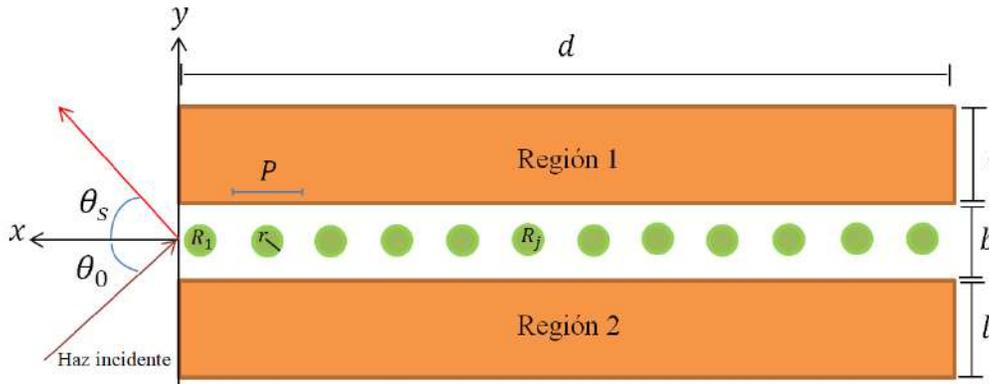


Figura 4: Diagrama de una guía de ondas finita con inclusiones cilíndricas de LHM.

Para modelar numéricamente las propiedades ópticas de los LHMs, se consideran las funciones de la $\epsilon_{(\omega)}$ y $\mu_{(\omega)}$ expresadas en las Ecs. (24) y (42) respectivamente.

RESULTADOS

Respuesta óptica de la PCW que contiene un arreglo de inclusiones cilíndricas de LHM

Caso infinito

A continuación, se muestran los resultados del campo obtenido para un sistema de una PCW infinita con periodicidad $P = 2\pi$ de inclusiones cilíndricas circulares de radio $r = 0.1b$, donde $b = 4\pi$ es la separación entre las placas y fracción de llenado $F = 0.7530$ (ver Fig. 3). Estas intensidades del campo para cuatro frecuencias reducidas $\omega_r = 1.6277$, $\omega_r = 3.4553$, $\omega_r = 6.2686$ y $\omega_r = 10.7303$ son mostradas en las Figs. 5(a) y (c) y las Figs. 6(a) y (c) respectivamente. Para estos casos, se calcularon las correspondientes funciones de autocorrelación (ACFs) (Figs. 5(b) y (d) y 6(b) y (d)) y sus longitudes de correlación definidas como la desviación estándar de la función de autocorrelación. Esta función de autocorrelación es de suma importancia, ya que para sistemas donde se presenta el fenómeno de caos la longitud de correlación tiende a cero. Para cada una de las frecuencias, se tiene respectivamente la longitud de correlación obtenida, $l_c = 0.45432$, $l_c = 0.39193$, $l_c = 0.46264$ y $l_c = 0.46147$.

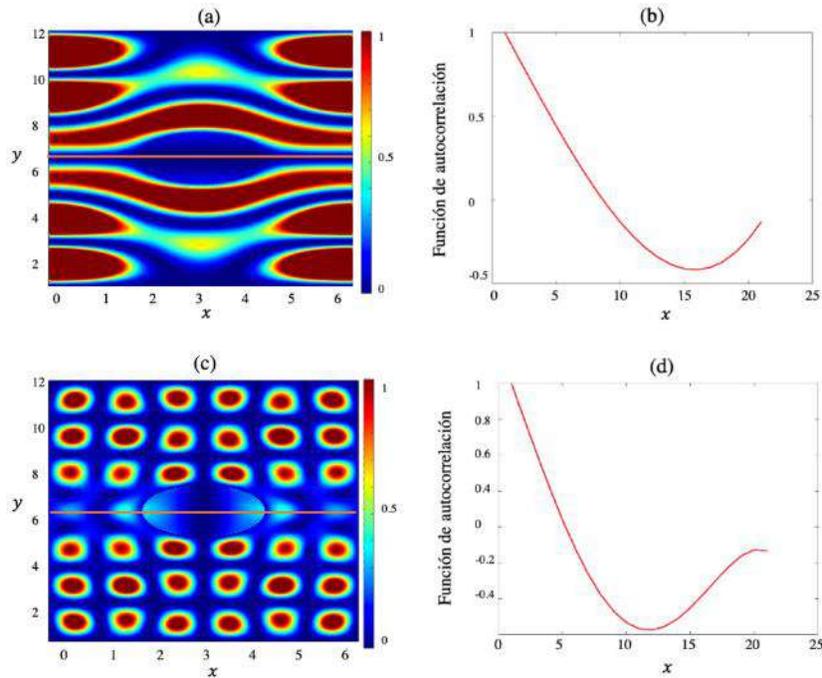


Figura 5: Patrones de intensidad electromagnética en una celda unitaria de la PCW infinita con inclusiones cilíndricas de LHM para las frecuencias reducidas (a) $\omega_r = 1.6277$ y (c) $\omega_r = 3.4553$. Las funciones de autocorrelación correspondientes se muestran en (b) y (d) con longitudes de correlación $l_c = 0.45432$ y $l_c = 0.39193$, respectivamente.

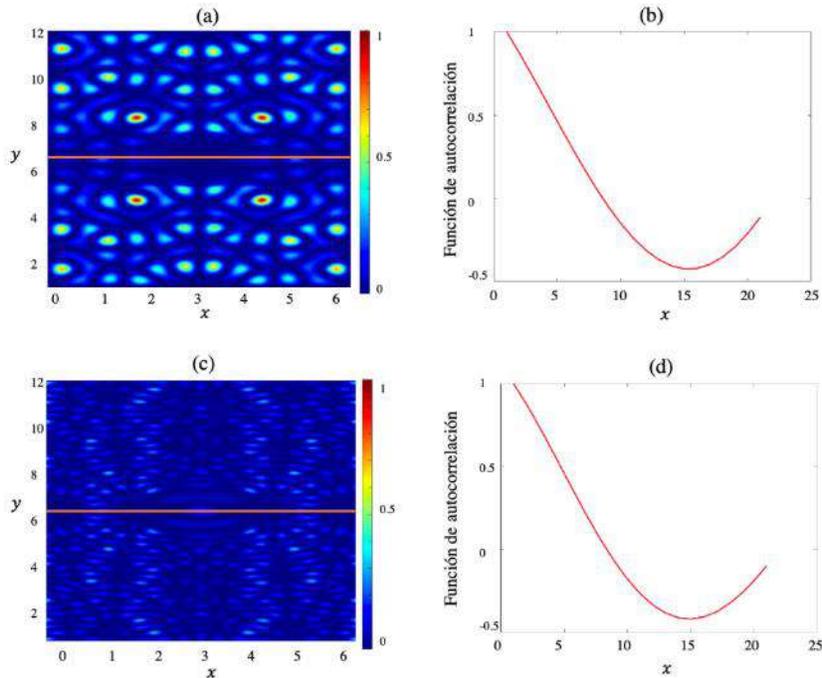


Figura 6: Patrones de intensidad electromagnética en una celda unitaria de la PCW infinita con inclusiones cilíndricas de LHM para las frecuencias reducidas (a) $\omega_r = 6.2686$ y (c) $\omega_r = 10.7303$. Las funciones de autocorrelación correspondientes se muestran en (b) y (d) con longitudes de correlación $l_c = 0.46264$ y $l_c = 0.46147$, respectivamente.

Caso finito

En los resultados anteriores, asumimos una PCW de longitud infinita; sin embargo, las guías de ondas que podemos analizar experimentalmente son de longitud finita. Por consiguiente, vamos a ver si el patrón del campo desordenado de la PCW ideal (longitud infinita) aparece en el caso de una PCW de longitud finita. Para ello, vamos a considerar una PCW con 10 inclusiones cilíndricas circulares iluminadas con un haz Gaussiano con polarización TE a incidencia normal. El sistema está formado por dos bloques de conductor real que forman la guía de ondas con separación entre las placas de $b = 4\pi$, espesor $l = 13.42$ y longitud $d = 4\pi$, con inclusiones cilíndricas de radio $r = 0.1b$ (ver Fig. 4). Consideramos tres frecuencias reducidas $\omega_r = 1.63$, $\omega_r = 2.81$ y $\omega_r = 7.57$ las intensidades de campo obtenidas se muestran en las Figs. 7(a), (c) y (e). Las curvas de las ACFs de las Figs. 7(b), (d) y (f). Además, las longitudes de autocorrelación fueron $l_c = 0.24828$ para la frecuencia menor, para la frecuencia media $l_c = 0.17608$ y para la frecuencia mayor de $l_c = 0.09532$.

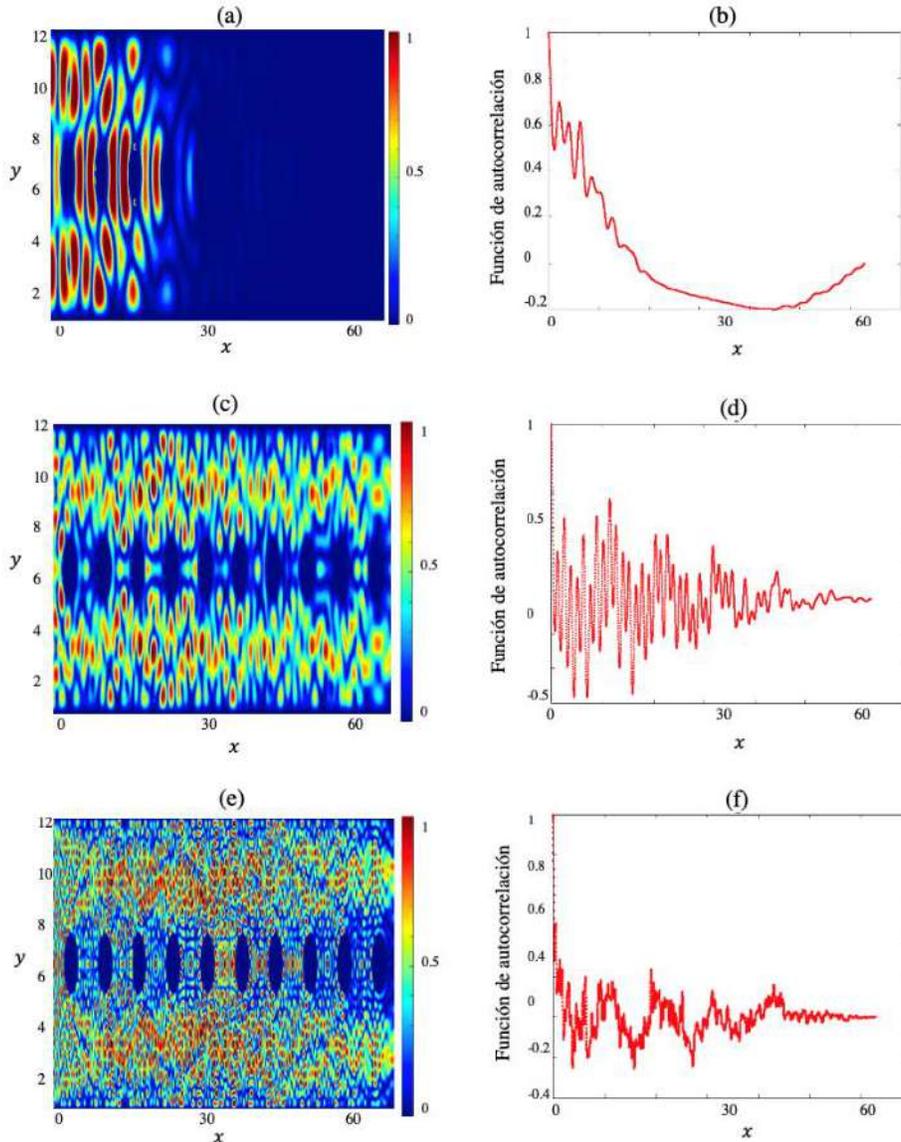


Figura 7: Patrones de intensidad electromagnética en una PCW finita con 10 inclusiones cilíndricas de LHM para las frecuencias reducidas (a) $\omega_r = 1.63$, (c) $\omega_r = 2.81$ y (e) 7.57. Las funciones de autocorrelación correspondientes se muestran en (b), (d) y (f) con longitudes de correlación $l_c = 0.24828$, $l_c = 0.17608$ y $l_c = 0.09532$, respectivamente.

CONCLUSIONES

Se aplicó el método integral numérico para estudiar el fenómeno de caos electromagnético en una PCW de longitud infinita con inclusiones cilíndricas circulares. Se puede observar que para la frecuencia más alta la longitud de correlación es menor. En especial para la frecuencia más alta para el caso finito se muestra una distribución de los patrones del campo con mayor desorden; además por el criterio que se tiene cuando la longitud de correlación tiende a cero da indicios del fenómeno del caos electromagnético. Tanto para la PCW infinita como finita, con frecuencias reducidas altas (valor alrededor de 10 y 7 respectivamente), se obtienen patrones desordenados de la intensidad del campo. Estos patrones desordenados están asociados con sistemas caóticos. Sin embargo, requiere un poder computacional muy alto para poder aumentar dichas frecuencias reducidas. No obstante, son interesantes estos resultados ya que tienen posibles aplicaciones en criptografía.

BIBLIOGRAFÍA

1. Marques et al., "Metamateriales with Negative Parameters". Wiley Interscience, (2008).
2. Bravo-Abad, J., "Transmisión resonante de luz a través de láminas metálicas nanoestructuradas". Tesis de doctorado. Departamento de Física Teórica de la Materia Condensada de la Universidad Autónoma de Madrid, Madrid, España, (2006), 170 págs.
3. S. Anantha Ramakrishna, Tomasz M. Grzegorzczuk, "Physics and Applications of Negative Refractive Index Materials". Spie Press.
4. Cortijo-Munuera, M., "Resonancias Fano en nanopartículas metálicas sobre guía de silicio". Tesis de licenciatura, Universidad Politécnica de Valencia, Valencia, España, (2015), 70 págs.
5. Kittel, C., "Introduction to Solid State Physics". John Wiley and Sons, Inc., Madrid, España, (1996), seventh edition. Pp. 804.
6. Pendry, J. B., Holden, A. J., Stewart, W. J., y Youngs, I., "Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures". Phys. Rev. Lett., 76: 4773–4776, (1996).
7. Marques et al., "Metamateriales with Negative Parameters". Wiley Interscience, (2008).
8. S. Anantha Ramakrishna, Tomasz M. Grzegorzczuk, "Physics and Applications of Negative Refractive Index Materials". Spie Press, (2008).
9. Pendry, J. B., Holden, A. J., Robbins, D. J., y Stewart, W. J., "Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena". IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 47: 2075–2084, (1999).
10. K. Sakoda, "Optical Properties of Photonic Crystals". Springer, Berlin, (2005).
11. Alva Medrano, H., Pérez Aguilar, H., Mendoza-Suárez, A., VillaVilla, F., "Surface modes in photonic crystal waveguides coated with a layer of dispersive left-handed material". ScienceDirect 105 (2019) 196-201.
12. A. W. Snyder and J. Love, "Optical waveguide theory". Springer Science & Business Media, (2012).

RESULTADOS PRELIMINARES DEL MONITOREO CONTINUO DE PARÁMETROS CLIMATOLÓGICOS Y RAYOS CÓSMICOS MEDIANTE UNA TARJETA ARDUINO

María Isabel Pérez Martínez¹, Claudia Rafela Escobedo Galván², Susana Sarahí Mier Morales²

¹Universidad Autónoma de Zacatecas, Unidad Académica de Ciencias Químicas, ²CECyT 18, Instituto Politécnico Nacional.

iperez@uaz.edu.mx

RESUMEN

El objetivo principal del presente trabajo, es analizar la consistencia de los parámetros climatológicos de temperatura, humedad, radiación solar y radiación UV, en términos de sus variaciones a lo largo del día. Así mismo, analizar las variaciones observadas por un detector de radiación tipo Geiger, y determinar su relación con dichos parámetros climatológicos. La construcción de la estación meteorológica se realizó mediante una tarjeta arduino. El prototipo de estación meteorológica se puso en funcionamiento durante los meses de Agosto - Diciembre, sin embargo, el análisis de datos se hizo solamente durante los días 5 al 15 de Diciembre del año 2022. En cuanto al análisis de los datos, se realizó un análisis de periodograma tipo Lomb Scargle para cada una de las variables climatológicas obtenidas, encontrando como principal periodo, un tiempo de 24 horas, coincidiendo con el ciclo circadiano, sin embargo existen diferencias en periodos menores detectados para cada uno de los parámetros.

INTRODUCCIÓN

Gracias al creciente desarrollo tecnológico y a la accesibilidad tanto de hardware como de software que presenta la tecnología Arduino, han aumentado en número y calidad los proyectos relacionados tanto en automatización de procesos, como de adquisición de señales.

Actualmente, existen diversos proyectos para el monitoreo y adquisición de parámetros climatológicos, gracias a la accesibilidad de los sensores es una buena opción para una estación meteorológica tanto local, con vistas a un desarrollo via bluetooth, aplicaciones tipo Android entre otras.

En este proyecto, se presentan los resultados de un análisis de variabilidad de los parámetros climatológicos obtenidos de forma local mediante sensores de humedad, temperatura, radiación solar en la región del visible, así como radiación UV. Además, para dar lugar a un posible monitoreo de rayos cósmicos, se conectó un sensor de radiación tipo Contador Geiger, con el objetivo de observar la variación en la señal. Así, se pretende en un futuro, extender este proyecto hacia el monitoreo de actividad solar, para ayudar en el estudio del actual ciclo de actividad solar número 25, y anticipando, en cierta forma, a dos eventos astronómicos que se desarrollarán a lo largo de este y el siguiente año.

TEORÍA

El Sol es la principal fuente de energía de nuestra Tierra, no solamente es el responsable de los movimientos propios de rotación y traslación, sino que la radiación que provee permite que sucedan cambios naturales en el clima en la Tierra. Este cambio climático natural, efectivamente, se ha visto alterado por la interacción del ser humano, exacerbando el calentamiento global, y el continuo derretimiento de las capas polares.

Una de las principales consecuencias, del efecto del Sol en el planeta, es la generación del ciclo circadiano del día y la noche. Durante este periodo, no solo disminuye la radiación solar medida en la superficie de la Tierra, sino que con ésta, disminuye la temperatura, y aunado a esta disminución,

la humedad relativa aumenta (Al-Ataby et al. (2021)). Así, contamos con al menos tres parámetros climatológicos que se ven afectados, por el movimiento propio de la Tierra, como el efecto que ésta tiene con la radiación solar. De la misma forma, uno de los efectos atmosféricos relacionados con el movimiento rotacional de la Tierra, es el fenómeno llamado terminator solar, que debido a este cambio brusco entre el día y la noche, la disminución de temperatura y el incremento de la humedad, da origen a la generación de ondas supersónicas en la atmósfera alta, un fenómeno que afecta a la propagación de ondas de radio, y que en recientes investigaciones, se analiza su impacto en el cambio climático (Somsikov (2011))

PARTE EXPERIMENTAL

Para llevar a cabo los objetivos del presente trabajo se desarrolló una estación climatológica basada en una tarjeta Arduino, a través de la cual, se conectaron diversos sensores que permiten la obtención de datos de forma síncrona.

En ese sentido, se utilizaron los siguientes sensores:

- Para el monitoreo de la radiación solar, se usó el sensor BH1750 de DFRobot, su respuesta espectral, se encuentra en la región del visible 400nm a 700 nm, teniendo un pico en su respuesta en ~500nm y ~600nm (R.O.H.M (2011))
- Para el monitoreo de la radiación UV, se usó el sensor VEML 6070 de adafruit, que su pico de respuesta se encuentra en 355nm, con un ancho de banda de 20nm, (Vishay).
- Para el monitoreo de temperatura y humedad, se usó el sensor SHT31 de adafruit, que tiene una tolerancia de +/-2% en humedad relativa en un rango del 10% al 90%, en cuanto a temperatura tiene una tolerancia de +/- 0.3°C dentro de un rango de -40°C a 90°C (Sensirion).
- Para el monitoreo de la radiación ionizante, se usó un contador Geiger.

Finalmente, para adquisición de datos, se empleó un módulo para una tarjeta SD, en donde se guardaron los datos en formato de archivo de texto. Para visualizar el buen funcionamiento de la estación climatológica, se usó una pantalla LCD, en la cual se visualizaron en tiempo real los valores de los parámetros climatológicos monitoreados.

En cuanto a la estructura de la estación, se empleó una estructura a base de madera, que le permitiera la circulación del aire a través de los sensores que no están expuestos a la radiación solar, ver figura 1.



Figura 1. Primera sección de la estación climatológica en la que se observa la tarjeta Arduino, el contador Geiger, la pantalla LCD y el módulo de la tarjeta SD.

De esta forma, se dejó funcionando la estación climatológica de forma continua durante dos meses, sin embargo, y debido a un fallo en el algoritmo, se obtuvo solamente una semana de datos confiables.

RESULTADOS

Uno de los principales objetivos del presente trabajo es, corroborar el correcto funcionamiento de los sensores mediante un análisis de variaciones, y lograr observar los ciclos principales de las señales obtenidas.

En ese sentido, en la figura , se puede observar el comportamiento de la temperatura, en color negro, y la humedad relativa en rojo. Efectivamente, uno de los comportamientos esperados, es observar que, mientras la temperatura aumenta durante el día, la humedad relativa disminuye, y viceversa, mientras la humedad aumenta, la temperatura disminuye, que es el comportamiento que ocurre durante la noche. Así mismo, al realizar un análisis de variaciones mediante un periodograma de Lomb-Scargle, se observa que, una de los principales periodos encontrados es el de 24 y 12 horas.

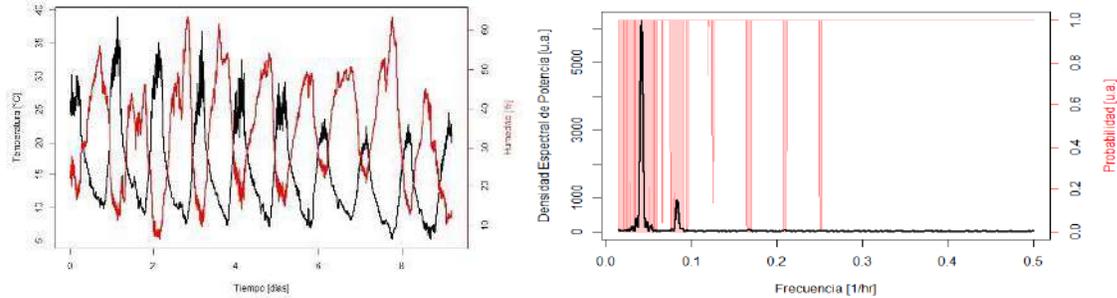


Figura 2. Izquierda: Comportamiento de la señal obtenida durante 10 días, humedad relativa en rojo, y temperatura en negro. Derecha: Gráfica de densidad espectral en negro, como resultado del periodograma de Lomb Scargle, en rojo, el comportamiento del p valor, denotando aquellas frecuencias estadísticamente significativas.

Así mismo, se logró determinar periodos similares para la radiación solar, radiación UV y la señal obtenida del contador Geiger, en ese sentido, se puede observar en la figura 3 que, tanto la radiación solar como la radiación UV, denotan un marcado cambio entre el día y la noche. La principal diferencia entre ambas señales, es que una es sensible al tránsito de nubosidades, mientras que la otra no. La radiación solar disminuye con el paso de nubes, mientras que la radiación UV, no, al contrario, las nubes dispersan con mayor eficacia los rayos UV. De la misma forma, mediante el análisis de periodograma de Lomb-Scargle, se obtienen 4 periodos: 24, 12, 8 y 6 horas, aproximadamente.

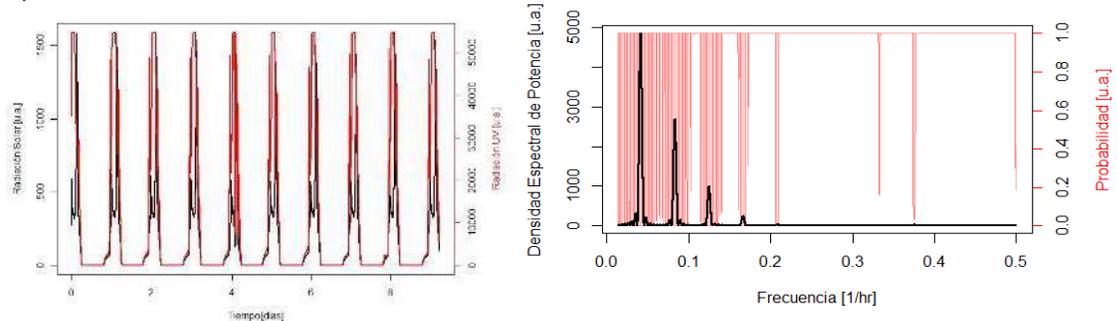


Figura 3. Izquierda: Comportamiento de la señal obtenida durante 10 días, radiación UV en rojo, y radiación solar en negro. Derecha: Gráfica de densidad espectral en negro, como resultado del periodograma de Lomb Scargle, en rojo, el comportamiento del p valor, denotando aquellas frecuencias estadísticamente significativas.

En cuanto a la radiación ionizante medida por el contador Geiger, se obtuvieron los mismos resultados, derivado a la naturaleza de la señal. Sin embargo, una de las principales diferencias con

la señal observada, es que, conforme avanzaba el tiempo, el pico de la señal por día, aumentaba, como se puede observar en la figura 4. Este comportamiento, no es el esperado, es por este motivo, que se sugieren cambios en la estación meteorológica para suplir este sensor, por uno más adecuado.

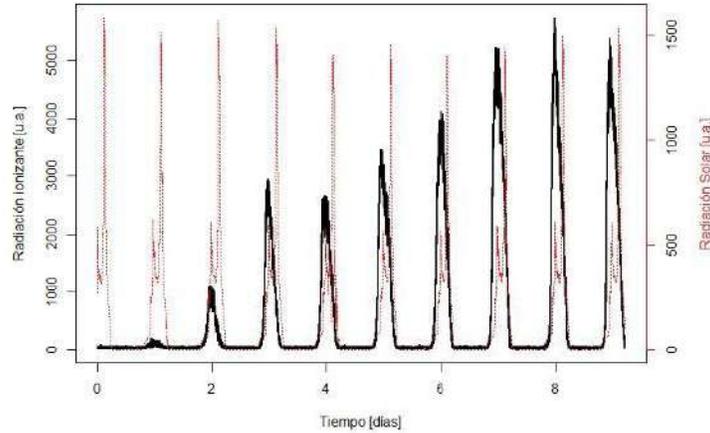


Figura 4. Señal obtenida de la radiación ionizante en negro, en rojo, como referencia, se muestra la señal de la radiación solar.

CONCLUSIONES

Se logró monitorear de forma continua cuatro parámetros climatológicos: radiación solar, radiación UV, temperatura y humedad, así como la señal de un quinto sensor de radiación ionizante. Así, se observó el comportamiento esperado entre temperatura y humedad relativa, mientras uno de estos parámetros aumenta el otro disminuye. En cuanto a la radiación solar y radiación UV, se observó que ambos parámetros describen el ciclo circadiano del día y la noche. Lamentablemente, en cuanto al sensor de radiación ionizante, que se midió mediante un contador Geiger, los datos obtenidos no son concluyentes en cuanto a su buen funcionamiento, ya que se observa un crecimiento en su pico de respuesta conforme aumenta el tiempo, y no es un comportamiento esperado.

BIBLIOGRAFÍA

1. Al-Ataby, I. K., & Altmimi, A. I. (2021). Testing the Relationship between Air Temperature and Relative Humidity by Using T-Test for Some Selected Stations in Iraq. *Al-Mustansiriyah J. Sci*, 32(2), 1-7.
2. Somsikov, V. M. (2011). Solar terminator and dynamic phenomena in the atmosphere: A review. *Geomagnetism and Aeronomy*, 51, 707-719.
3. Semiconductor, R. O. H. M. (2011). Digital 16bit Serial Output Type Ambient Light Sensor IC. *ROHM Co., Ltd. All rights reserved, Kyoto*.
4. Vishay. VEML6070 UVA Light Sensor With I2C Interface. Disponible en línea: <https://www.vishay.com/ppg?84277> . (accesado por última vez 10 de Enero 2023).
5. Sensirion Co, L. (2016). Datasheet SHT3x-DIS Humidity and Temperature Sensor.(August), 1–20.

ESTUDIO DE LA DINÁMICA FORMADA POR SISTEMAS CAÓTICOS AUTÓNOMOS

Ulises Uriostegui Legorreta¹, Daniel Corona Marín¹, Gabriel Arroyo Correa¹.

¹Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas, UMSNH, Morelia, Mich.

uli_mat@hotmail.com

daniel.cormar.98@gmail.com

garroyo@umich.mx

RESUMEN

El circuito de Chua es el sistema dinámico autónomo más simple que puede ser utilizado para estudiar la dinámica no lineal en circuitos eléctricos, debido a que manifiesta una amplia variedad de las características comunes a otros sistemas no lineales, tales como bifurcaciones, caos y sincronización. Un problema relevante en la dinámica no lineal de sistemas caóticos es la sincronización entre sistemas caóticos diferentes. En la literatura se ha reportado un amplio estudio de la sincronización de caos entre sistemas caóticos. En este trabajo nos centramos en el estudio numérico del acoplamiento de una cadena formada por dos circuitos de Chua con diferente dinámica, conectados a un tercer circuito, siendo este el sistema de Wien, usando el acoplamiento unidireccional mediante un control de retroalimentación de estados. Estudiamos diferentes acoplamientos y comparamos los resultados para explorar qué acoplamiento es más efectivo para lograr la sincronización entre los tres sistemas. Analizamos los parámetros de acoplamiento mediante las funciones de error variando el parámetro para poder encontrar el rango de valores donde se logra la sincronización. Los resultados numéricos demuestran que la sincronización entre los tres sistemas se logra para valores bastante grandes del parámetro de acoplamiento.

INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas, el estudio de la sincronización y la dinámica colectiva en sistemas complejos ha sido objeto de creciente interés en diversas disciplinas científicas. Desde la física hasta la biología y la ingeniería, comprender cómo los componentes individuales interactúan y se organizan en sistemas complejos es fundamental para comprender fenómenos emergentes y desarrollar aplicaciones prácticas.

En este trabajo, nos enfocamos en analizar la sincronización y la dinámica colectiva en sistemas de acoplamiento unidireccional y en circuitos acomodados de diferentes maneras. Estas configuraciones presentan un desafío teórico interesante debido a la complejidad inherente de los sistemas no lineales y su potencial para aplicaciones prácticas, como la encriptación de información. En los últimos años, se han realizado numerosas investigaciones en el campo de la sincronización en sistemas complejos. Por ejemplo, estudios recientes han explorado la sincronización en redes neuronales artificiales (Golosovsky & Rosenblum, 2016) y la sincronización en sistemas de osciladores acoplados (Stankovski et al., 2017). Estas investigaciones han brindado conocimientos valiosos sobre los mecanismos subyacentes y las propiedades emergentes de la sincronización.

En este contexto, el presente estudio se centra en analizar la sincronización y la dinámica colectiva en sistemas de acoplamiento unidireccional y circuitos acomodados de manera diferente. A través de simulaciones numéricas y análisis teóricos, se investigará cómo la sincronización se ve afectada por estas configuraciones, lo que podría tener implicaciones importantes en diversos campos, como la física, la computación y la seguridad de la información.

ESQUEMA DE SINCRONIZACIÓN

En este trabajo estudiamos de manera numérica el acoplamiento de una cadena formada por dos circuitos de Chua con diferente dinámica, conectados a un tercer circuito, siendo este el sistema de

Wien, usando el acoplamiento unidireccional mediante un control de retroalimentación de estados. En la Fig. 1 se muestra el diagrama de la cadena para las dos primeras partes del trabajo, donde se forma con un sistema de Chua con un término cúbico siendo este el que la no linealidad, seguido por un sistema de Wien, y al final otro sistema de Chua, siendo este el más usado, teniendo la no linealidad en los términos de valores absolutos; teniendo los dos casos unidireccionales, el unidireccional hacia la derecha, las flechas azules, y el unidireccional hacia la izquierda, las flechas naranjas, esto cambiando las ecuaciones de cada sistema de la siguiente manera.

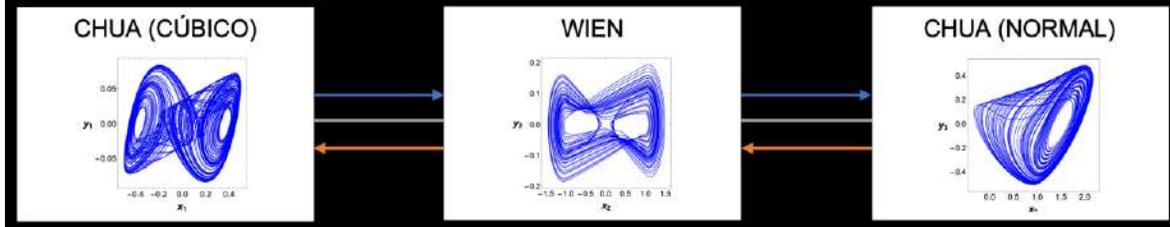


Figura 1 Diagrama de la cadena formada por tres circuitos caóticos autónomos conectados en forma unidireccional, denotada hacia la derecha con dos flechas azules; y la forma unidireccional hacia la izquierda denotada por dos flechas naranjas.

Para el sistema de ecuaciones que describen en sistema de Chua (cúbico) es el siguiente:

$$\frac{dx_1}{dt} = 10.1(y_1 - x_1^3 + 0.143x_1) + \underline{200(x_2 - x_1)}, \quad (1)$$

$$\frac{dy_1}{dt} = x_1 - y_1 + z_1 + \underline{200(y_2 - y_1)}, \quad (2)$$

$$\frac{dz_1}{dt} = -16y_1 + \underline{200(z_2 - z_1)}, \quad (3)$$

Las cuales solo son afectadas en el segundo caso (caso naranja), esto al ser maestro en el primer caso no tiene índices de acoplamiento que modifique sus sistemas, por esta razón, los términos finales están subrayados de naranja, al este solo aparecer en el caso unidireccional a la izquierda.

Para el sistema de ecuaciones que describen el sistema de Wien es el siguiente:

$$\frac{dx_2}{dt} = y_2 - 0.0021x_2 + \underline{200(x_1 - x_2)} + \underline{200(x_3 - x_2)}, \quad (4)$$

$$\frac{dy_2}{dt} = 0.038(-z_2 - y_2 - x_2 + 2.95(|x_2 + 1| - |x_2 - 1|)) + \underline{200(y_1 - y_2)} + \underline{200(y_3 - y_2)}, \quad (5)$$

$$\frac{dz_2}{dt} = 4.7y_2 + \underline{200(z_1 - z_2)} + \underline{200(z_3 - z_2)}. \quad (6)$$

Las cuales son afectadas en ambos casos, el caso unidireccional hacia la derecha (primer caso) y el unidireccional hacia la izquierda (segundo caso), es por ello que aparecen sus respectivos índices de acoplamiento, el subrayado en azul para el primer caso, y el subrayado en naranja para el segundo caso.

Para el sistema de ecuaciones que describen el sistema de Chua (normal) es el siguiente:

$$\frac{dx_3}{dt} = 6.45(y_3 - 0.56x_3 + 0.168(|x_3 + 1| - |x_3 - 1|)) + \underline{200(x_2 - x_3)}, \quad (7)$$

$$\frac{dy_3}{dt} = x_3 - y_3 + z_3 + \underline{200(y_2 - y_3)}, \quad (8)$$

$$(9)$$

$$\frac{dz_3}{dt} = -10y_3 + 200(z_2 - z_3).$$

Las cuales solo son afectadas en el primer caso, esto al ser el Maestro del caso unidireccional hacia la izquierda.

Para la tercera parte se modifica la alineación de la cadena, teniendo primero el sistema de Wien, después el sistema de Chua normal, y, por último, el sistema de Chua cúbico, tomando el caso unidireccional hacia la derecha, Fig. 2., teniendo las ecuaciones:

Para el sistema de ecuaciones que describen el sistema de Wien es el siguiente:

$$\frac{dx_2}{dt} = y_2 - 0.0021x_2, \tag{10}$$

$$\frac{dy_2}{dt} = 0.038(-z_2 - y_2 - x_2 + 2.95(|x_2 + 1| - |x_2 - 1|)), \tag{11}$$

$$\frac{dz_2}{dt} = 4.7y_2. \tag{12}$$

El cual las ecuaciones no son modificadas al ser el Maestro de la cadena. Para el sistema de ecuaciones que describen el sistema de Chua (normal) es el siguiente:

$$\frac{dx_3}{dt} = 6.45(y_3 - 0.56x_3 + 0.168(|x_3 + 1| - |x_3 - 1|) + 200(x_2 - x_3), \tag{13}$$

$$\frac{dy_3}{dt} = x_3 - y_3 + z_3 + 200(y_2 - y_3), \tag{14}$$

$$\frac{dz_3}{dt} = -10y_3 + 200(z_2 - z_3). \tag{15}$$

Estas ecuaciones tienen los índices de acoplamiento siendo el Esclavo del sistema de Wien. Para el sistema de ecuaciones que describen en sistema de Chua (cúbico) es el siguiente:

$$\frac{dx_1}{dt} = 10.1(y_1 - x_1^3 + 0.143x_1) + 200(x_3 - x_1), \tag{16}$$

$$\frac{dy_1}{dt} = x_1 - y_1 + z_1 + 200(y_3 - y_1), \tag{17}$$

$$\frac{dz_1}{dt} = -16y_1 + 200(z_3 - z_1), \tag{18}$$

Este sistema esta forzado por los dos anteriores, siendo el Esclavo del sistema.

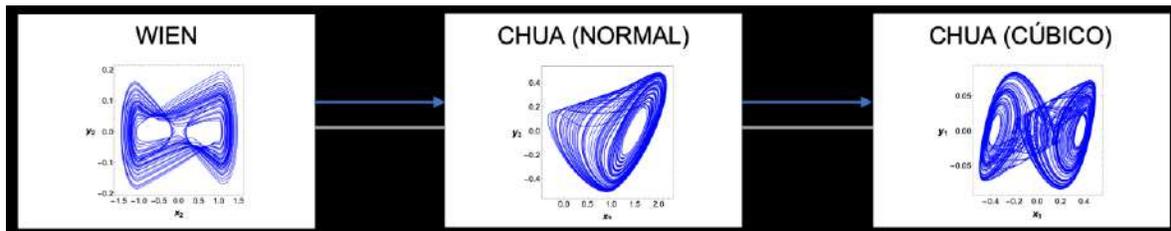


Figura 2 Diagrama de la cadena formada por tres circuitos caóticos autónomos conectados en forma unidireccional hacia la derecha, reacomodando la cadena original.

RESULTADOS

Para la primera parte del trabajo, en donde se hizo la cadena mostrada en la Fig. 1, caso unidireccional a la derecha, obtuvimos una sincronización completa en los tres canales, es decir, siguieron la misma dinámica, dada por el maestro, el Chua Cúbico, obteniendo las siguientes imágenes.

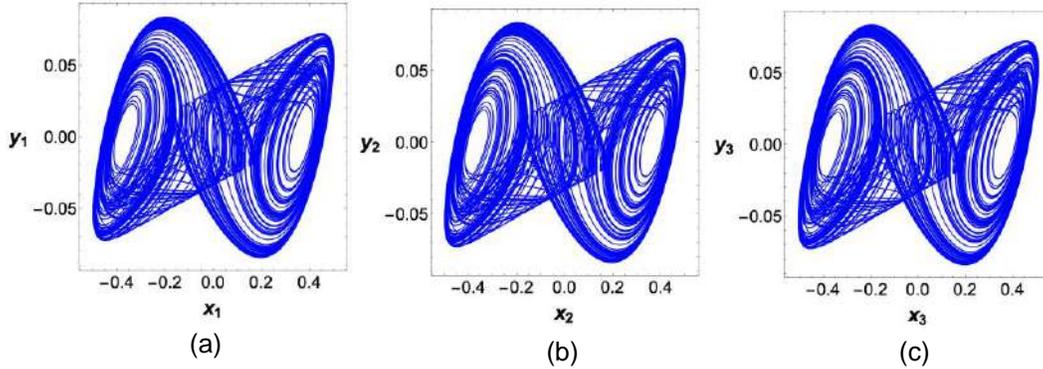


Figura 3 Diagramas del espacio fase para a) el sistema de Chua cúbico, b) el sistema de Wien, c) el sistema de Chua normal para el caso unidireccional hacia la derecha.

Para poder estudiar la sincronización en la cadena se analiza la relación de las señales (x, y, z) entre el primer sistema y el último, obteniendo las siguientes imágenes.

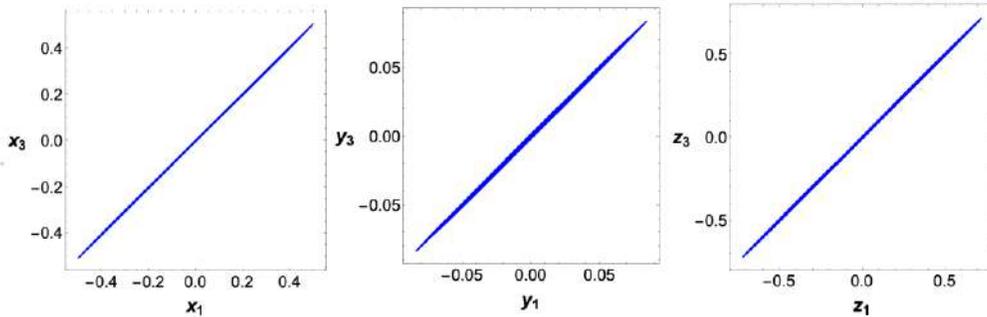


Figura 4 Estudio de la dinámica en los canales x, y, z entre el sistema de Chua cúbico y el Chua normal para el caso unidireccional hacia la derecha.

Para la segunda parte, en donde se hizo la cadena mostrada en la Fig. 1, caso unidireccional a la izquierda obtuvimos una sincronización completa en dos canales siguiendo la dinámica dada por el sistema de Chua normal, obteniendo las siguientes imágenes:

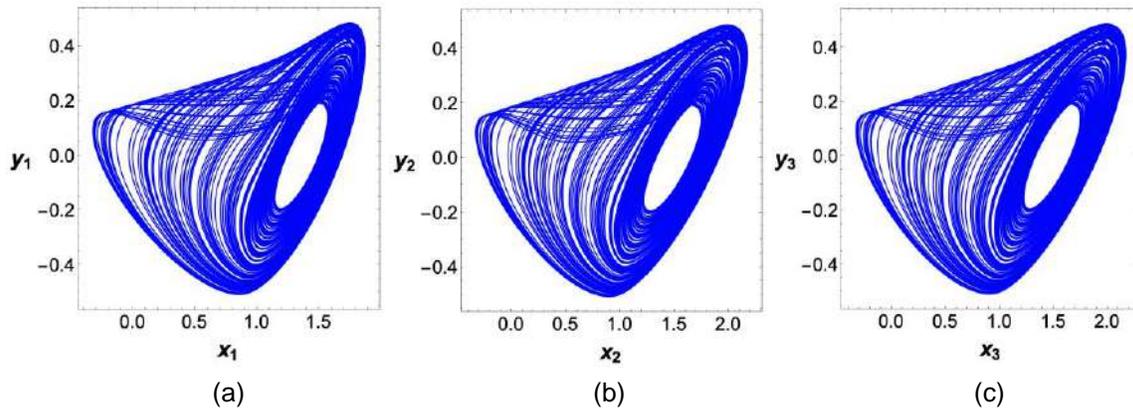


Figura 5 Diagramas del espacio fase para a) el sistema de Chua cúbico, b) el sistema de Wien, c) el sistema de Chua normal para el caso unidireccional hacia la izquierda.

Para poder estudiar la sincronización en la cadena se analiza la relación de las señales (x, y, z) entre el primer sistema y el último, obteniendo las siguientes imágenes.

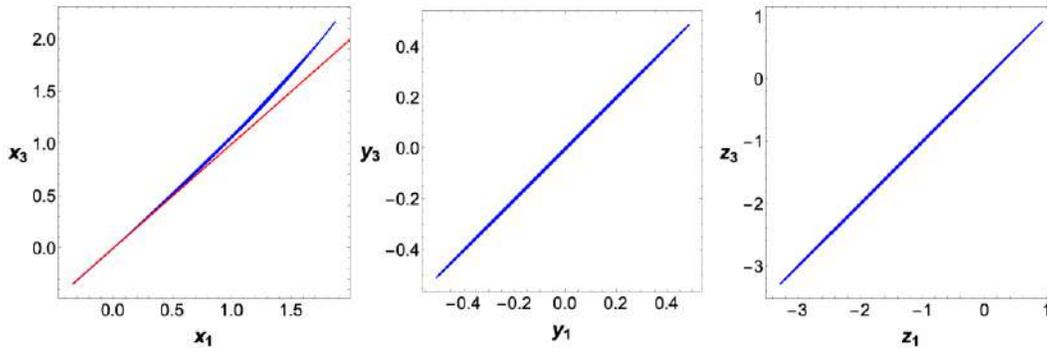


Figura 6 Estudio de la dinámica en los canales x, y, z entre el sistema de Chua cúbico y el Chua normal para el caso unidireccional hacia la izquierda.

Como se puede observar, obtuvimos una sincronización completa en dos canales $y_1 - y_3, z_1 - z_3$, mientras que en el canal $x_1 - x_3$, se observa una línea curvada, la línea roja representa una línea recta, para poder observar la curvatura.

Para la última parte, en donde se hizo la cadena mostrada en la Fig. 2, caso unidireccional a la derecha obtuvimos una sincronización parcial en la cadena en donde se sigue la dinámica del sistema de Wien, de esta manera obtenemos las siguientes figuras.

Como se puede observar, entre el sistema de Wien y el sistema de Chua cúbico se mantiene la dinámica original, pero en el sistema de Chua normal se inclina.

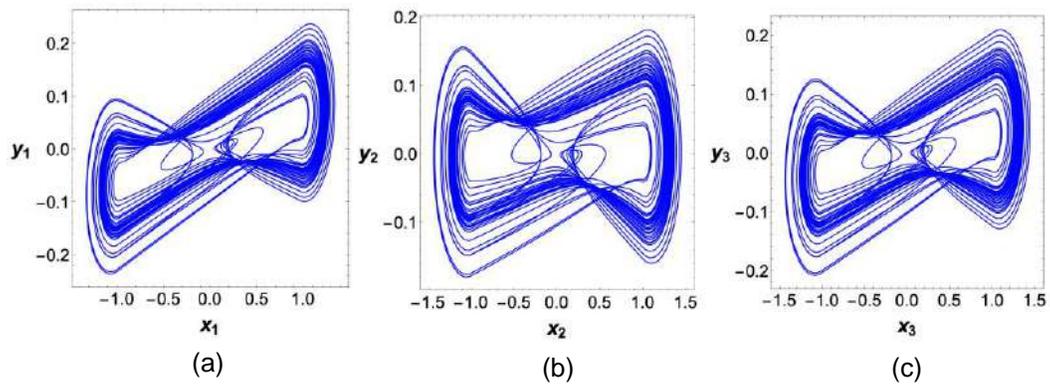


Figura 7 Diagramas del espacio fase para a) el sistema de Wien, b) el sistema de Chua normal, c) el sistema de Chua cúbico.

Para poder estudiar la sincronización en la cadena se analiza la relación de las señales (x, y, z) entre el primer sistema y el último, obteniendo las siguientes imágenes.

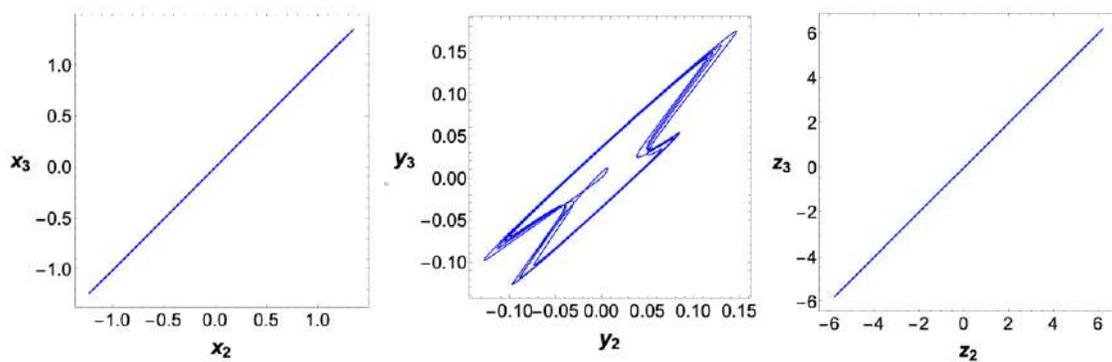


Figura 8 Estudio de la dinámica en los canales x, y, z entre el sistema de Wien y el Chua cúbico.

Al analizar la relación en la señal y vemos que no hay una sincronización, para un análisis de este caso, se gráfica la evolución de y_3 y y_2 respecto del tiempo, como se muestra en la siguiente gráfica.

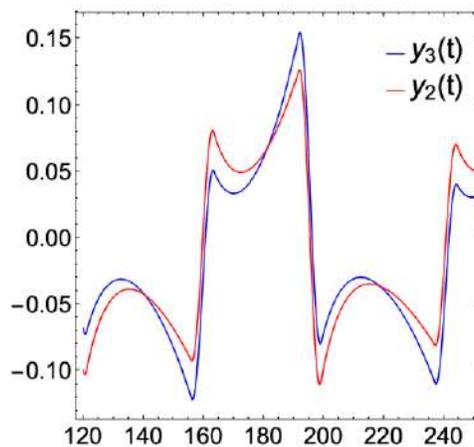


Figura 9 Evolución de y_3 y y_2 respecto del tiempo.

Como vemos en la Fig. 9, las dinámicas siguen la misma naturaleza, teniendo los mínimos y máximos pero desfasados, es decir, para algunos t la dinámica de y_3 está arriba de y_2 en sus puntos críticos respectivos, y para otros t , y_3 está debajo de y_2 en sus puntos críticos.

CONCLUSIONES

En las primeras dos partes del trabajo, se observa que a pesar de utilizar la misma cadena con los mismos índices de acoplamiento, se presentan diferencias en la sincronización en los casos de acoplamiento unidireccional. Esto sugiere que la sincronización puede ser más compleja para ciertos sistemas caóticos, lo cual tiene implicaciones importantes en la comprensión de la dinámica colectiva en sistemas complejos.

En la tercera parte del trabajo, se analizó el comportamiento de circuitos acomodados de manera diferente. Se encontró un desfase en la dinámica entre los canales y entre el sistema de Wien y el sistema de Chua normal. Sin embargo, se observó que la sincronización completa se restablece en el otro extremo de la cadena, específicamente en el sistema de Chua cúbico. Este hallazgo tiene implicaciones interesantes, ya que podría sentar las bases teóricas para la encriptación de información.

En resumen, las conclusiones obtenidas en este trabajo resaltan la importancia de considerar la sincronización y la organización de sistemas complejos en diferentes contextos. Además, se destaca la relevancia de entender cómo la disposición y el acoplamiento de los componentes pueden influir en la dinámica colectiva. Estos hallazgos no solo contribuyen al conocimiento científico en el campo de la física y la computación, sino que también tienen implicaciones potenciales en áreas como la seguridad de la información y las comunicaciones.

BIBLIOGRAFÍA

1. Xue, G.-Y., Yang, C., & Chua, L. O. (2003). *The Chua circuit handbook*. World Scientific.
2. Chau, K. T. (2011). *Chaos in electric drive systems: Analysis, control and application*. John Wiley & Sons.
3. Sedra, A. S., & Smith, K. C. (2015). *Microelectronic circuits: Theory and applications*. Oxford University Press. (Capítulo 10: "Amplificadores de retroalimentación y osciladores")
4. Horowitz, P., & Hill, W. (2015). *The art of electronics (3ª ed.)*. Cambridge University Press. (Capítulo 16: "Amplificadores de retroalimentación y osciladores")
5. Golosovsky, M., & Rosenblum, M. (2016). Synchronization of neural networks with nonlinear coupling. *Physical Review Letters*, 116(2), 024101.
6. Stankovski, T., Pereira, T., McClintock, P. V., & Stefanovska, A. (2017). Coupling functions: Universal insights into dynamical interaction mechanisms. *Reviews of Modern Physics*, 89(4), 045001.
7. Radford, A., Wu, J., Child, R., Luan, D., Amodei, D., Sutskever, I. (2019). Language models are unsupervised multitask learners. *OpenAI Blog*.

GENERACIÓN DE SEÑALES DE ELECTROCARDIOGRAMA A PARTIR DE UN MODELO DE OSCILADORES NO LINEALES

Ulises Uriostegui Legorreta¹, Mauricio Yamil Tame Soria¹, Luis Manuel García Valdivia¹.

¹Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, UMSNH

ulises.uriostegui@umich.mx

RESUMEN

En este estudio se analiza un sistema dinámico que consiste en tres osciladores no lineales acoplados bidireccionalmente. Dichos osciladores modelan el comportamiento de los marcapasos naturales del corazón. Se realizaron una serie de simulaciones para resolver numéricamente el sistema y generar señales de electrocardiogramas (ECG), espacios fase y diagramas de bifurcación. El modelo matemático reproduce señales ECG de corazones sanos y de pacientes que sufren trastornos de arritmia cardíaca. El acoplamiento de los tres osciladores no lineales genera varias patologías de arritmias cardíacas.

INTRODUCCIÓN

El estudio y comprensión del corazón, uno de los órganos vitales más importantes del cuerpo humano, ha sido objeto de un intenso escrutinio científico en diversas disciplinas. A lo largo de los años, se han desarrollado diferentes enfoques para investigar y modelar matemáticamente el funcionamiento cardíaco, lo que ha contribuido significativamente a nuestra comprensión de su complejidad y dinámica.

Uno de los enfoques más relevantes en el modelado del corazón es el uso de sistemas dinámicos no lineales, que permiten representar y analizar las interacciones no lineales entre los componentes del sistema cardiovascular. Estos modelos matemáticos han demostrado ser efectivos para describir fenómenos cardíacos complejos y proporcionar una visión más profunda de su comportamiento.

En particular, los sistemas de osciladores no lineales acoplados bidireccionalmente han surgido como una herramienta prometedora para la modelización del corazón y el análisis de su ritmo. Este enfoque ha sido estudiado en diversos trabajos científicos, como se muestra en la referencia [1], donde se propone un modelo basado en osciladores no lineales para representar el comportamiento cardíaco y se examina su capacidad para simular patrones de actividad electrocardiográfica.

La generación de señales de electrocardiograma (ECG) desempeña un papel fundamental en el análisis y la comprensión de las posibles anomalías en el ritmo cardíaco. En este contexto, se ha planteado el uso de modelos matemáticos, como el sistema de osciladores no lineales acoplados bidireccionalmente, para generar un conjunto de entrenamiento que permita mejorar la caracterización y clasificación de las señales de ECG reales.

Este trabajo tiene como objetivo principal utilizar un modelo matemático de osciladores no lineales para generar un conjunto de señales de ECG para que sirva como base para el entrenamiento de una red neuronal. La red neuronal se utilizará para analizar y caracterizar las señales de ECG reales, con el fin de identificar patrones distintivos asociados a diferentes anomalías cardíacas.

En resumen, el modelado matemático del corazón mediante sistemas dinámicos no lineales, como el sistema de osciladores no lineales acoplados bidireccionalmente, ha demostrado ser una aproximación prometedora para entender su funcionamiento. La generación de señales de ECG a partir de estos modelos abre nuevas oportunidades para mejorar la detección y clasificación de

anomalías en el ritmo cardíaco, lo que podría tener implicaciones significativas en el diagnóstico y tratamiento de enfermedades cardíacas.

TEORÍA

Para modelar la actividad eléctrica del corazón se usaron ecuaciones de reacción-difusión. El modelo Barrio-Varea-Aragon-Maini (BVAM) es un sistema de reacción-difusión generalizado [2]. Las ecuaciones diferenciales parciales (EDP) adimensionales que representan el sistema dinámico son

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} &= D\nabla^2 u + \eta(u + av - Cuv - uv^2), \\ \frac{\partial v}{\partial t} &= \nabla^2 v + \eta(bv + Hu + Cuv + uv^2).\end{aligned}$$

Donde u y v son variables que interactúan y dependen de la posición x y el tiempo t , el coeficiente de difusión D será constante. Las variables η , a , b , C son parámetros del sistema. En este caso las condiciones de frontera serán las de cero flujos, se debe a que buscamos patrones autorregulatorios y la frontera sin flujo representa un sistema sin interacciones externas. Para las simulaciones se usarán los valores para los parámetros: $\eta = 1$, $a = -1$ y $b = -3$. Con estos valores el modelo está en una región donde produce oscilaciones no lineales en un medio excitable y cumple los requerimientos básicos para modelar el pulso cardíaco. Aplicando el método de la descripción de Euler simple a un Laplaciano discretizado, se transforma el sistema de EDP a un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1 - x_2 - Cx_1x_2 - x_1x_2^2, \\ \dot{x}_2 &= Hx_1 - 3x_2 + Cx_1x_2 + x_1x_2^2 + \beta(x_4 - x_2), \\ \dot{x}_3 &= x_3 - x_4 - Cx_3x_4 - x_3x_4^2, \\ \dot{x}_4 &= Hx_3 - 3x_4 + Cx_3x_4 + x_3x_4^2 + \beta(x_6 - 2x_4 + x_2), \\ \dot{x}_5 &= x_5 - x_6 - Cx_5x_6 - x_5x_6^2, \\ \dot{x}_6 &= Hx_5 - 3x_6 + Cx_5x_6 + x_5x_6^2 + \beta(x_4 - x_6).\end{aligned}$$

Donde $\beta = \frac{1}{(\Delta x)^2}$ es la constante de acoplamiento en el laplaciano discretizado, Δx es el tamaño del paso en la discretización. Estos tres osciladores acoplados se pueden interpretar como los tres marcapasos naturales del corazón: el nodo SA, el nodo AV y el complejo His-Purkinje.

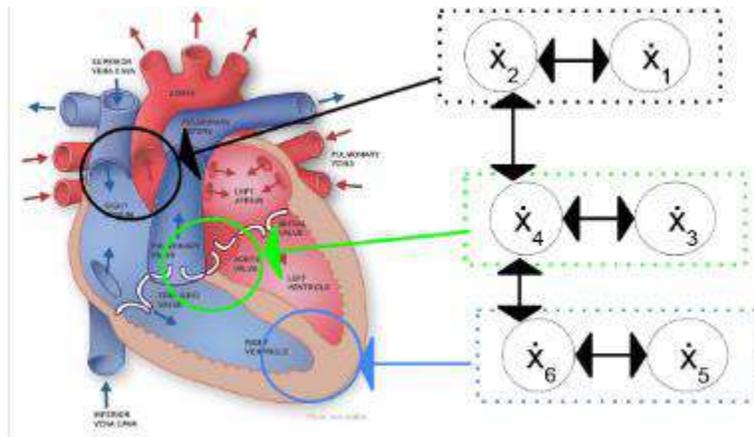


Figura 1 Relación de los marcapasos naturales cardíacos con las variables no lineales $x_1 - x_6$ del modelo discretizado. Los potenciales de acción del nodo SA, el nodo AV y el complejo His-Purkinje se representan mediante tres osciladores acoplados, respectivamente.

Mediante la integración numérica, se observa que los pares de variables x_1, x_5 y x_2, x_6 no son independientes debido a la simetría del sistema. Por lo tanto, es posible reducir el sistema con un cambio de variable $x_6 = x_2$ que implica $x_5 = x_1$. El modelo final es un sistema de EDO con 4 variables y 4 ecuaciones.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_1 - x_2 - Cx_1x_2 - x_1x_2^2, \\ \dot{x}_2 &= Hx_1 - 3x_2 + Cx_1x_2 + x_1x_2^2 + \beta(x_4 - x_2), \\ \dot{x}_3 &= x_3 - x_4 - Cx_3x_4 - x_3x_4^2, \\ \dot{x}_4 &= x_3 - x_4 - Cx_3x_4 - x_3x_4^2. \end{aligned}$$

SIMULACIÓN NUMÉRICA

Para las simulaciones ejecutamos el algoritmo de Runge-Kutta de cuarto orden con el paso de tiempo $\Delta t = 0.005$ y con una perturbación del origen como condiciones iniciales: $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0.1, x_4 = 0$. Los valores para los parámetros serán $C = 1.35$ y $\beta = 4$.

Diagramas de bifurcación

Los diagramas de bifurcación se generaron con ciclos límite a partir de $t > 500$ durante 60 segundos variando el parámetro H de 0 a 9 a un paso de $\Delta H = 0.001$.

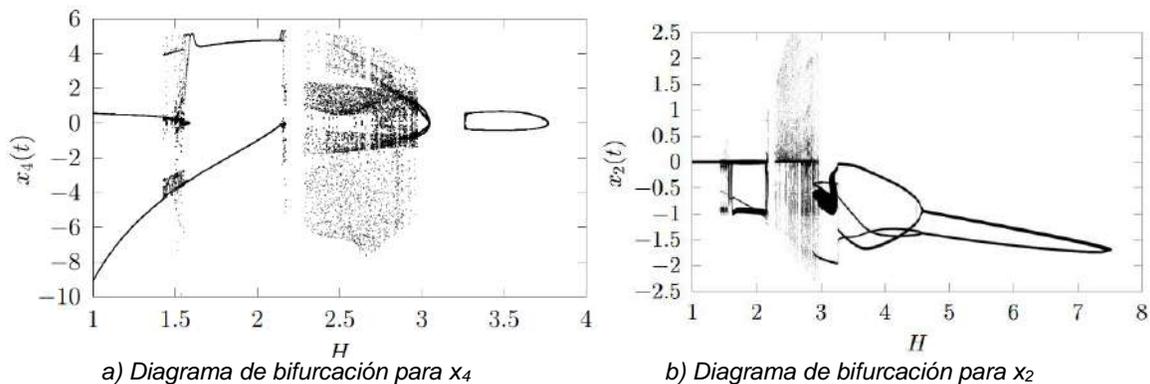


Figura 2: Diagramas de bifurcación variando el parámetro H y usando $x_3 = 0$.

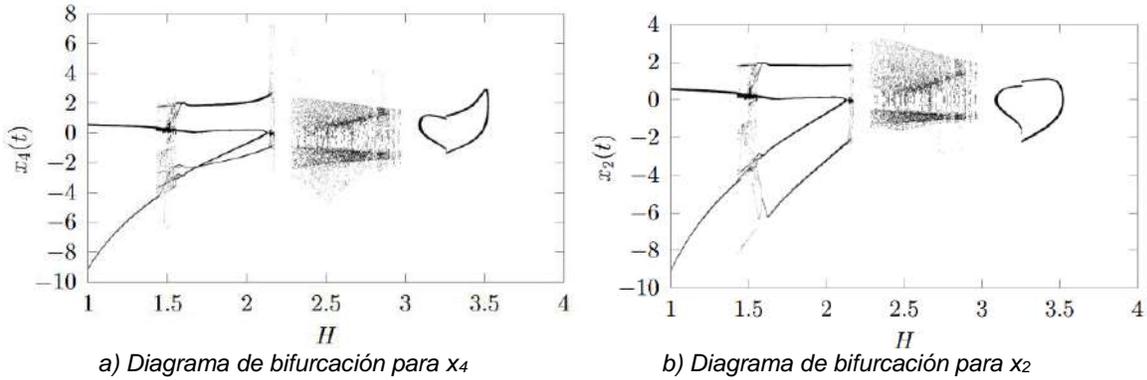


Figura 3: Diagramas de bifurcación variando el parámetro H y usando $x_1 = 0$.

Espacio fase

Se generaron espacios fase para diferentes valores de H . Para el valor $H = 7$ el espacio fase (x_3, x_4) tiene un ciclo límite figura 4 (a). Con el valor $H = 2.71$ el sistema se encuentra en el régimen caótico, se observa el espacio fase (x_3, x_4) en la figura 4 (b). Con el valor de $H = 3.56$ el sistema tiene periodo doble, el espacio fase (x_3, x_4) se muestra en la figura 5 (a) y en la figura 5 (b) se muestra el espacio fase de las variables (x_1, x_2)

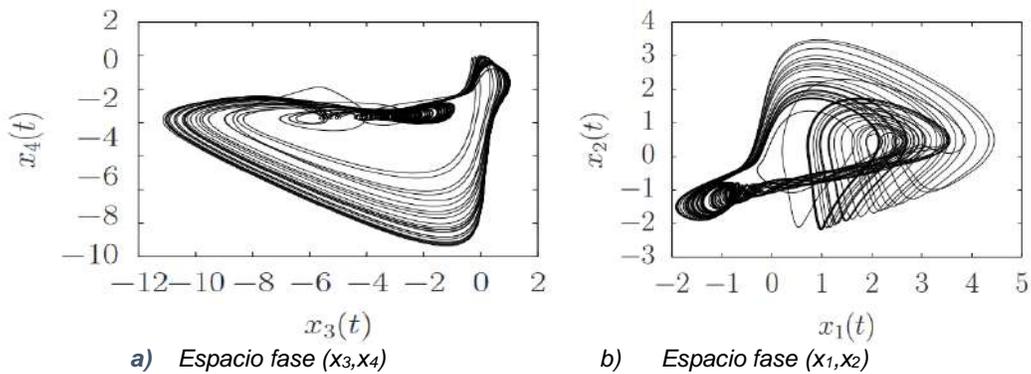


Figura 4: Espacio fase $H=3.56$

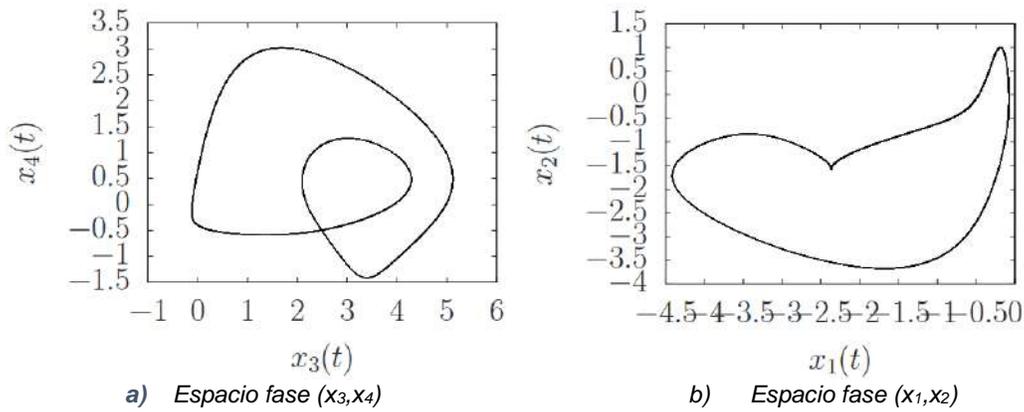


Figura 5: Espacio fase $H=3.56$

RESULTADOS

Las señales de ECG se generan con una combinación lineal de las 4 soluciones x_i del sistema. De esta manera las señales de ECG tienen la forma

$$ECG(t) = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3 + \alpha_4 x_4.$$

Debido a que las ecuaciones del modelo son adimensionales, es necesario agregar un factor de escala λ para obtener señales de ECG con oscilaciones correctas en el tiempo. De esta manera el sistema que se resuelve es $\dot{x} = \lambda f(x, t)$. Para generar una señal de ECG que se aproxime al ritmo sinusal normal se usan los valores de $\alpha_1 = -0.024$, $\alpha_2 = 0.0216$, $\alpha_3 = -0.0012$, $\alpha_4 = 0.12$, $\lambda = 7$ y $H = 3$, además de los valores fijos de C y β . En la figura 6 se muestra la señal generada con el modelo desde un tiempo $t = 100$ hasta $t = 106$.

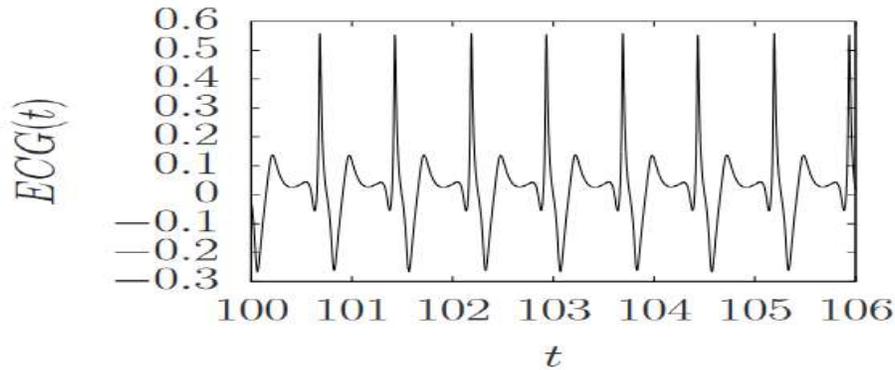


Figura 6: ECG del ritmo sinusal normal.

Para generar las arritmias se usan los parámetros $C = 1.35$ y $\beta = 4$ para resolver el sistema, una vez que se calculan las x_i podemos hacer la combinación lineal de las soluciones. La simulación de la taquicardia sinusal se muestra en la figura 7, se utilizan los valores de $\lambda = 7$, $H = 2.848$, $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = -0.1$, $\alpha_3 = 0$, $\alpha_4 = 0$.

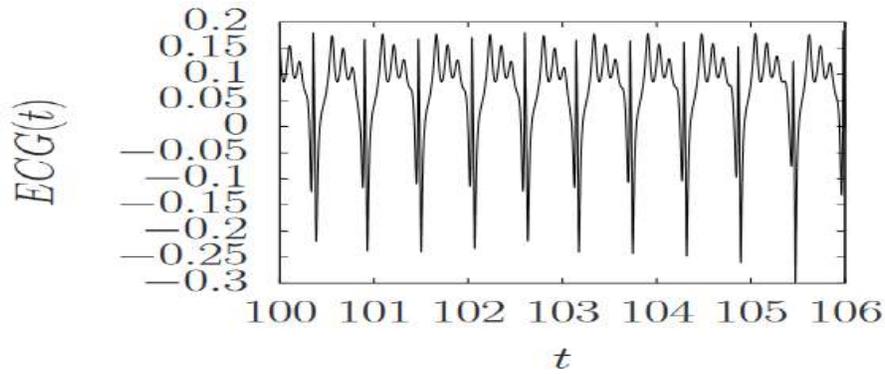


Figura 7 Taquicardia sinusal.

La condición llamada aleta auricular se muestra en la figura 8, para generar el ECG se utilizan valores de $\lambda = 13$, $H = 2.52$, $\alpha_1 = -0.068$, $\alpha_2 = 0.028$, $\alpha_3 = -0.024$, $\alpha_4 = 0.12$.

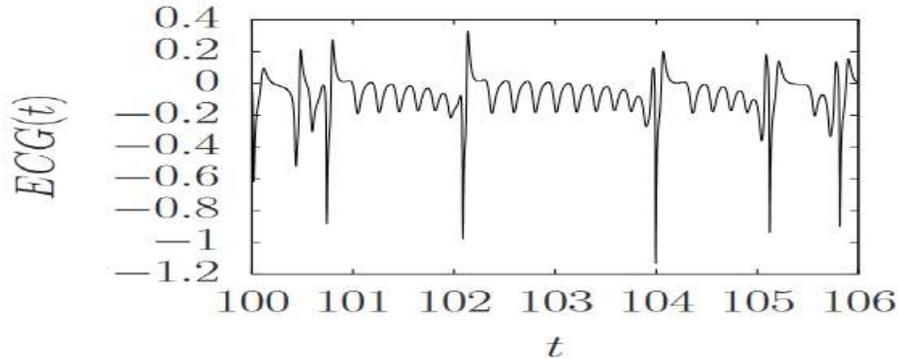


Figura 8 Aleta auricular.

La taquicardia ventricular se genera con los datos $\lambda = 21$, $H = 2.178$, $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = 0$, $\alpha_3 = 0$, $\alpha_4 = -0.1$. La señal de ECG se muestra en la figura 9.

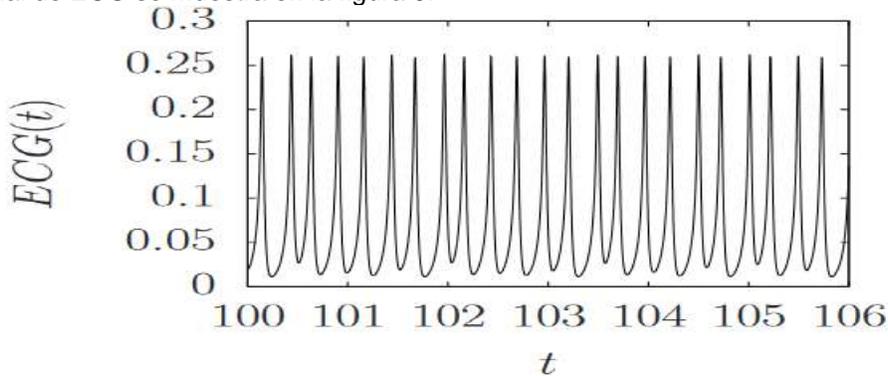


Figura 9 Taquicardia Ventricular.

La aleta ventricular se genera con los datos $\lambda = 13$, $H = 2.178$, $\alpha_1 = 0.1$, $\alpha_2 = -0.02$, $\alpha_3 = -0.01$, $\alpha_4 = 0$. La señal de ECG se muestra en la figura 10.

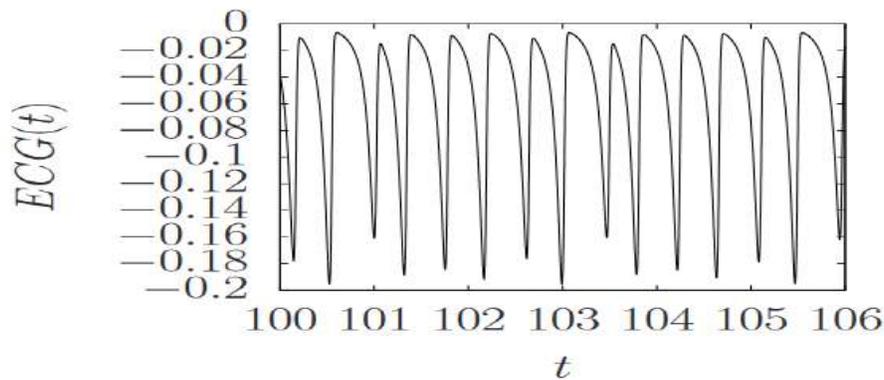


Figura 10 Aleta ventricular.

CONCLUSIONES

En este trabajo se estudia un modelo para generar señales de electrocardiograma basado en un sistema dinámico de tres osciladores no lineales acoplados bidireccionalmente que simulan los principales marcapasos del corazón. El modelo reproduce electrocardiogramas de corazones sanos y de pacientes que sufren varios trastornos del ritmo bien conocidos. En particular, se muestra que, bajo fibrilación ventricular, la señal del electrocardiograma es caótica y la transición del ritmo sinusal al caos es consistente con la ruta Ruelle-Takens-Newhouse al caos, como indican los resultados numéricos. El acoplamiento de los tres osciladores no lineales genera varias patologías de arritmias cardíacas, por lo que se ha realizado un estudio numérico para caracterizar los parámetros de control para cada patología y encontrar el rango de cada parámetro. Los resultados numéricos demuestran que las señales de electrocardiograma generadas sirven para el entrenamiento de redes neuronales, para la detección de arritmias cardíacas en tiempo real. Este modelo de osciladores no lineales constituye una herramienta útil para fines de investigación, educación médica y ensayos clínicos.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Quiroz-Juárez, M. A., Jiménez-Ramírez, O., Vázquez-Medina, R., Breña-Medina, V., Aragón, J. L. y Barrio, R. A. (2019). Generation of ECG signals from a reaction-diffusion model spatially discretized. *Scientific Reports*, 9(1), 19000.
- [2] Berenfeld, O. y Abboud, S. Simulation of cardiac activity and the ecg using a heart model with a reaction-diffusion action potential. *Med. Eng. Phys.* 18, 615–625 (1996).

ANÁLISIS DE CALIDAD DE TIERRAS AGRÍCOLAS POR ESPECTROSCOPÍA UV-VIS

José Eduardo Medina Magallón^{1,*}, Mary Carmen Peña Gomar², Valentina García Garduño¹,
Vladimir Isaí Ayala Cendejas¹,

Kimberly Joana Calderón Quintana¹, Héctor Pérez Aguilar², Fátima Alondra Equihua Elías¹,
Leonardo Rivadeneuira Velásquez¹.

¹Instituto Tecnológico del Valle de Morelia, ²Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.

*jmedinamagallon@gmail.com

RESUMEN

En este trabajo se muestra un estudio numérico y experimental para el análisis de tierra de zonas agrícolas. Para el estudio numérico del análisis de suelos que presentan diferente composición en su estructura hacemos uso del Método de la Matriz de Transferencia permitiendo hacer un análisis de sistemas físicos que presentan algún tipo de interacción entre distintos medios al interactuar con la luz. Al comparar los resultados del análisis químico del suelo con los resultados obtenidos a través de nuestro modelo nos permite determinar la región del espectro electromagnético que caracteriza la presencia de los elementos presentes en la estructura del mismo, como es el fósforo. El estudio experimental se realizó por medio de espectroscopía UV-VIS para analizar y clasificar muestras. El sistema de espectroscopía que se implementó consistió en un espectrómetro mini Ocean Optics de un rango de 200 a 1025 nm, una lámpara Deuterio-Alógeno y una sonda de reflexión de 600 micras. Se analizaron diferentes muestras de tierras utilizadas para el cultivo, estas muestras presentaban diferente coloración que está relacionada a presencia de minerales como laterita que da una coloración rojiza. Los resultados de los espectros de absorción mostraron diferencias espectrales para los tipos de tierra analizadas. Estos resultados pueden ser complementados con otro tipo de análisis con otras técnicas convencionales para extender el estudio. Estableciéndose así una base para el desarrollo de procedimientos de caracterización de suelos por medio de la utilización de sensores ópticos y otros dispositivos de este tipo.

INTRODUCCIÓN

El estudio del comportamiento de la luz revela una serie de características y efectos al interactuar con la materia, que nos permite desarrollar algunas teorías sobre su naturaleza. Esto ha dado como resultado un formidable desarrollo de nuevos dispositivos y materiales que son de gran utilidad para estudiar y caracterizar de manera más efectiva distintos sistemas físicos, como es los tipos de suelos existentes en nuestro planeta. Es por esto, que la tecnología nanofotónica se plantea como una candidata seria para resolver distintos problemas [1], algunos de ellos son los relacionados con el estudio de las tierras destinadas a convertirse en campos de cultivo.

Actualmente es de suma importancia la calidad de los suelos destinados a ser campos de cultivo, por lo que, el análisis de suelos en el hábito agrícola permite determinar las características nutricionales de las zonas de cultivo y así poder determinar qué elementos serán necesarios para incrementar la productividad, además de determinar las estrategias adecuadas para lograr incrementar la calidad de la tierra, entre otras [2]. En el análisis de suelos, tradicionalmente se realizan caracterizaciones físicas y químicas. Dentro de las físicas, la espectroscopía visible [3], la cual se ha utilizado para determinar materia orgánica en suelos permitiendo indicar la calidad de sustancias húmicas y el nivel de humedad adecuado para su utilización. Otra técnica es la aplicación de los sensores ópticos en cultivos hortícolas, aunque escasa, recientemente se han realizado diversos experimentos que han puesto de relieve el potencial de estos sensores como apoyo para la fertilización nitrogenada de algunos cultivos hortícolas intensivos como: pimiento, pepino, tomate, patata y melón; demostrando la sensibilidad y capacidad de estos dispositivos para detectar el estado de ciertos cultivos.

A continuación se describe el método utilizado para el desarrollo del análisis numérico de las tierras agrícolas, el cual es el Método de la Matriz de Transferencia, posteriormente damos una descripción del sistema de espectroscopía UV-VIS utilizado para desarrollar la parte experimental.

MÉTODO DE LA MATRIZ DE TRANSFERENCIA

Los recubrimientos multicapas tienen útiles aplicaciones. Por ejemplo: en la construcción de películas antirreflejantes (recubrimientos que reducen la reflectancia de una superficie), películas que aumentan la reflectancia de superficies de manera controlada, dando como resultado divisores de haz de porcentajes variados, en condiciones apropiadas se pueden emplear recubrimientos multicapas como filtros y polarizadores [4].

Para conocer la transmitancia y reflectancia de un sistema multicapas, es necesario considerar la contribución de cada una de las capas que constituyen el sistema. La contribución de cada interfaz esta dada por los coeficientes de Fresnel, pero además es necesario considerar el cambio de fase que se genera por la propagación de las ondas a través de cada película, el cual depende del índice de refracción del material y su espesor.

$$\varphi = \frac{2\pi n_p d_p}{\lambda},$$

donde n_p y d_p son el índice de refracción y el espesor de la película respectivamente [5]. Cuando la onda incide a un ángulo diferente de cero, el camino óptico que influye sobre el cambio de fase es el espesor de la película multiplicado por el coseno del ángulo de propagación en la película. Definiéndose entonces de manera general la ecuación para la fase como:

$$\varphi = \frac{2\pi n_p d_p \cos \theta_p}{\lambda},$$

Donde θ_p es el ángulo de propagación en la película [5]. En un sistema de múltiples capas, cada capa modifica la onda incidente de dos maneras diferentes, desviando el ángulo de propagación debido a la interfaz, y cambiando la fase de la onda debido a la distancia (proporcional al espesor de la película) que se propaga, existe un formalismo matricial que nos permite calcular estas contribuciones, para obtener el desempeño espectral de un sistema multicapas. Para cada interfaz del sistema se calcula el efecto que tienen las amplitudes de los campos ante un cambio de medio mediante la matriz de transmisión:

$$M_t = \frac{1}{t_{ij}} \begin{pmatrix} 1 & r_{ij} \\ r_{ij} & 1 \end{pmatrix},$$

donde t y r son los coeficientes de Fresnel para cada polarización de la onda incidente. La contribución del cambio de fase a través de la capa, se calcula mediante la matriz de propagación:

$$M_p = \begin{pmatrix} e^{-i\varphi} & 0 \\ 0 & e^{i\varphi} \end{pmatrix},$$

Multiplicando estas dos matrices se obtiene la matriz de transferencia de cada capa del sistema:

$$M_n = M_t M_p.$$

De los elementos de la matriz total del sistema M se pueden obtener los coeficientes de Fresnel totales, con lo que se puede encontrar la reflectancia y transmitancia del sistema óptico.

ESPECTROSCOPIA UV-VIS

La espectroscopía óptica es una técnica analítica que mide la cantidad de longitudes de onda que son absorbidas o transmitidas a través de una sustancia, en el caso de la UV-VIS se considera desde el rango ultravioleta hasta el rango visible.

El sistema de espectroscopía por reflexión consiste en una lámpara UV-VIS de Deuterio y Alógeno que envía la luz por medio de una sonda de fibra óptica bifurcada. La sonda tiene en su extremo una ventana en ángulo de 30° que elimina los efectos de la luz especular. La luz reflejada de la muestra es recolectada por la sonda y enviada al espectrofotómetro para su procesamiento de datos. El sistema es mostrado en Fig. 1.

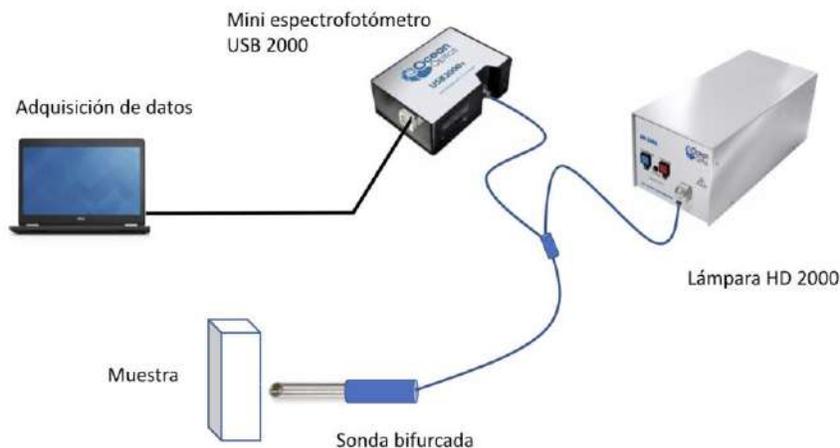


Fig. 1. Sistema de espectroscopía por reflexión.

RESULTADOS

A continuación se describe el procedimiento utilizado para obtener las muestras de suelos. Los pasos a seguir son los siguientes:

1. Identificar el terreno
2. Observar el área.
3. Realizar una excavación en forma de triángulo sobre el suelo.
4. Excavar 20 cm aproximadamente.
5. Realizada la excavación se realiza la recolección de la tierra.
6. Utilizar un costal y dividir en 4 partes con unas ramas dispuestas en forma de cruz.
7. Hacerlo en forma triangular, 5m cada separación.
8. Esto se realizará en cada parte del terreno.
9. Se seleccionará la tierra mas adecuada y se descarga la menos conveniente.
10. Se juntará y llevará a una bolsa con los datos correspondientes.
11. Se ponen en celdas de plástico las diferentes muestras obtenidas.

Las muestras de suelos que se muestran en la Fig. 2 corresponden Tierra Colorada (C1), es de la más fértiles que existen, que tiene un color característico rojizo derivado a una alta cantidad de hierro. Fue extraída de los alrededores del lago de Zirahuén, Michoacán. La muestra (D1) es del tipo arcilloso arenosa, esta fue extraída del ITVM ubicado en la frontera de Morelia y Tarímbaro, Michoacán. Por último, La tierra correspondiente a la muestra (E1) fue extraída de los alrededores del Tecnológico Morelia.

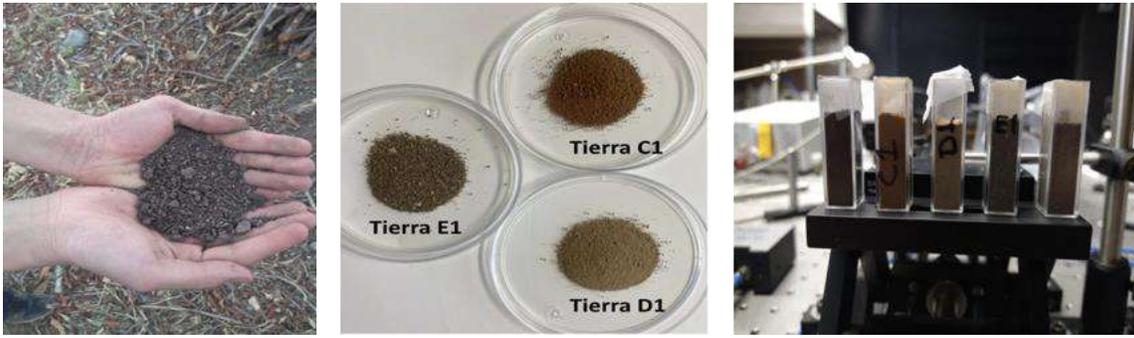


Fig. 2. Imágenes correspondientes a las muestras de tierra, así como ya preparadas en celdas de plástico para realizar las mediciones correspondientes.

Para realizar el análisis de las tierras hemos utilizado el sistema de espectroscopía que consistió en un espectrómetro mini Ocean Optics de un rango de 200 a 1025 nm, una lámpara Deuterio-Alógeno y una sonda de reflexión de 600 micras, que está esquematizado en la Fig. 1. Los suelos analizados son del tipo arcilloso y arcillosos-arenoso, sin embargo aún y cuando dos suelos sean del mismo tipo, no necesariamente tienen la misma composición en minerales y otros compuestos, ya que de acuerdo a ello el espectro que emiten varía.

En la Fig. 3, se observan los espectros de reflectancia para las tierras analizadas. Se puede apreciar que las tres tierras presentan una zona de absorción alrededor de 500 nm. La muestra C1 es una tierra que presenta un contenido de hierro que le da el color característico y es congruente con espectros reportados en la literatura donde se observa la zona baja de la reflectancia. En cuanto a la muestra D1, tiene un mayor valor espectral debido a que el tamaño de grano es menor en comparación con las otras dos muestras.

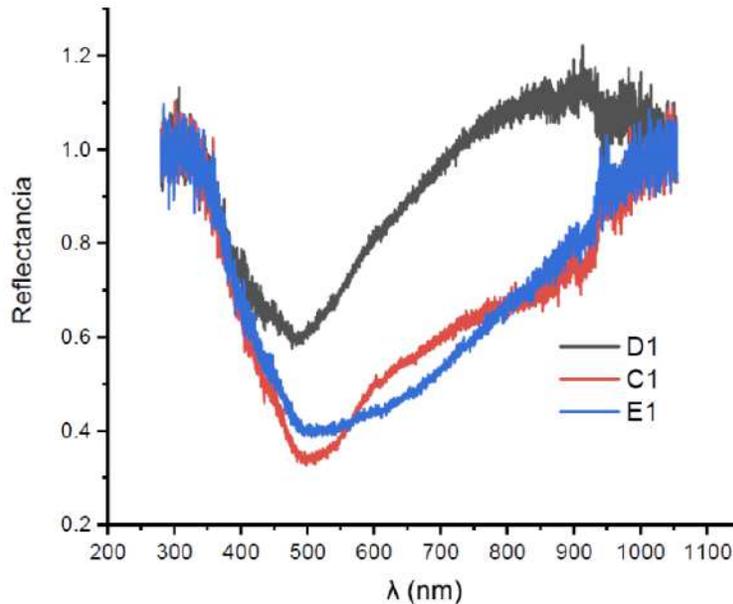


Fig. 3. Gráficas de la reflectancia como función de la longitud de onda en nm correspondientes a los diferentes tipos de suelo.

En nuestro análisis numérico se consideró un sensor plasmónico de tipo Krestmann, por ello se optó a analizar la Reflectancia correspondiente a diferentes compuestos que están presentes en los suelos, considerando de manera separada cada uno de ellos para nuestro análisis, que en este caso consideraremos materiales cuya presencia es importante, como lo es el silicio, magnesio, calcio y cloruro de sodio, cuyos índices de refracción son 4.01, 1.735, 1.43, 1.544, respectivamente. En la Fig. 4, se muestran las reflectancias correspondientes a las sustancias mencionadas anteriormente.

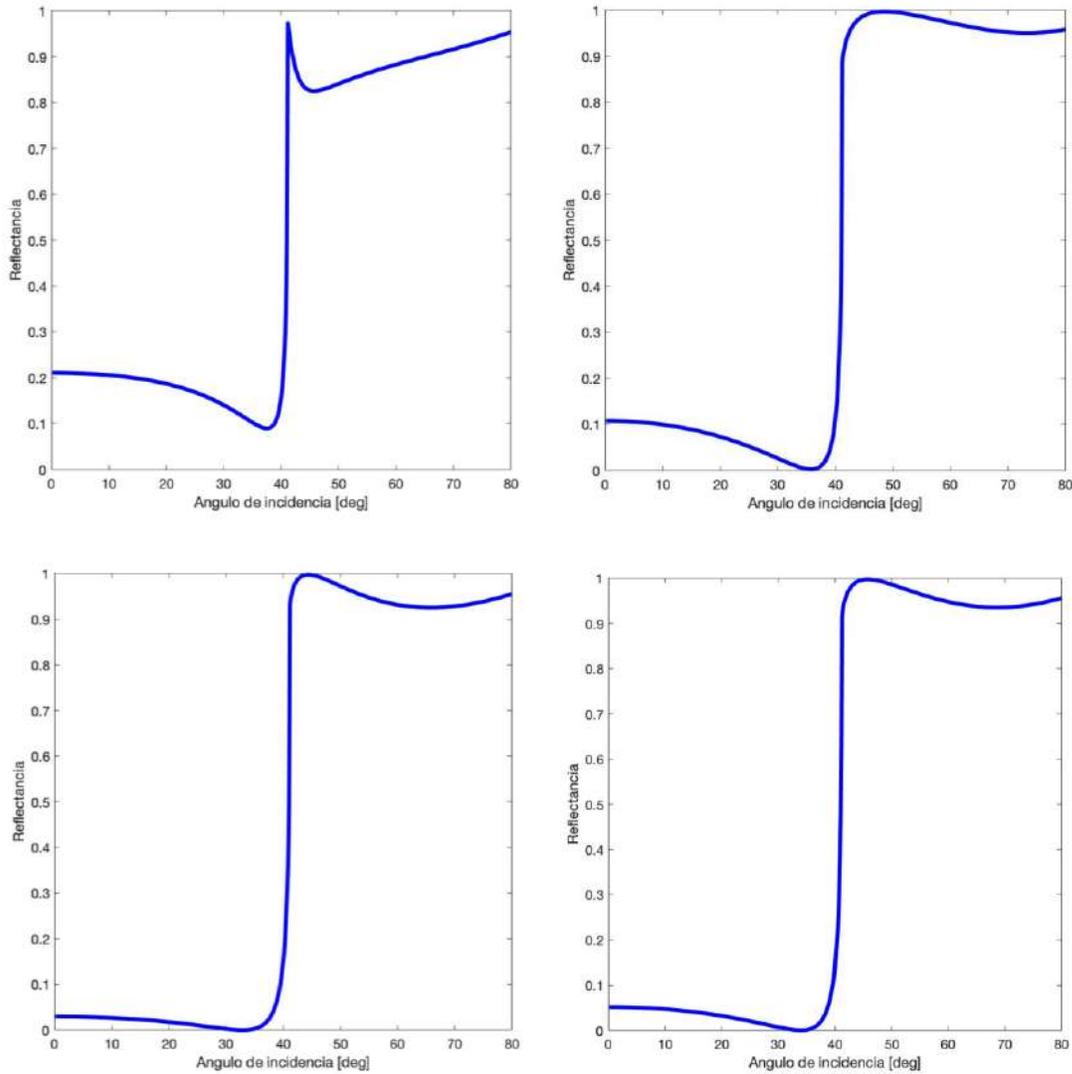


Fig. 4. Reflectancia correspondiente (a) Silicio, (b) Magnesio, (c) Calcio y (d) Cloruro de Sodio.

De las gráficas mostradas en la Fig. 4 vemos que hay una especie de resonancia en un ángulo de incidencia θ_0 de 40° , notamos que la curva de reflectancia cambia según la sustancia analizada. Los minerales de la arcilla son filosilicatos de aluminio hidratados y, dependiendo de si el origen es marino o terrestre, contienen cantidades variables de hierro, magnesio, metales alcalinos, tierras alcalinas y otros cationes que les confieren las propiedades terapéuticas.

CONCLUSIONES

Los espectros de Reflectancia presentan diferencias significativas entre los tres tipos de tierras analizadas. La muestra de tierra rojiza (C1), esta conformada por una cantidad considerable de hierro. La curva espectral presenta una caída en la zona de 500 nm relacionada a la presencia de hierro. Las muestras E1 y C1 tienen comportamientos similares y en las imágenes (Fig. 3) se puede apreciar que la tonalidad y el tamaño de grano son comparables. La muestra D1 es una tierra con un tamaño de grano más fino, con coloración café claro. Esta muestra también presenta una caída en la reflectancia en la misma zona pero en menor intensidad. El tamaño de grano presenta mayor reflectancia difusa que no fue medida en los espectros y que está relacionada valores de la reflectancia menores.

Estos resultados pueden ser complementados con otro tipo de análisis con otras técnicas convencionales para extender el estudio. Estableciéndose así una base para el desarrollo de procedimientos de caracterización de suelos por medio de la utilización de sensores ópticos y otros dispositivos de este tipo.

BIBLIOGRAFÍA

1. Bravo-Abad, J. (2006). Transmisión resonante de luz a través de láminas metálicas nanoestructuradas. Universidad Autónoma de Madrid, Madrid, España.
2. Murphy, R. P., Montes-Molina, J. A., Govaerts, B., Six, J., van Kessel, C., & Fonte, S. J. (2016). Crop residue retention enhances soil properties and nitrogen cycling in smallholder maize systems of Chiapas, Mexico. *Applied Soil Ecology*, 103, 110-116.
3. Thomasson, J. A., Sui, R., Cox, M. S., & Al-Rajehy, A. (2001). Soil reflectance sensing for determining soil properties in precision agriculture. *Transactions of the ASAE*, 44(6), 1445.
4. Born, E. W. M. (1999). "Principles of optics."
5. Saleh, B. E. A. (2007). "Fundamentals of Photonics."

LA MUJER EN LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS

María Norma Palacios Ramírez¹, Abraham Luna Castellanos², Joel Omar Yam Gamboa³, María del Rayo Aparicio Fernández⁴, Roberto Romano Rivera⁵

^{1,2,5}Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica

^{1,3}Universidad Autónoma del Estado de Quintana Roo

⁴Centro Universitario de los Lagos, UDG

npalacios@inaoep.mx

RESUMEN

La reciente pandemia nos ha permitido distinguir con mayor claridad la importancia que las ciencias tienen en diversas actividades de la vida cotidiana del ser humano. Por tradición, en muchas sociedades la crianza y enseñanza de los niños y jóvenes es fundamentalmente tarea de las mujeres. No obstante, la participación de las mujeres en educación superior, en el rol de docentes ha crecido, lo mismo sucede en áreas de ciencias e ingeniería, cada vez un mayor número de mujeres se inscriben en carreras antiguamente identificadas solo para hombres. La formación de los docentes en ciencias es fundamental, debemos contar con docentes de ciencias que además de contar con los conocimientos disciplinares necesarios posean las herramientas didácticas suficientes para lograr motivar a los estudiantes en su estudio, coadyuvando a disminuir los altos índices de reprobación observados en las materias de ciencias de todos los niveles educativos. Es en este sentido que la Maestría en Enseñanza de Ciencias Exactas (MECE) del Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica (INAOE) encamina sus esfuerzos, incidiendo principalmente en la profesionalización de docentes de nivel medio superior y superior. En este trabajo se presenta un análisis de la participación femenina en las 10 generaciones de estudiantes de la MECE, incluyendo ingreso, eficiencia terminal, así como una comparativa en el porcentaje de titulación respecto a los varones. Además, se identifica como están distribuidas las egresadas de la MECE en los diferentes niveles educativos y en la República Mexicana.

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de las ciencias exactas, como física o matemáticas es de gran importancia, el conocimiento científico y técnico, así como su aplicación en todos los ámbitos de la sociedad es una de las fuerzas motrices para el crecimiento económico y mejora del bienestar social (Calderón, 2009). Sin embargo, también es sabido que estas materias están asociadas con un alto índice de reprobación que puede llevar a una posterior deserción escolar y un creciente desinterés por la ciencia en los estudiantes. El bajo rendimiento escolar en ciencias es un problema multifactorial, uno de los factores sin duda importante es el docente de estas materias. En este trabajo analizamos el papel que tiene la Maestría en Enseñanza de Ciencias Exactas (MECE) del Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica (INAOE) en la formación de profesores en ciencias haciendo énfasis en la participación femenina en esta maestría.

CONTEXTO

Es difícil no estar convencido de la importancia de la ciencia cuando vivimos en un mundo en el que esta está presente en cada uno de sus aspectos, cualquier persona puede ser testigo de su presencia, como paciente, como médico, como consumidor etc. Si la ciencia es importante, su enseñanza también lo es, no obstante, las materias relacionadas con ciencias llamadas básicas o exactas como física y matemáticas son las que presentan el mayor porcentaje de reprobación en todos los niveles educativos. A nivel superior Guerrero et al., (2021), encuentran que entre las principales causas de reprobación están la falta de conocimientos previos, la incompatibilidad con el método de enseñanza aprendizaje y la poca asistencia a clases. Los mismos autores señalan como estrategias que pudieran coadyuvar a la recuperación en estas materias para los alumnos, la asesoría por docentes especializados, asesoría psicológica y las pláticas motivacionales. Por su

parte, Lapasta (2018), advierte que aun cuando en la educación en ciencias hay muchas variables, una que resulta fundamental es la forma en que se enseña, este planteamiento pone al docente en el centro de atención. Múltiples estudios señalan que los profesores que imparten clases de ciencias tanto en nivel secundaria como bachillerato no tienen una formación en ciencias. Es deseable que estos docentes posean, además del dominio de los conocimientos disciplinares, los distintos métodos de enseñanza y evaluación deben saber, que enseñar y ser capaces de plantear diferentes tipos de experiencias formativas en sus estudiantes, incidir en la formación de estos profesores es justamente el objetivo de la MECE.

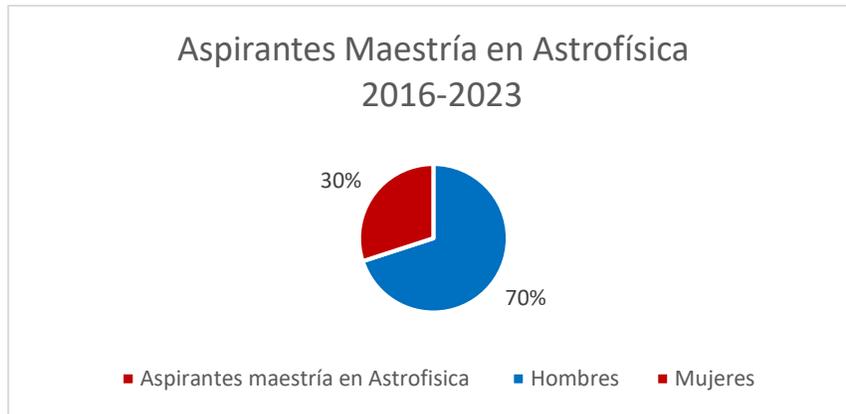
De forma tradicional el cuidado y la educación de los niños ha corrido por cuenta de las mujeres, no es fortuito que la mayoría de los estudiantes de educación sean mujeres como lo muestra la Tabla 1.

Tabla 1. Perfil de los estudiantes matriculados en las licenciaturas del campo específico de formación docente por modalidad y tipo de institución de educación superior para el ciclo 2019-2020 (MEJOREDU,2022).

Características		Normal pública	Normal privada	UPN públicas	IES autónomas	IES estatales	IES federales	IES federal transferido	IES privadas (particulares y subsidiadas)*
Escolarizada									
Total (absolutos)		90 689	11 213	1 051	14 279	940	651	0	10 466
Distribución por sexo (%)	Hombres	26.1	20.5	14.3	44.6	37.0	44.4	n. a.	44.5
	Mujeres	73.9	79.5	85.7	55.4	63.0	55.6	n. a.	55.5
Mixta									
Total (absolutos)		1 498	251	6 394	1 082	1 098	0	154	6 328
Distribución por sexo (%)	Hombres	40.7	39.4	26.1	53.5	65.0	n. a.	39.6	50.7
	Mujeres	59.3	60.6	73.9	46.5	35.0	n. a.	60.4	49.3
No escolarizada									
Total (absolutos)		0	0	6 633	482	3 840	858	0	658
Distribución por sexo (%)	Hombres	n. a.	n. a.	19.2	39.0	23.6	45.2	n. a.	27.8
	Mujeres	n. a.	n. a.	80.8	61.0	76.4	54.8	n. a.	72.2

Por otra parte 7 de cada 10 estudiantes de posgrado en educación son mujeres, además, en lo que respecta a los formadores de docentes, al menos en las escuelas normales predominan las mujeres representando entre el 50 y 60% (MEJOREDU, 2022).

Queda claro que en el campo de la educación hay una presencia predominantemente femenina. Sin embargo, esto no sucede en algunas otras áreas del conocimiento, como ejemplo podemos observar la Gráfica 1, donde se muestra la distribución por genero de los aspirantes a la maestría en Astrofísica que oferta el INAOE. 70% de los aspirantes son hombres y solo el 30% son mujeres, esta es una situación que priva en algunas otras áreas de ciencias exactas e ingenierías.



Gráfica 1. Comparativo de aspirantes a la maestría en Astrofísica del INAOE (Elaboración propia)

La Gráfica 2, muestra la distribución por área de estudio para el nivel superior en el ciclo 2016/2017 (INEGI, 2018). Se puede observar que, en educación, las mujeres cuentan con un alto porcentaje de participación, no así en áreas como ciencias naturales y exactas.



Gráfica 2. Distribución porcentual de la matrícula de mujeres y hombres en licenciatura universitaria y tecnológicos según área de estudio (INEGI, 2018)

De acuerdo con (INEGI, 2018) el interés por la ciencia y la tecnología en estudiantes de 18 años o más es mayor en mujeres que hombres, esta diferencia se da hasta en 5 puntos porcentuales. Sin embargo, como vemos en la Gráfica 2, según la misma fuente, son más los hombres que se inscriben a carreras relacionadas con ciencia y tecnología y más aún en el Sistema Nacional de Investigadores el 63.8 % son hombres y solo el 36.2% son mujeres. Sin duda alguna esta aparente discrepancia tiene un carácter multifactorial que pueden variar desde convenciones sociales, sexismo, estereotipos bien definidos y discriminación. A continuación, se analizará como participa la MECE dentro de este escenario.

La MECE



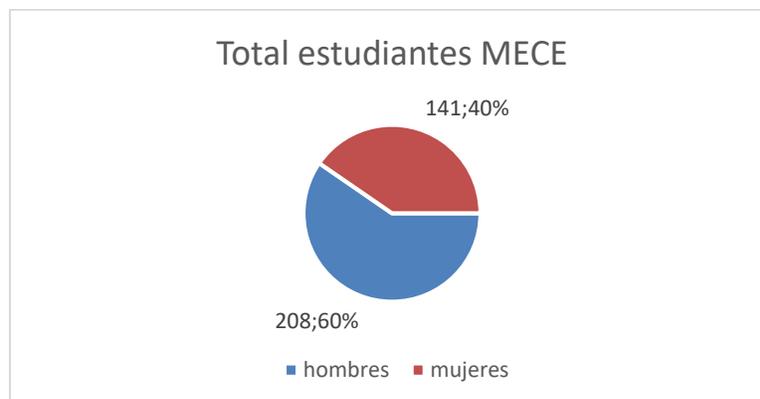
<https://posgrados.inaoep.mx/oferta-academica/posgrado-en-ensenanza-de-ciencias-exactas/maestria/plan-de-estudios-2023>

La MECE es una de las maestrías que ofrece el Instituto Nacional de Astrofísica Óptica y Electrónica (INAOE), el INAOE es un centro de investigación del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología. (CONACYT). Este hecho brinda la extraordinaria oportunidad de tener científicos enseñando a enseñar ciencia a muchos profesores en activo o jóvenes recién graduados de ciencias exactas o áreas afines. El objetivo de esta maestría es: Formar profesionales de la educación con sólidos conocimientos didácticos y disciplinares capaces de hacer frente a los desafíos educativos del área de ciencias exactas, desarrollando herramientas y estrategias conceptuales, metodológicas y operativas pertinentes, para su práctica docente.

A continuación, presentamos los resultados obtenidos al analizar las bases de datos que la MECE ha producido desde 2014.

ANÁLISIS

En la Gráfica 3 podemos observar que en el histórico acumulado de 10 generaciones ingresaron a la MECE más hombres que mujeres. Este porcentaje de mujeres del 40% de mujeres en la MECE difiere del reportado en (MEJORED, 2022), donde se menciona que en Posgrados en educación 7 de cada 10 estudiantes son mujeres. También se encuentra una diferencia de 10 puntos porcentuales con las aspirantes a la maestría en Astrofísica que se ofrece en el mismo INAOE.



Gráfica 3. Porcentaje de Hombres y mujeres que ingresan a la MECE

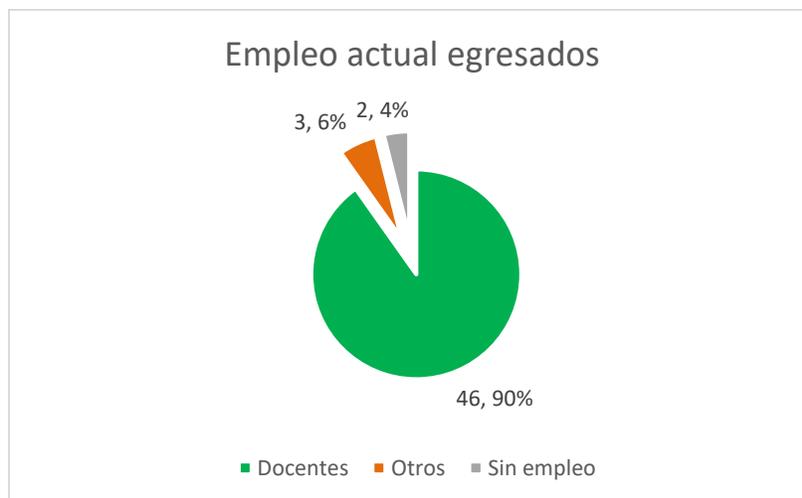
En el análisis del ingreso a la MECE por generación, diferenciándose por género, la Gráfica 4, presenta un par de generaciones, 2016-2018 y 2020-2022 en la que hubo más mujeres inscritas que hombres.



Gráfica4. Número de estudiantes que ingresan a la MECE por generación

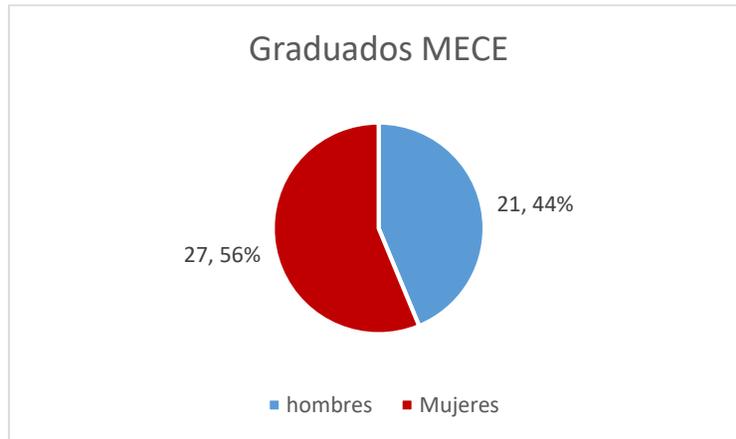
En las 8 generaciones restantes ingresaron más hombres que mujeres.

Un análisis de los egresados de la MECE, muestra que el 90% son profesores en activo, 6% laboran como directivos y el 4% se encuentra sin empleo. (Gráfica 5).



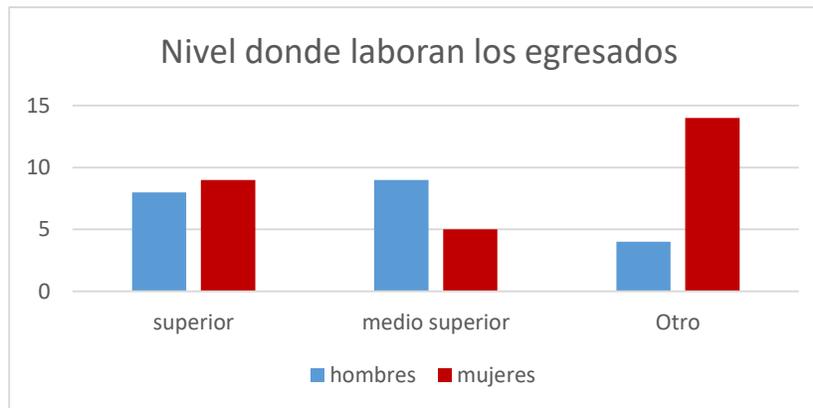
Gráfica 5. ocupación actual egresados de la MECE

Como se muestra a continuación, (Gráfica 6), el mayor porcentaje de graduados de la MECE corresponde a las mujeres. Esto sucede a pesar de que el número de mujeres que ingresa a la MECE es menor al número de hombres que ingresa. Esta eficiencia terminal es consistente con la observada para las mujeres en otros niveles educativos. La eficiencia terminal de mujeres con relación a los hombres en primaria es poco significativa, en secundaria ya es de cerca de 5 puntos porcentuales y en media superior es de casi 9 puntos porcentuales (INEGI, 2018)



Gráfica 6. Porcentaje de hombres y mujeres egresados de la MECE

A continuación, (Gráfica 7), se muestra el nivel educativo en el que trabajan los egresados de la MECE. Como podemos observar la mayoría de los egresados que labora en nivel superior son mujeres, contrario a lo que sucede en nivel medio superior.



Gráfica 7. Nivel en el que se desarrollan como docentes los egresados de la MECE

La MECE, como muchos otros programas educativos, ha estado trabajando de forma virtual, esto permite que en la actualidad cursen la Maestría estudiantes de diferentes estados de la República. Los estados en donde hasta el momento se encuentran laborando egresadas de la maestría se muestran en el siguiente mapa (Figura 1).



Figura 1. Estados que cuentan con docentes mujeres egresadas de la MECE

CONCLUSIONES

En nuestro análisis se muestra que de los estudiantes que han ingresado a la MECE del INAOE en las 10 generaciones, el 40% son mujeres, este porcentaje es menor al observado en general en posgrados de educación, donde las mujeres son el 70 % del total. El porcentaje de mujeres observado en la maestría de Astrofísica del INAOE es aún menor, las mujeres solo representan el 30%.

En cuanto a la eficiencia terminal, las mujeres de la MECE tienen una eficiencia terminal 12 puntos porcentuales por arriba de los hombres, esta eficiencia terminal mayor en mujeres es consistente con lo observado en los niveles básico y medio superior.

Si el interés por la ciencia y la tecnología en estudiantes de 18 años o más es mayor en las mujeres que en hombres (INEGI, 2018) vale la pena preguntarse qué factores están involucrados en los porcentajes encontrados en este análisis, sobre todo, porque las mujeres muestran una alta eficiencia terminal. La respuesta a esta pregunta permitirá identificar que políticas públicas y educativas deben ejecutarse para alcanzar una mayor representación femenina en temas relacionados con ciencias y tecnología.

La MECE trabaja con el enfoque de compartir los resultados obtenidos por la ciencia y tecnología hacia los docentes de todos los niveles educativos. Al ser los docentes un sector predominantemente femenino, las mujeres se beneficiarán de manera directa o indirecta ya que las egresadas, pudieran servir como ejemplo a sus alumnas para incursionar en temas de ciencia y tecnología.

BIBLIOGRAFÍA

1. E. Barolli et al., "Desarrollo profesional de profesores de ciencias: dimensiones de análisis". Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias, [S.l.], v. 18, n. 1, 2019, pp. 137-197, <http://revistas.educacioneditora.net/index.php/REEC/article/view/368>.
2. R. Calderón, "Ciencia, desarrollo humano y calidad de vida", HALLAZGOS - Revista de Investigaciones • Año 6 - No. 12 • julio-diciembre de 2009, p. 47-57.

3. J. Guerrero Vázquez et al “Estrategias efectivas para minimizar índices de reprobación en la carrera de Ingeniería informática”. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 5(4), 2021, 5511-5525. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v5i4.704
4. INEGI, “Mujeres y hombres en México 2018” / Instituto Nacional de Estadística y Geografía. http://cedoc.inmujeres.gob.mx/documentos_download/ MHM_2018.pdf
5. MEJOREDU, Gobierno de México. (2022). La formación de profesionales en educación en México <https://entredocentes.mejoredu.gob.mx/publicaciones/informe-de-resultados/la-formacion-de-profesionales-de-la-educacion-en-mexico-cifras-del-ciclo-escolar-2019-2020>.
6. N. Sanmartí, “Necesidades de formación del profesorado en función de las finalidades de la enseñanza de las ciencias”. *Pensamiento Educativo, Revista De Investigación Latinoamericana (PEL)*, 30(1), 2002, 35–60. <https://revista.aisthesis.uc.cl/index.php/pel/article/view/26373>

MODELO NUMÉRICO DE LA RESPUESTA ÓPTICA DE UNA GUÍA DE ONDAS DE CRISTAL FOTÓNICO CON ESTRUCTURAS DE FRACTAL DE KOCH

Eduardo Mellado Villaseñor¹, Hugo Alva Medrano², Hector Perez Aguilar¹

¹Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo,

²Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de Morelia.

meveduardo@gmail.com.

RESUMEN

Con la llegada de nuevos recursos tecnológicos, la comunidad científica ha optado por el estudio de ciertas herramientas geométricas que permitan ser utilizadas en muchos métodos de investigación, dando como resultado un gran conjunto de aplicaciones de gran interés; por ejemplo, la geometría peculiar conocida como fractales [1,2]. En este trabajo se desarrolló un método numérico para modelar la respuesta óptica de una guía de ondas de cristal fotónico (PC) con estructuras de fractal de Koch metálicas. Este problema fue abordado haciendo uso de la técnica numérica conocida como el Método de la Ecuación Integral, que parte de la segunda identidad de Green para resolver la ecuación de Helmholtz bidimensional. Se obtuvieron resultados como la reflectancia de la guía de ondas de longitud finita mostrando la máxima reflectividad correspondiente a la presencia de bandas prohibidas para la PC infinita. Se analizó el tamaño de las inclusiones metálicas formadas por el fractal de Koch observando que las bandas prohibidas se van ensanchando y formando modos discretos. Esto ofrece excelentes aplicaciones ópticas interesantes tales como el filtraje y el efecto del índice de refracción negativo [3] que han atraído un gran interés por parte de los investigadores de diferentes campos. Especialmente, el campo de las celdas solares, lo cual promete mejorar la eficiencia de la absorción de estos dispositivos y que significaría un enorme desarrollo tecnológico [4].

INTRODUCCIÓN

El desarrollo industrial y tecnológico en nuestra sociedad actual ha generado una creciente demanda de sistemas de alta calidad y dispositivos innovadores en diversas áreas. Sin embargo, esta demanda plantea desafíos en términos de capacidad y velocidad de procesamiento de información en un lapso de tiempo determinado. La tecnología basada en materiales del estado sólido, que ha sido ampliamente utilizada, se enfrenta a límites físicos en cuanto a la densidad de componentes electrónicos y la velocidad de funcionamiento. En este contexto, la sustitución del cable de cobre por la fibra óptica [5,6] para la transmisión de señales ha sido un ejemplo destacado de avance tecnológico, ya que permite una transmisión de información a alta velocidad.

Una de las líneas de investigación prometedoras se enfoca en las estructuras cristalinas periódicas, que han demostrado un gran potencial en países desarrollados. Los cristales fotónicos (PC) han despertado un gran interés científico debido a su capacidad para controlar la emisión espontánea y la localización de la luz [7]. Aunque se propusieron en la década de 1980, sólo recientemente se han logrado aplicaciones prácticas de alto impacto, como los láseres de PC y las guías de onda nanoestructuradas con bandas prohibidas. Estas estructuras presentan una modulación periódica del índice de refracción, que permite un comportamiento de los fotones similar al de los electrones en un semiconductor [8]. Una de las propiedades más interesantes de los PC es su capacidad para presentar bandas prohibidas, lo que genera efectos ópticos no observados en la óptica tradicional. Además, se pueden construir guías de onda dentro de los PC que permiten un control preciso de la propagación de la luz con pérdidas mínimas. Aunque se han logrado avances significativos en el estudio y la aplicación de PC en la nanotecnología, todavía existen numerosos desafíos y problemas abiertos, como la modelación de la respuesta óptica de superficies con estructura fractal, el procesamiento de señales ópticas en guías de onda integradas con dispositivos y la corrección de errores y defectos en la fabricación de PC.

En este contexto, el presente trabajo se enfoca en desarrollar un enfoque innovador mediante la incorporación de un fractal de Koch en la iteración inicial de los PC. Nuestro objetivo es contribuir al avance de la aplicación de los PC en diversos campos. A través de una exhaustiva investigación y análisis, nos proponemos comprender a fondo las propiedades ópticas de los PC y buscar mejoras significativas en su desempeño. En particular, nos centramos en abordar los desafíos asociados con la modelación precisa de la respuesta óptica de superficies que presentan una estructura fractal. Además, buscamos explorar la capacidad de los PC para procesar señales ópticas en guías de onda que incorporan dispositivos como láseres y sensores. También nos proponemos investigar y proponer soluciones para corregir errores y defectos en el proceso de fabricación de los PC, a fin de optimizar su rendimiento y funcionalidad. A lo largo de este trabajo, aplicaremos una metodología rigurosa que combina la simulación numérica y el análisis teórico, además con el objetivo de poder realizar en un futuro cercano la experimentación práctica. Nuestro objetivo final es contribuir al avance y la aplicación de los PC en campos tecnológicos relevantes, como las comunicaciones ópticas, la energía renovable y la optoelectrónica [9-13].

En resumen, este trabajo se enfoca en desarrollar y mejorar el entendimiento de las propiedades ópticas de los PC mediante la incorporación de un fractal de Koch en su iteración inicial. Nuestro enfoque abarcará la modelación precisa, la implementación de dispositivos en guías de onda y la optimización del proceso de fabricación. Esperamos que los resultados de este estudio contribuyan al avance de los PC y su aplicación en diversas áreas de la tecnología moderna.

El fractal de Koch es una figura geométrica fascinante y notable que se construye a partir de un proceso iterativo simple pero poderoso. Su nombre proviene del matemático sueco Helge von Koch, quien lo introdujo en 1904 como una forma de demostrar cómo una figura puede ser infinitamente compleja a pesar de estar compuesta por elementos simples.

El fractal de Koch se obtiene al dividir un segmento de línea en tres partes iguales y reemplazar la parte central por dos segmentos de igual longitud que forman un triángulo equilátero. Luego, este proceso se repite en cada uno de los nuevos segmentos, generando una figura cada vez más intrincada y detallada a medida que se repite el procedimiento.

Lo que hace que el fractal de Koch sea tan especial es su propiedad de autosemejanza a diferentes escalas. A medida que nos acercamos o alejamos de la figura, podemos observar que los patrones se repiten y se conservan, independientemente de la escala en la que los examinemos. Esta característica lo convierte en un objeto matemático intrigante y lo acerca a la naturaleza, donde también encontramos estructuras fractales en elementos como las ramas de los árboles, los copos de nieve y las costas marinas [14].

El fractal de Koch ha capturado la imaginación de matemáticos, científicos y artistas debido a su belleza y complejidad. Además de su interés estético, el estudio de este fractal ha llevado a importantes avances en áreas como la teoría del caos, la geometría fractal y la computación gráfica. Su aplicación se extiende a campos tan diversos como la arquitectura, el diseño de antenas, la compresión de datos y la generación de terrenos en gráficos por computadora. En esta investigación, nos sumergiremos en el fascinante mundo del fractal de Koch. Exploraremos sus propiedades matemáticas, su relación con otros fractales y su aplicación en diversas disciplinas. A través del análisis teórico, simulaciones y experimentos prácticos, buscamos ampliar nuestro conocimiento sobre este fractal icónico y descubrir nuevas formas de aprovechar su potencial en diferentes áreas de estudio.

Este trabajo está desarrollado de la siguiente manera. En la sección de teoría se presenta el sistema a estudiar y un método numérico riguroso para resolver el problema planteado, además de la construcción del fractal de Koch. En la sección de resultados se muestran las estructuras de bandas

y la reflectancia de un cristal fotónico con inclusiones fractales. Finalmente, en la última sección se dan las conclusiones de este trabajo.

TEORÍA

CONSTRUCCIÓN DE FRACTALES

La construcción del fractal de Koch se basa en un concepto simple pero poderoso. Comienza con un segmento de longitud L y se divide en tres partes iguales. A continuación, se elimina el segmento central y se reemplaza por dos segmentos más pequeños que forman un triángulo equilátero de lado $L/3$. Esto constituye la primera iteración del fractal. En cada iteración posterior, se aplica el mismo proceso a cada uno de los nuevos segmentos obtenidos. Es decir, cada segmento se divide en tres partes iguales y se reemplaza el segmento central por dos segmentos más pequeños que forman un triángulo equilátero de lado $L/3$. A medida que se repite este proceso de manera sucesiva, el fractal de Koch se va volviendo cada vez más complejo y detallado. Cada nueva iteración añade más segmentos y curvas al patrón fractal, resultando en una estructura de apariencia intrincada y autosimilar, ver Fig. 1.

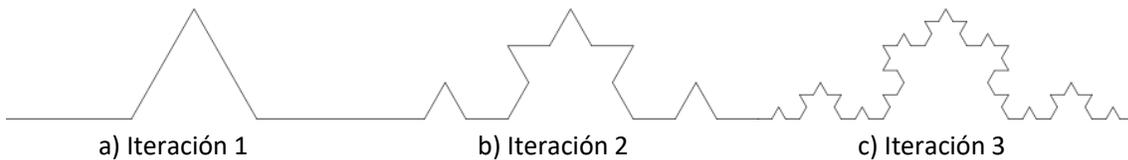


Figura 3. Fractal de Koch para 3 iteraciones.

Es importante destacar que el número de iteraciones determina la cantidad de detalle y la longitud total del fractal de Koch. A medida que se aumenta el número de iteraciones, el fractal se acerca cada vez más a una figura que llena por completo el espacio, aunque su longitud total sigue siendo infinita.

La construcción del fractal de Koch es un ejemplo fascinante de cómo un proceso simple de repetición y transformación puede dar lugar a una estructura geométrica compleja y hermosa. Este fractal en particular ha capturado la imaginación de muchos debido a su elegante simplicidad y su capacidad para ilustrar conceptos matemáticos profundos, como la autosimilitud y la infinitud.

MÉTODO DE LA ECUACIÓN INTEGRAL

El sistema de estudio está formado por dos superficies planas infinitas y un arreglo periódicamente perfecto de inclusiones de estructuras fractales, cuyo eje de simetría va a lo largo del eje z , como se muestra en la Fig. 2. Se considera que tiene un periodo P en los perfiles planos, una separación entre las placas de la guía dada por b y las inclusiones fractales de Koch para una cierta iteración, el cual puede estar en términos de la longitud del lado del triángulo original L .

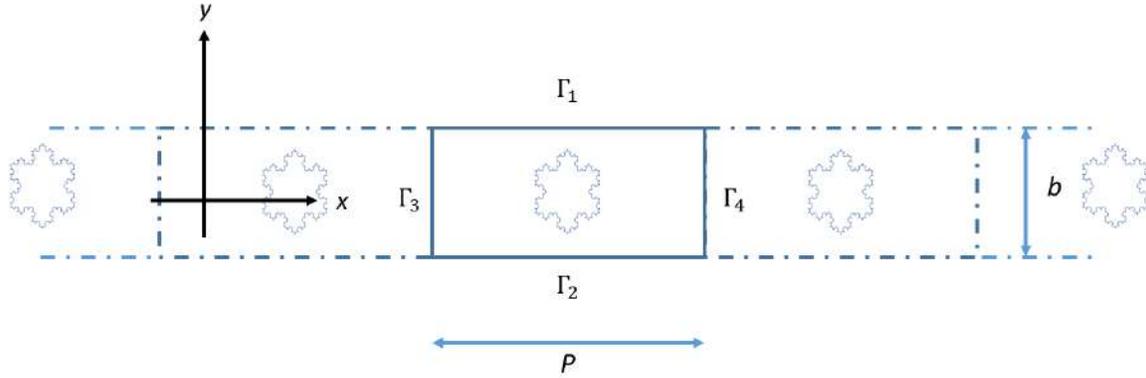


Figura 4. Descripción esquemática de una guía de ondas periódica con inclusiones formadas con estructuras de Fractal de Koch perfectamente conductoras.

Método de la Ecuación Integral

Suponiendo una dependencia temporal $e^{-i\omega t}$ para los campos electromagnéticos, la ecuación de onda se puede transformar en la ecuación de Helmholtz:

$$\nabla^2 \Psi_j(\mathbf{r}) + n_j^2(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} \Psi_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = 0, \quad (1)$$

donde j indica el j -ésimo medio con índice de refracción $n_j = \sqrt{\mu_j \epsilon_j}$ formando el sistema bajo estudio, que es mostrado en la Fig. 2. La función Ψ^j representa el campo eléctrico o magnético y la polarización TE es considerada en este trabajo.

Para resolver la Ec. (1), introducimos una función de Green $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$, como la solución de la ecuación

$$\nabla^2 G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + n_j^2(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -4\pi \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (2)$$

donde $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ es la delta de Dirac.

Una función de Green que es solución de la Ec. (2) está dada por $G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = i\pi H_0^1 n_j(\omega |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/c)$, siendo $H_0^1(z)$ la función de Hankel de primera clase y orden cero. Esta función de Green para el vacío satisface una condición, mientras que para el interior del j -ésimo cuerpo satisface una condición de absorción.

Aplicando el segundo teorema integral de Green para las funciones Ψ y G , obtenemos el campo total en el medio de incidencia y de esparcimiento,

$$\Psi_j(\mathbf{r}) \theta_j(\mathbf{r}) = \Psi_{inc}^0(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi} \int_{\Gamma_j} \left[G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \Psi_j(\mathbf{r}')}{\partial n'} - \Psi_j(\mathbf{r}') \frac{\partial G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n'} \right] ds', \quad (3)$$

donde $\theta_j(\mathbf{r})$ es una función cuyo valor es uno para todos los puntos del medio j -ésimo y cero en otro caso.

Para resolver la Ec. (3) es necesario convertir las ecuaciones integro-diferenciales en ecuaciones matriciales mediante una aproximación de rectángulos para evaluar las integrales en intervalos pequeños. Bajo esta consideración, la Ec. (3) se transforma en la siguiente ecuación matricial:

$$\Psi_j(\mathbf{r})\theta_j(\mathbf{r}) = \Psi_{inc}^0(\mathbf{r}) + \sum_n \left[L_{mn}^j \frac{\partial \Psi_j(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{n}} - N_{mn}^j \Psi_j(\mathbf{r}) \right], \quad (4)$$

donde L_{mn}^j y N_{mn}^j son los elementos de la matriz.

Haciendo los cálculos correspondientes a estos, se llega a los elementos de la matriz del sistema formado por la Ec. (4) y están dados por las expresiones

$$L_{mn}^j = \frac{i\Delta s}{4} H_0^{(1)} k_j R_{mn} (1 - \delta_{mn}) + \left[\frac{i\Delta s}{4} H_0^{(1)} \left(k_j \frac{i\Delta s}{2e} \right) \right] \delta_{mn}, \quad (5)$$

$$N_{mn}^j = \frac{i\Delta s}{4} k_j H_1^{(1)} k_j R_{mn} \hat{\mathbf{n}}_n \cdot \frac{\mathbf{R}_{mn}}{R_{mn}} (1 - \delta_{mn}) + \left[\frac{1}{2} + \frac{\Delta s}{4\pi} \hat{\mathbf{n}}_n \cdot \hat{\mathbf{t}}'_n \right] \delta_{mn}, \quad (6)$$

siendo

$$\hat{\mathbf{n}}_n \cdot \mathbf{R}_m \mathbf{n} = -y'(s)(x_m - x_n) - x'(s)(y_m - y(n)),$$

$$\hat{\mathbf{n}}_n \cdot \hat{\mathbf{t}}'_n = x'(s)y''(s) - y'(s)x''(s),$$

$$R_{mn} = \sqrt{(x_m - x_n)^2 + (y_m - y_n)^2}.$$

La periodicidad que tiene el sistema en la dirección horizontal es una condición de simetría que es especialmente considerada. Debido a esta propiedad y a la forma de la Ec. (1), el teorema de Bloch, establece una condición de periodicidad

$$\Psi^{j+1}(\mathbf{r} + \mathbf{R}) = e^{i\mathbf{K} \cdot \mathbf{R}} \Psi(\mathbf{r})^j, \quad (7)$$

por otro lado, tenemos que las condiciones de frontera a lo largo de los contornos Γ_j están dadas por

$$\Psi_n^{(j)} = \Psi_n^{(j+1)}, \frac{1}{f_j} \frac{\partial \Psi_n^{(j)}}{\partial \mathbf{n}} = \frac{1}{f_{j+1}} \frac{\partial \Psi_n^{(j+1)}}{\partial \mathbf{n}}. \quad (8)$$

donde

$$f_j = \begin{cases} \mu_j & \text{para polarización TE,} \\ \varepsilon_j & \text{para polarización TM.} \end{cases} \quad (9)$$

siendo $j = 1$ y 2 .

Con estas consideraciones encontramos un sistema de ecuaciones lineal $\mathbf{M}(\omega)\mathbf{F}(\omega) = \mathbf{0}$ que tiene una matriz representativa \mathbf{M} , que depende de la frecuencia ω y el vector de Bloch \mathbf{K} . Para determinar la frecuencia ω definimos la función $\mathbf{D}(\mathbf{K}, \omega) = \ln|\det(\mathbf{M})|$, que numéricamente presenta puntos mínimos locales que nos darán la relación de dispersión numérica $\omega = \omega(\mathbf{K})$.

Método de la Condición a la Frontera de Impedancia

Se presenta una condición a la frontera de impedancia para superficies unidimensionales, la cual permite el estudio de la difracción y esparcimiento de ondas electromagnéticas por una superficie conductora. El problema teórico es simplificado notablemente si la superficie puede ser considerada como un material perfectamente conductor. En este caso, los campos no pueden penetrar a la superficie, y solamente el campo electromagnético en el medio incidente necesita ser tomado en consideración [15].

El uso de una condición a la frontera de impedancia elimina la necesidad de tomar en consideración el campo dentro de la superficie esparcidora, y retiene algunos de los aspectos físicos importantes del problema. En el contexto de cálculos de esparcimiento, es conocido que la condición a la frontera de impedancia representa una buena aproximación, para el caso de metales altamente reflejantes. La explicación de esos problemas supone que algunos argumentos de las funciones de Hankel involucradas en el uso del Método Integral, son su eficientemente grandes como para provocar problemas en la implementación numérica utilizada. Se puede tratar de resolver este problema aumentando el número de puntos de muestreo, para así tener una mayor precisión en los resultados numéricos. De todas formas, este tipo de solución aumenta significativamente el tiempo de cómputo. El uso de una condición a la frontera de impedancia puede eliminar algunas dificultades, porque precisamente esas funciones de Hankel problemáticas, no intervienen en los cálculos que emplean esta aproximación [15].

Aunado a lo anterior, tenemos que para realizar simulaciones numéricas con el Método de la Ecuación Integral requerimos tener una alta capacidad computacional, debido a que se tiene un número muy grande de ecuaciones a resolver. Es por esto que la condición a la frontera de impedancia nos da algunas ventajas. En primera instancia, el uso de esta condición en el rango de infrarrojo nos puede dar un resultado con mejor aproximación que usando exclusivamente el método de Drude en el Método de la Ecuación Integral. En segunda instancia y el porqué de la utilización de esta condición en nuestro problema de estudio se debe a que, el número de ecuaciones a resolver disminuye en forma importante (hasta en un 50%), en donde es aplicable esta condición [15].

La función de impedancia local, $Z(\mathbf{r})$, está definida por la relación \cite{jackson1999classical}

$$H_t^{(v)}(\mathbf{r}) = \frac{E_t^{(v)}(\mathbf{r})}{Z(\mathbf{r})}, \quad (13)$$

donde $E_t^{(v)}(\mathbf{r})$ y $H_t^{(v)}(\mathbf{r})$ son las componentes tangenciales de los campos eléctrico y magnético, respectivamente. Aplicando las ecuaciones de Maxwell, las condiciones de frontera y debido a la geometría bidimensional del sistema, obtenemos

$$\Phi^{(v)}(\mathbf{r}) = K^{(v)}\Psi^{(v)}(\mathbf{r}), \quad (14)$$

donde Φ y Ψ son el campo y su derivada normal, respectivamente. Con la finalidad de encontrar a la denominada función $K(\mathbf{R})$, como una serie de potencias en términos de la profundidad de piel d de un metal, se define la siguiente transformación de coordenadas:

$$x_1 = \xi(s) - id\eta'(s), \text{ y } x_2 = \eta(s) - ud\xi'(s), \quad (15)$$

entre las variables (s, \mathbf{u}) y (x_1, x_3) . Observamos de las dos ecuaciones anteriores que el parámetro d es importante en la transformación. La transformación anterior proviene de representar el punto de observación \mathbf{r} como una suma del vector \mathbf{R} que localiza al punto P del perfil con el vector $ud\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{R})$, que es proporcional al vector unitario $\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{R})$. Esto es

$$\mathbf{r} = \mathbf{R} + ud\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{R}). \quad (16)$$

De la ecuación anterior observamos que ud mide el grado de alejamiento entre el punto de observación y la superficie. Con estas consideraciones, damos los primeros cinco términos de la serie de potencias que representa la función de impedancia, siendo s la longitud de arco:

$$\begin{aligned}
 K(s) = & (d)^{-1} + \frac{1}{2\xi'}[\eta''](d^0) + \frac{1}{8(\xi')^2}[(\eta'')^2](d)^1 \\
 & + \frac{1}{8(\xi')^4}[(\xi')^2\eta'''' + 3\eta'\eta''\eta'''' + 2(\eta'')^3 + 3(\xi'')^2\eta''](\eta'')^2 \\
 & - \frac{1}{8(\xi')^4}\left[\frac{7}{2}(\xi')^2\eta''\eta'''' + 3(\xi')^2(\eta''''')^2 + \frac{33}{2}\eta'(\eta'')^2\eta'''' + \frac{81}{16}(\eta'')^4\right]
 \end{aligned}$$

la cual es utilizada, en puntos en donde $\xi(s) \neq 0$. En aquellos puntos en los que $\xi(s) = 0$ (lo que implica $\eta(s) \neq 0$) se tiene la expresión

$$\begin{aligned}
 K(s) = & (d)^{-1} + \frac{1}{2\eta'}[\xi''](d^0) + \frac{1}{8(\eta')^2}[(\xi'')^2](d)^1 \\
 & + \frac{1}{8(\eta')^4}[(\eta')^2\xi'''' + 3\xi'\xi''\xi'''' + 2(\xi'')^3 + 3(\eta'')^2\xi''](\eta'')^2 \\
 & - \frac{1}{8(\eta')^4}\left[\frac{7}{2}(\eta')^2\xi''\xi'''' + 3(\eta')^2(\xi''''')^2 + \frac{33}{2}\xi'(\xi'')^2\xi'''' + \frac{81}{16}(\xi'')^4\right]
 \end{aligned}$$

Las dos expresiones anteriores, pueden servir igualmente en puntos donde $\xi(s) \neq 0$ y $\eta(s) \neq 0$. Así, esta condición del IBCM nos permite sustituir el campo por su derivada (o viceversa) para una u otra polarización, ya que podemos modelar el esparcimiento de ondas electromagnéticas por una superficie conductora con una matriz resultante ya no de rango $2N \times 2N$ sino de $N \times N$ [16].

RESULTADOS

En el método de la ecuación integral descrito anteriormente, se abordan dos casos: el caso infinito y el caso finito. Para el caso infinito, se han obtenido las estructuras de bandas de un cristal fotónico con un conductor real, como se muestra en las Figuras 3 a), c) y e). En cada figura se ha construido un perfil, dentro del cual se muestra una celda unitaria rectangular con una inclusión de fractal de Koch de orden 0, 1 y 2, donde la longitud de cada lado del fractal es $L=1$. Es notable observar la aparición de bandas prohibidas en estos casos. Las bandas prohibidas, también conocidas como bandas de energía prohibida o bandas de energía gap, son rangos de energía en los cuales no se permiten estados electrónicos o fotónicos.

Mediante el uso de las condiciones de impedancia, se han obtenido resultados significativos. En las Figuras 3 b), d) y f), se presenta el perfil estructurado de una guía de ondas que contiene 11 inclusiones pequeñas de fractal de Koch con diferentes órdenes $n = 0, 1, y 2$, y una longitud $L = 1$ para cada caso. Estas figuras muestran la reflectancia de una estructura de cristal fotónico con inclusiones pequeñas del fractal de Koch. Cabe destacar que el material conductor utilizado en este estudio es la plata (con índice de refracción complejo $n = 0.272 + 7.07i$ y una longitud de onda $\lambda = 1033.0$ nm).

Estos resultados se han obtenido al aplicar la condición de frontera de impedancia, una herramienta clave en el análisis de estructuras electromagnéticas. Esta condición establece que la impedancia de la onda electromagnética incidente debe igualar la impedancia de la onda reflejada en una interfaz o discontinuidad en el medio. Al utilizar esta condición, se logra un mejor entendimiento de la respuesta de la guía de ondas y cómo las inclusiones del fractal de Koch afectan la reflectancia de la estructura.

La reflectancia es una medida de la cantidad de energía de la onda electromagnética que es reflejada por la estructura. Al estudiar la reflectancia en función del orden del fractal y la longitud de onda, se pueden obtener conclusiones importantes sobre el comportamiento de la guía de ondas y las propiedades de dispersión del fractal de Koch.

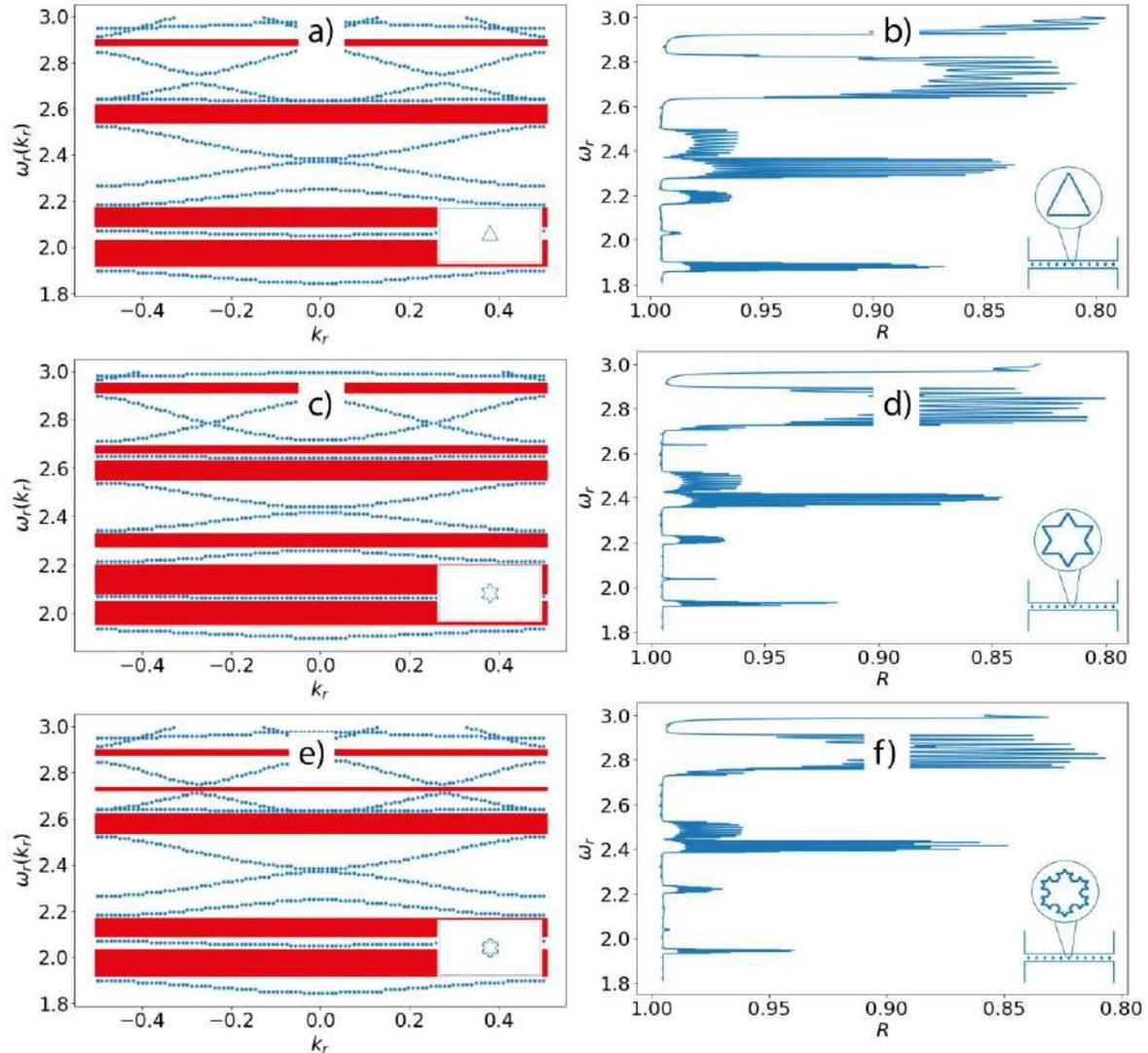


Figura 5. (a), (c) y (e) Estructuras de bandas fotónicas para una celda unitaria con inclusiones fractales de Koch de orden $n = 1, 2$ y 3 . (b), (d) y (e) reflectancia de una PCW con inclusiones fractales de plata ($n = 0.272 + 7.07i, \lambda = 1.033 \mu\text{m}$) con inclusión 11 inclusiones respectivamente para cada guía de ondas y longitud $L = 1$.

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos en este trabajo demuestran que la inclusión de un fractal de Koch en una guía de ondas fotónica de conductor real, en este caso plata, tiene un impacto significativo en la estructura de bandas y la reflectancia. Se observa la aparición de múltiples bandas prohibidas y modos discretos en ciertos rangos de frecuencia, lo que sugiere la presencia de un cristal fotónico periódico. Estas propiedades ópticas son de gran interés desde un punto de vista tecnológico y pueden ser utilizadas en la optimización de dispositivos ópticos avanzados, incluyendo celdas

solares y otros dispositivos que requieran enfocamiento óptico mejorado. Este trabajo demuestra el potencial de la geometría fractal para mejorar la respuesta óptica de los materiales y la creación de nuevos dispositivos ópticos avanzados.

BIBLIOGRAFÍA

1. Mandelbrot, B. B., & Freeman, W. H. (1983). *Company. The Fractal Geometry of Nature*. Einaudi paperbacks. Henry Holt and Company, 3, 12.
2. Fisher, Y. (1994). Fractal image compression. *Fractals*, 2(03), 347-361.
3. Liu, Y., Xu, W., Chen, M., Pei, D., Yang, T., Jiang, H., & Wang, Y. (2019). Menger fractal structure with negative refraction and sound tunnelling properties. *Materials Research Express*, 6(11), 116211.
4. Landy, N. I., Sajuyigbe, S., Mock, J. J., Smith, D. R., & Padilla, W. J. (2008). Perfect metamaterial absorber. *Physical review letters*, 100(20), 207402.
5. Eli Yablonovitch. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics. *Phys. Rev. Lett.*, 58:2059–2062, May 1987.
6. Babani, S., et al. "Comparative study between fiber optic and copper in communication link." *Int. J. Tech. Res. Appl* 2.2 (2014): 59-63.
7. Hirose, Kazuyoshi, et al. "Watt-class high-power, high-beam-quality photonic-crystal lasers." *Nature photonics* 8.5 (2014): 406-411.
8. Bozhevolnyi, Sergey I., et al. "Waveguiding in surface plasmon polariton band gap structures." *Physical review letters* 86.14 (2001): 3008.
9. Nishimura, Suzushi, et al. "Standing wave enhancement of red absorbance and photocurrent in dye-sensitized titanium dioxide photoelectrodes coupled to photonic crystals." *Journal of the American Chemical Society* 125.20 (2003): 6306-6310.
10. Liu, Wei, Hailing Ma, and Annika Walsh. "Advance in photonic crystal solar cells." *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 116 (2019): 109436.
11. Wehrspohn, Ralf B., and Johannes Üpping. "3D photonic crystals for photon management in solar cells." *Journal of Optics* 14.2 (2012): 024003.
12. Kamp, M., et al. "Semiconductor photonic crystals for optoelectronics." *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures* 21.2-4 (2004): 802-808.
13. Frazao, Orlando, et al. "Optical sensing with photonic crystal fibers." *Laser & Photonics Reviews* 2.6 (2008): 449-459.
14. Von Koch, Helge. "Une méthode géométrique élémentaire pour l'étude de certaines questions de la théorie des courbes planes." *Acta mathematica* 30.1 (1906): 145-174. B.B. Mandelbrot, W.H. Freeman, and Company. *The Fractal Geometry of Nature*. Einaudi paperbacks. Henry Holt and Company, 1983.
15. Alberto Mendoza-Suárez, Francisco Villa-Villa, and Jorge A Gaspar-Armenta. Numerical method based on the solution of integral equations for the calculation of the band structure and reflectance of one-and two-dimensional photonic crystals. *JOSA B*, 23(10):2249–2256, 2006.
16. Héctor I Pérez, Claudio I Valencia, Eugenio R Méndez, and José A Sánchez-Gil. On the transmission of diffuse light through thick slits. *JOSA A*, 26(4):909–918, 2009.
17. Luis Eduardo Puente Días. Estructuras de bandas de cristales fotónicos en 2D con superficies rugosas que contienen metamaterial dispersivo. PhD tesis, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, agosto 2015.
18. José Eduardo Medina Magallón. Excitación de plasmones en una guía de ondas de cristal

fotónico con superficies rugosas que contienen metamaterial dispersivo. PhD tesis, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, febrero 2018.

DESARROLLO DE LA ECUACIÓN DE DIFUSIÓN DE CALOR PARA UN PARQUE FOTOVOLTAICO EN LA UPIEM

Luisa Fernanda Alor Notario, Andrea Pescina Zacarías, Estevan Lopez Cruz, Carla Julieta Meléndez Medina, Jesús Alberto García González, Brenda Ximena Orihuela Monzalvo, Arlet Michelle Guerra Carmona, Ericka Julieta Pérez García

Unidad Profesional Interdisciplinaria de Energía y Movilidad
luisafermandalorn@hotmail.com

RESUMEN

El sol es un recurso natural renovable del que podemos disponer, haciéndolo una fuente de energía sostenible, pero ¿Cómo transformamos la energía del sol en electricidad? En el siglo XX, Albert Einstein descubrió el efecto fotoeléctrico (fenómeno físico que consiste en la emisión de fotoelectrones por un material cuando recibe energía lumínica), este efecto nos ayuda a poder transformar la energía solar en electricidad. En este contexto para aprovechar la energía solar se inventaron los paneles solares. En 1954, se creó la primera célula hecha de silicio capaz de captar la luz solar. Proponemos la construcción de un parque fotovoltaico en la Unidad Profesional Interdisciplinaria de Energía y Movilidad, UPIEM-IPN, el cual contribuirá a alimentar las instalaciones educativas (salones y laboratorios); así mismo en un futuro cuando se cuente con un edificio el parque fotovoltaico representará una alternativa energética. Aquí mostramos el impacto de la solución a la Ecuación de Laplace en coordenadas cartesianas, como modelo matemático de la distribución de radiación en los paneles solares en una superficie de 20,000 m². Desarrollamos la ecuación a partir de la separación de variables. Proponemos la constante de separación correspondiente para encontrar la solución general. De acuerdo con los resultados que se obtuvieron, se construyeron las gráficas correspondientes para observar cómo se difunden las ondas de radiación solar a lo largo de la superficie planteada. Consideramos que para nuestro arreglo fotovoltaico utilizaremos 8,000 paneles solares, cuya ficha técnica indica que tiene una potencia de 320 W cada uno, lo que generará 4.896 GW. Al ser México un potencial en recursos solares por su ubicación, el arreglo recibiría un aproximado de 11 horas de luz solar en invierno y casi 13 horas en verano. La tarifa eléctrica en el país se construye a partir del costo de los combustibles fósiles utilizados para producir la electricidad que usamos en nuestra vida cotidiana, es decir, si este aumenta de manera constante, también sube el precio del suministro eléctrico. Por eso, actualmente, gobiernos e instituciones, invierten tiempo y recursos en fomentar la producción de energías limpias y renovables, siguiendo las metas propuestas por la agenda 2030, en el objetivo número siete, que nos habla sobre obtener energía no contaminante y asequible. Así, las energías renovables son la mejor herramienta para combatir el cambio climático y la pobreza energética, por lo que se debe seguir fomentando la producción de este tipo de energías que son de suma importancia para generar un gran cambio, y más aún en una unidad académica que imparte carreras para el beneficio del ambiente.

INTRODUCCIÓN

El efecto fotovoltaico que descubrió Albert Einstein es un aporte fundamental en el campo de la física y la energía solar, ya que, es la base del funcionamiento de las celdas solares fotovoltaicas. El efecto fotovoltaico es un fenómeno que ocurre cuando la energía lumínica incide sobre los materiales y de esa forma generar electricidad. En resumen, cuando la luz impacta en la superficie de un material, los electrones adquieren suficiente energía para moverse y crear una corriente eléctrica.

La explicación de Einstein sobre el efecto fotoeléctrico se basó en la idea de que la luz está compuesta por partículas discretas de energía llamadas fotones. Propuso que cuando los fotones interactúan con los electrones en un material, transfieren su energía a los electrones y los liberan del

átomo al que están ligados, estos electrones liberados pueden moverse a través del material y constituir una corriente eléctrica.

La relación entre el efecto fotovoltaico y la difusión de calor radica en el calentamiento que se produce cuando la luz incide sobre un material. Cuando la luz es absorbida por el material, parte de su energía se convierte en calor que puede afectar la eficiencia de la conversión de energía luminosa en energía eléctrica, ya que puede aumentar la resistencia del material y reducir la vida útil de las celdas solares.

Por lo tanto, es importante considerar y controlar la difusión de calor en los dispositivos fotovoltaicos para maximizar su rendimiento y mantener una temperatura óptima de funcionamiento

DESARROLLO DE LA ECUACIÓN

La ecuación de Laplace en su forma espacial para la difusión de calor, describe la forma en que se propaga y distribuye el calor en un material. La ecuación de Laplace establece que la temperatura en un punto dado es igual al promedio de las temperaturas en sus puntos adyacentes; es decir, el cambio en la temperatura con respecto al tiempo es cero. Lo que es suficiente para describir la difusión de calor en situaciones estacionarias y proporcionar soluciones útiles en problemas de transferencia de calor.

Ecuación de difusión de calor de Laplace:

$$\nabla^2 U(x, y) = 0 \dots (I)$$

Proponemos:

$$U(x, y) = X(x) * Y(y)$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

Sustituimos en (I)

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) (X(x) * Y(y)) = 0$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) (X(x) * Y(y)) + \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) (X(x) * Y(y)) = 0$$

$$Y(y) \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} + X(x) \frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2} = 0$$

$$X(x) * Y(y)$$

Dividimos entre

$$\frac{Y(y)}{X(x) * Y(y)} \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} + \frac{X(x)}{X(x) * Y(y)} \frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2} = 0$$

$$\frac{1}{X(x)} \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} + \frac{1}{Y(y)} \frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2} = 0$$

$$\frac{1}{X(x)} \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} = - \frac{1}{Y(y)} \frac{\partial^2 Y(y)}{\partial y^2}$$

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = - \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2}$$

Proponemos la constante de separación $-m^2$

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = -m^2 \dots \text{Ec. (II)}$$

$$- \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} = -m^2 \dots \text{Ec. (III)}$$

Resolvemos la Ec. (III)

$$- \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} = -m^2$$

$$\left(- \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} = -m^2 \right) (-Y)$$

$$\frac{d^2 Y}{dy^2} = m^2 Y$$

$$\frac{d^2 Y}{dy^2} - m^2 Y = 0$$

$$Y'' - m^2 Y = 0 \dots (IV)$$

Proponemos:

$$Y = e^{wy}$$

$$Y' = we^{wy}$$

$$Y'' = w^2 e^{wy}$$

Sustituimos en (IV)

$$w^2 e^{wy} - m^2 e^{wy} = 0$$

$$(w^2 - m^2)e^{wy} = 0$$

$$w^2 - m^2 = \frac{0}{e^{wy}}$$

$$w^2 - m^2 = 0$$

$$w^2 = m^2$$

$$\sqrt{w^2} = \pm\sqrt{m^2}$$

$$w = \pm m$$

$$w_1 = m ; w_2 = -m$$

La Solución General es:

$$Y(y) = C_1 e^{my} + C_2 e^{-my}$$

Resolvemos la Ec. (II)

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = -m^2 \dots \text{Ec. (II)}$$

$$\left(\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dy^2} = -m^2 \right) (X)$$

$$\frac{d^2 X}{dy^2} = -m^2 X$$

$$\frac{d^2 Y}{dy^2} + m^2 X = 0$$

$$X'' + m^2 X = 0 \dots (V)$$

Proponemos:

$$X = e^{wx}$$

$$X' = we^{wx}$$

$$X'' = w^2 e^{wx}$$

Sustituimos en (V)

$$w^2 e^{wx} + m^2 e^{wx} = 0$$

$$(w^2 + m^2) e^{wx} = 0$$

$$w^2 + m^2 = \frac{0}{e^{wx}}$$

$$w^2 + m^2 = 0$$

$$w^2 = -m^2$$

$$\sqrt{w^2} = \pm \sqrt{-m^2}$$

$$w = \pm im$$

$$\alpha = 0 ; \beta = 1$$

La Solución General es:

$$X(x) = e^{0*x} (C_3 \cos(m * x) + C_4 \sin(m * x))$$

$$e^{0*x} = 1$$

$$X(x) = C_3 \cos(m * x) + C_4 \sin(m * x)$$

$$U(x, y) = X(x) * Y(y), \quad \therefore$$

El objetivo era encontrar

$$U(x, y) = (C_3 \cos(m * x) + C_4 \sin(m * x))(C_1 e^{my} + C_2 e^{-my})$$

(Solución final)

RESULTADOS

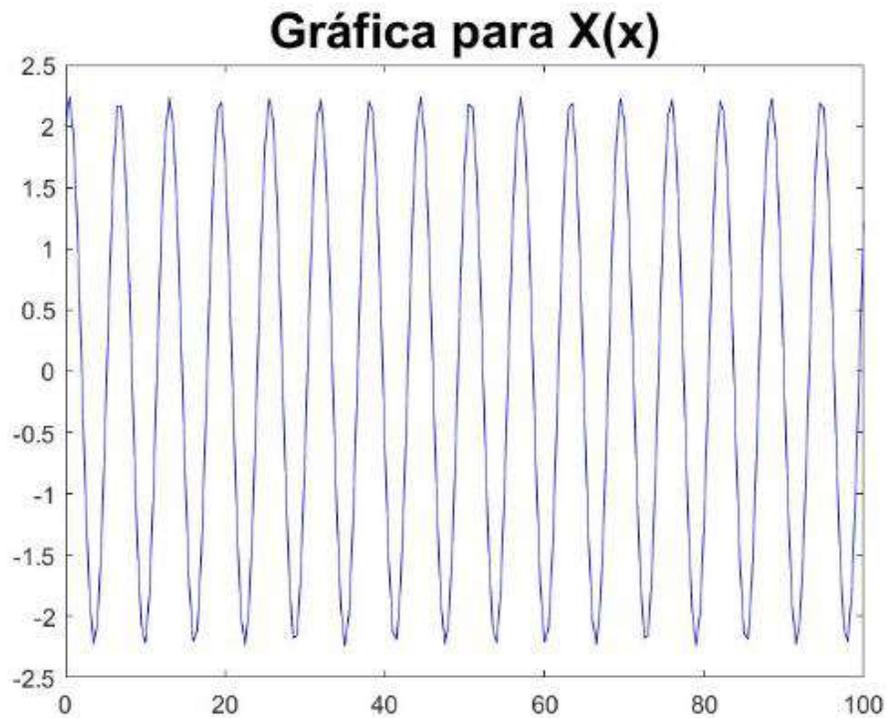


FIG.1 Gráfica para X(x) con m=1

Gráfica para $X(x)$

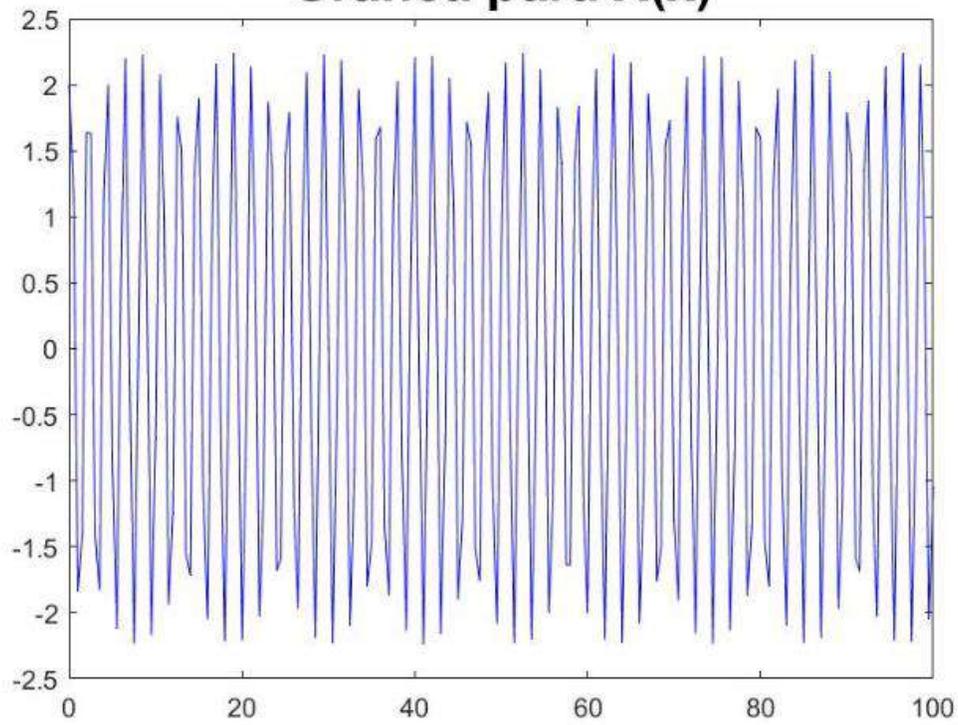
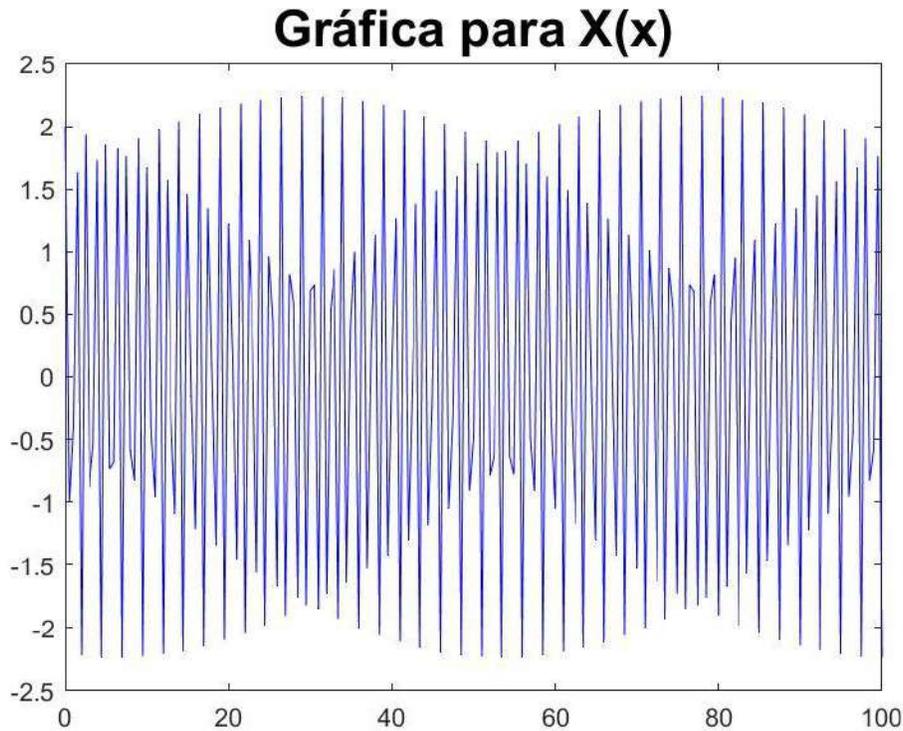


FIG.2 Gráfica para $X(x)$ con $m=3$

FIG. 3 Gráfica para $X(x)$ con $m=5$

DISCUSIÓN

La radiación solar se refiere a la energía que el Sol emite y se dispersa en varias direcciones a través del espacio mediante ondas electromagnéticas. México se destaca como uno de los países privilegiados en cuanto a recursos solares a nivel mundial. Según la International Renewable Energy Agency (IRENA), el país se encuentra en una posición geográfica favorable, ubicado entre los 15° y 35° de latitud, lo cual le brinda abundantes recursos solares.

La radiación solar en México es tan intensa que el país disfruta de alrededor de 11 horas de luz solar en invierno y casi 13 horas en verano, lo cual es una ventaja importante para el aprovechamiento de la energía solar en el país. Expertos indican que, a partir de 2022, los recibos de electricidad emitidos por la Comisión Federal de Electricidad tendrán montos más altos, incluso si el consumo eléctrico es similar al del año anterior. Esto se debe a que la tarifa eléctrica en México se basa en el costo de los combustibles utilizados para la generación de electricidad, los cuales son combustibles fósiles cuyos precios están en constante aumento.

La instalación de paneles solares en México suele ser muy rentable en la mayoría de los casos. A pesar de que la inversión inicial puede parecer elevada, el desembolso se recupera en un promedio de 7 a 10 años. Además, la instalación de paneles solares es una tecnología versátil que puede ser implementada en cualquier ubicación y permite ahorrar hasta un 90% en el costo de la electricidad. Es importante destacar que México cuenta con un potencial solar excepcional debido a su alta radiación solar. Esto convierte a la energía solar en una fuente muy útil para satisfacer los consumos energéticos promedio de las empresas. Sin embargo, en un mercado en crecimiento, es crucial elegir una empresa solar confiable que pueda cubrir las necesidades y ofrecer garantías convincentes. A medida que aumenta la oferta y la variedad de opciones para la venta de paneles solares, la elección de la mejor empresa puede presentar desafíos.

CONCLUSIÓN

La ecuación de difusión de calor de Laplace proporciona una base teórica para comprender cómo se propaga y distribuye el calor en un medio estacionario, por lo que, es una herramienta importante para el análisis de sistemas energéticos.

La relación entre la ecuación de Laplace y las energías renovables radica en la importancia de comprender y controlar la difusión de calor en dispositivos y sistemas relacionados con estas fuentes de energía (solar, eólica o geotérmica), que se basan en la captura y conversión de fuentes de energía limpia y sostenible. Además, el desarrollo y la implementación de tecnologías renovables se han convertido en una prioridad para abordar los desafíos del cambio climático y la sostenibilidad ambiental. Al utilizar fuentes de energía renovable, como la solar, se reducen las emisiones de gases de efecto invernadero y se disminuye la dependencia de los combustibles fósiles.

Tras el análisis podemos deducir que, la captura de energía solar a través de paneles solares fotovoltaicos implica la conversión de la radiación solar en electricidad. En este proceso, es importante tener en cuenta la difusión de calor y garantizar que la temperatura de los paneles solares se mantenga en niveles óptimos para un rendimiento eficiente, por lo que, con ayuda de la ecuación de Laplace se puede maximizar la eficiencia y la vida útil de los sistemas de energía solar.

REFERENCIAS

1. Asmar, N. H. (2016). *Partial differential equations with Fourier series and boundary value problems*. Dover.
2. García-Badell, J. J. (2003). *Cálculo de la energía solar*. Bellisco.
3. Heinhold, J., Heinhold, J., Escardó, E. L., & Riedmüller, B. (2021). *Álgebra lineal y geometría analítica. tomo 1*. Reverte.
4. Sudón, F. S. (2008). *Energía solar: Estado actual y perspectiva inmediata*. Universidad Pontificia Comillas.

ANÁLISIS DEL SECTOR ESCALAR DE UNA TEORÍA DE NORMA

M. del Rocío Aparicio Méndez, A. Cordero-Cid

Facultad de Ciencias de la Electrónica, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Apdo. Postal 542, C.P. 72570, Puebla, Pue.

Email: mariadelrocio.aparicio@correo.buap.mx

RESUMEN

En este trabajo se presenta el análisis del sector escalar de una teoría de norma. Se analiza la estructura tensorial que se puede obtener de una extensión del Modelo Estándar, con el fin de tener una descripción general de los vértices de dicha teoría. También se presenta el análisis y descripción de una teoría de norma, considerando el Modelo Estándar más una extensión que modifica el sector escalar, proponiendo así la existencia de nuevos campos escalares físicos que pueden dar indicios de nueva física. Con este planteamiento, se estudia el sector escalar del Lagrangiano del modelo, con el fin de identificar la estructura tensorial de los vértices de acoplamiento del sector escalar en un caso general e identificar las interacciones más importantes del modelo que pueden dar información de física más allá del Modelo Estándar. Con la teoría propuesta, se pretende plantear la existencia de nuevos campos físicos, que interactúan directamente con las partículas del SM, por tanto el análisis de estas interacciones puede dar indicios de nueva física. 1.C. Arina, J. Hajer, P. Klose, "Portal Effective Theories: A framework for the model independent description of light hidden sector interactions" arXiv:2105.06477. 2.A. Cordero-Cid, J. Hernández-Sánchez, V. Keus, S. Moretti, D. Rojas-Ciofalo, D. Sokolowska, "Collider signatures of dark CP-violation". Phys. Rev. D. 101 (2020) 9, 095023. 3. J. Beacham et al., "Physics Beyond Colliders at CERN: Beyond the Standard Model Working Group Report". J. Phys. G. 47.1 (2020) p. 010501. Agradecimiento: SNI-CONACyT, PRODEP-SEP, VIEP-BUAP y LNS.

INTRODUCCIÓN

El Modelo Estándar², es una teoría cuántica de campos, que da una descripción correcta de un proceso de colisión entre partículas elementales, tal como ocurre en los actuales aceleradores de altas energías. Con el SM se describen las interacciones fuerte, débil y electromagnética entre las partículas que constituyen la materia, los fermiones, y bosones de norma, los mediadores de las fuerzas. También se considera la existencia de una partícula escalar, llamada bosón de Higgs³, la cual es necesaria para romper espontáneamente la simetría electrodébil y así generar el espectro de masas sin destruir la renormalizabilidad de la teoría. Los sectores de Higgs y de Yukawa son piezas importantes del modelo, no solo por dar información de gran importancia para la consistencia matemática de la teoría sino también por ser sectores que pueden constituir fuentes importantes de violación de algunas simetrías discretas, tales como la paridad (P) y la conjugación de carga (C). Cabe mencionar que el modelo viola maximalmente P y C en el sector fermiónico. Sin embargo, ambas simetrías son conservadas separadamente en el sector bosónico. Por otro lado, la operación CP, que es una combinación de la conjugación de carga y paridad, es conservada totalmente en los sectores leptónico y bosónico, pero no así en el sector de quarks, donde puede aparecer una fuente explícita de violación de esta simetría. Kobayashi y Maskawa en 1973, señalaron que la violación de CP se produciría automáticamente en el modelo si hubiera al menos seis sabores de quarks. Tal mecanismo de violación de CP tiene su origen en el sector de Yukawa de los quarks y resulta de la necesidad de realizar una rotación de estos campos con el objetivo de definir correctamente las masas de los mismos. La violación de CP aparece como una fase de la matriz relacionada con la rotación de las tres familias de quarks, conocida con el nombre de matriz de Kobayashi-Maskawa⁴ (KM). Cabe mencionar que esta matriz da lugar a que ocurran los efectos de corrientes cargadas, mediadas por el bosón W, que cambian el sabor en el sector de quarks. Este fenómeno de interacciones a nivel de árbol entre dos quarks de diferentes familias y el bosón de norma W constituyen predicciones muy finas del modelo y son objeto de escrutinio experimental. Tal efecto no

está presente en el sector de leptones, lo cual se debe a la ausencia de neutrinos derechos en el SM o, dicho de otra forma, a que los neutrinos no tienen masa en dicho modelo. Debido a que el SM contiene solo un doblete de Higgs, el efecto de la rotación de KM se cancela completamente en las interacciones de los bosones Z, fotón y el Higgs con los quarks y, por lo tanto, no se presenta el efecto de corrientes neutras que cambien sabor a nivel de árbol, mediadas por un Z, un fotón o un bosón de Higgs. Sin embargo, este efecto se puede presentar a orden de un rizo en teoría de perturbaciones. Vale la pena mencionar que debido a que en el SM los neutrinos no tienen masa y también a que solo existe un doblete de Higgs, los efectos de corrientes neutras con cambio de sabor no se presentan a ningún orden de teoría de perturbaciones en el sector leptónico. Como ya lo hemos mencionado, en el Modelo Estándar, la violación de CP se observa solo en el sector de quark, y podemos decir que todas las mediciones experimentales han sido consistentes con que ésta es la única fuente de violación de CP en el SM. Sin embargo, la búsqueda de física más allá del SM, ha llevado a explorar otros datos que pueden estar relacionados con una fuente de violación de CP, como la asimetría bariónica del universo, que se relaciona con el hecho de que existe más materia que anti-materia. Dicha asimetría, según Sakharov, se puede producir dinámicamente solo si se cumplen tres condiciones:

1. Las interacciones tienen que violar el número bariónico.
2. Las interacciones tienen que violar la conjugación de carga (C) y la combinación de la conjugación de carga con la paridad (CP).
3. Y que el universo tuvo una etapa en la que estaba fuera de equilibrio térmico.

Con estas ideas se analiza la posibilidad de detectar nueva física a energías más altas que las del SM, lo que implica proponer una teoría de norma que se ajuste a un rango de energías más alto, lo que se conoce como una Extensión del Modelo Estándar. De tal modo, se propone la existencia de nuevos campos que podrían implicar efectos de nueva física a escalas de energías más altas. Existen varias extensiones del SM, entre las que destacan modelos con un sector escalar que comprende dos o tres dobletes de higgs y en algunos casos solo singletes, también existen modelos con un espectro fermiónico más amplio, etc. Por ejemplo, teorías que contienen al SM como un límite de bajas energías, requieren para su formulación de un creciente número de escalares. Un hecho importante es que toda extensión en el sector escalar del Modelo Estándar predice la existencia de escalares cargados. En principio, podemos así decir que existen dos formas de ampliar el número de escalares en el modelo, una de ellas consiste en introducir representaciones adicionales de escalares bajo el grupo de norma electrodébil. La otra resulta de una extensión del grupo de simetría electrodébil, lo cual, necesariamente, conduce a la proliferación de escalares físicos. La extensión más sencilla, no trivial bajo el grupo SU(2), corresponde a la formulada con dos dobletes de escalares. Esta extensión del Modelo Estándar debe su importancia a la incidencia que tiene en la construcción de una teoría supersimétrica a bajas energías y también a que corresponde a la forma más sencilla de introducir un escalar físico cargado. En el caso supersimétrico, la teoría que resulta es el llamado Modelo Estándar Supersimétrico⁵ el cual contiene, además de las partículas ordinarias, las partículas supersimétricas. La supersimetría introduce algunas restricciones entre los parámetros de la teoría, dando como consecuencia algunas restricciones entre los parámetros de la teoría, y relaciones entre las masas de los escalares y los bosones de norma débiles. Podemos mencionar que esto no ocurre en el modelo general de dos dobletes, donde la invariancia de norma y renormalizabilidad son, en principio, las únicas restricciones que deben satisfacer las diversas interacciones entre los campos.

En este trabajo se presenta el análisis y descripción de una teoría de norma, considerando el Modelo Estándar más una extensión que modifica el sector escalar, proponiendo así la existencia de nuevos campos escalares físicos que pueden dar indicios de nueva física. Con este planteamiento, se estudia el sector escalar del Lagrangiano del modelo, con el fin de identificar la estructura tensorial de los vértices de acoplamiento del sector escalar en un caso general e identificar las interacciones más importantes del modelo que pueden dar información de física más allá del Modelo Estándar. Particularmente se parte de identificar las estructuras tensoriales de los vértices de acoplamiento del

sector escalar del Modelo Estándar y se analizan dos extensiones, con dos y tres dobletes de Higgs, respectivamente.

RESULTADOS

En este trabajo se presenta el análisis y descripción de una teoría de norma, considerando el Modelo Estándar más una extensión que modifica el sector escalar, proponiendo así la existencia de nuevos campos escalares físicos que pueden dar indicios de nueva física. Con este planteamiento, se estudia el sector escalar del Lagrangiano del modelo, con el fin de identificar la estructura tensorial de los vértices de acoplamiento del sector escalar en un caso general e identificar las interacciones más importantes del modelo que pueden dar información de física más allá del Modelo Estándar.

Consideremos el Lagrangiano, con un sector escalar descrito como:

$$\mathcal{L} = (\mathcal{D}_\mu \phi)^\dagger (\mathcal{D}^\mu \phi) - \mathcal{V}(\phi),$$

donde:

$$\mathcal{D}_\mu \phi = (\delta_\mu - ig W_\mu + ig' Y_\phi B_\mu) \phi,$$

$$\mathcal{V}(\phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2,$$

con

$$\lambda > 0, \mu^2 < 0.$$

Los vértices genéricos que se obtienen, por interacciones entre campos escalares, tendrán la siguiente estructura:

Vértice	Estructura
SSS	ieC ₃
SSSS	ie ² C ₄
SV _μ V _ν	ieK g _{μν}
SSV _μ V _ν	ie ² C ₂ g _{μν}
V _μ S(p ₁)S(p ₂)	ieG(p ₁ - p ₂) _μ

los acoplamientos se ajustan con los parámetros del Modelo Estándar de la siguiente manera:

Vértice	Considerando bosón de Higgs	
SSS	HHH	C ₃ =-3m _H ² /2 m _w s _w
SSSS	HHHH	C ₄ =-3m _H ² /(2 m _w s _w) ²
SSV _μ V _ν	HHW ⁺ W ⁻ , HHZZ	C ₂ = 1/2s _w ² , 1/2s _w ² c _w ²
SV _μ V _ν	HZZ, HW ⁺ W ⁻	K= m _w / s _w c _w ² , m _w /s _w

Donde m_H y m_w representan las masas del bosón de Higgs y el bosón W, respectivamente. En este caso s_w y c_w, representan el seno y coseno del ángulo de Weinberg.

Analizamos ahora un modelo de dos dobletes de Higgs, representados como φ₁ y φ₂, en el cual se ha extendido el sector escalar del Modelo Estándar. En tal caso el potencial del sector escalar queda dado por⁷:

$$\mathcal{V}(\phi_1, \phi_2) = \lambda_1 (\phi_1^\dagger \phi_1 - v_1)^2 + \lambda_2 (\phi_2^\dagger \phi_2 - v_2)^2$$

$$\begin{aligned}
 & + \lambda_3 [(\phi_1^\dagger \phi_1 - v_1^2) + (\phi_2^\dagger \phi_2 - v_2^2)] \\
 & + \lambda_4 [(\phi_1^\dagger \phi_1)(\phi_2^\dagger \phi_2) - (\phi_1^\dagger \phi_2)(\phi_2^\dagger \phi_1)] \\
 & + \lambda_5 [\mathcal{K}_g(\phi_1^\dagger \phi_2 - v_1 v_2)]^2 + \lambda_6 [\mathcal{F}_m(\phi_1^\dagger \phi_2)]^2
 \end{aligned}$$

El análisis del sector escalar extendido muestra que la estructura tensorial de los vértices de interacción de escalares no cambia independientemente del tipo de escalar que se considera, teniendo así que, la información del modelo se condensa en las constantes de acoplamiento, que dependen de los parámetros del modelo. Por ejemplo, para un modelo con dos dobletes, el acoplamiento entre $H^+H^0W^+$, tiene la estructura tensorial antes observada en el contexto del Modelo Estándar para un acoplamiento de dos escalares y un bosón de norma, con la variante de una constante de acoplamiento dada como:

$$i \frac{g}{2} (\text{sen}(\beta - \alpha)),$$

donde $\tan \beta$ es la razón de los valores de expectación del modelo y α el ángulo de mezcla del Higgs.

Si ahora consideramos un doblete más, para un modelo con tres dobletes de Higgs, como el descrito en⁸, el potencial estará dado como:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{V}^0(\phi_1, \phi_2) = & \lambda_1 (\phi_1^\dagger \phi_1)^2 + \lambda_2 (\phi_2^\dagger \phi_2)^2 + \lambda_3 (\phi_3^\dagger \phi_3)^2 \\
 & + \lambda_4 [(\phi_1^\dagger \phi_1) + (\phi_2^\dagger \phi_2) + (\phi_3^\dagger \phi_3)] \\
 & + \lambda_{1\phi\kappa} [(\phi_1^\dagger \phi_1)(\phi_1^\dagger \phi_\kappa) + \text{h.c.}] + \dots
 \end{aligned}$$

observamos que el vértice de acoplamiento entre un escalar y dos bosones de norma mantiene la estructura tensorial antes mostrada y el acoplamiento se describe según el modelo por:

$$\begin{aligned}
 g_{H1W+W-} &= 2m_W^2 \cos(\alpha - \theta) g^{\mu\nu} / v, \\
 g_{H2W+W-} &= 2m_W^2 \text{sen}(\alpha - \theta) g^{\mu\nu} / v, \\
 g_{H1ZZ} &= 2m_Z^2 \cos(\alpha - \beta) g^{\mu\nu} / v, \\
 g_{H2ZZ} &= 2m_Z^2 \text{sen}(\alpha - \theta) g^{\mu\nu} / v.
 \end{aligned}$$

Al final se puede pensar en una teoría más general, cómo una teoría de campos, conocida como Portal Effective Theory (PETs)⁹, en la cual se considera el Modelo Estándar (SM de sus siglas en inglés) más una extensión que incluye un nuevo grupo de partículas que se identifican como partículas mensajeras, y cuya finalidad es relacionar a las partículas del SM, con campos más pesados y no visibles a la escala de rompimiento espontáneo de la simetría electrodébil. Con esta idea, analizamos el sector escalar de dicho modelo, e identificamos la estructura general de interacciones escalares. El Lagrangiano del modelo PETs, se propone de forma general como:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{SM} + \mathcal{L}_{portal} + \mathcal{L}_{oculto},$$

donde \mathcal{L}_{SM} , contiene la información de las interacciones de los campos del Modelo Estándar, \mathcal{L}_{portal} , contiene los operadores que describen las interacciones los campos mensajeros con el espectro de partículas del SM y los nuevos campos pesados, es decir, campos que interactúan por separado con partículas del SM, así como con los nuevos campos pesados ocultos. Por último, tenemos el \mathcal{L}_{oculto} , que contiene la información de las interacciones de los campos pesados ocultos.

Analizando el Lagrangiano y mediante el uso del programa LanHep determinamos la forma de los acoplamientos escalares del tipo $s_1 s_2 h$, para los cuales tenemos coeficientes dados como

$$4m_W s_w c_k / e,$$

donde m_W es la masa del bosón W , s_w el seno del ángulo de Weinberg, $e=1/128$, y c_k , cambia según los escalares mensajeros considerados, sin embargo, mantiene la estructura tensorial del acoplamiento entre escalares.

CONCLUSIONES

Confirmamos así lo planteado en este trabajo, de modo que podemos identificar una estructura general para los acoplamientos obtenidos en el sector escalar de una teoría de norma de una extensión del Modelo Estándar. La identificación de una estructura general para los vértices de acoplamiento simplifica el análisis de diversos procesos que incluyan esas interacciones, aún si involucran nuevas partículas del modelo que pueden ser candidatos de nueva física.

BIBLIOGRAFÍA

1. S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 19, 1264(1967); A. Salam, in "Elementary Particle Theory", ed. N. Svartholm (Almqvist and Wiksell, Stockholm, 1968).
2. J. Goldstone, A. Salam, S. Weinberg, Phys. Rev. 127, 965(1965) ; P.W. Higgs, Phys. Lett. 12, 132 (1964); P. W. Higgs, Phys. Rev. 145, 1156 (1966); J. Goldstone, Nuovo Cimento 19, 154 (1961); S. Weinberg, Phys. Rev. D7, 1068 (1973).
3. M. Kobayashy, K. Maskawa, Prog, Theor, Phys. 49,282 (1972).
4. P. Fayec, Nucl. Phys., B90, 104 (1975).
5. A. Cordero-Cid, J. Hernández-Sánchez, V. Keus, S. Moretti, D. Rojas-Ciofalo, D. Sokolowska, "Collider signatures of dark CP-violation". *Phys. Rev. D.* 101 (2020) 9, 095023.
6. J. Beacham et al., "Physics Beyond Colliders at CERN: Beyond the Standard Model Working Group Report". *J. Phys. G.* 47.1 (2020) p. 010501.
7. Gunion, John F. and Haber, Howard E. and Kane, Gordon L. and Dawson, Sally", "The Higgs Hunter's Guide", SCIPP-89/13, UCD-89-4, BNL-41644, Vol 80,, 2000.
8. M. Gómez-Bock, M. Mondragón, A. Pérez-Martínez, "Scalar and gauge sectors in the 3-Higgs Doublet Model under the S_3 symmetry". *Eur.Phys.J.C* 81, 942 (2021).
9. C. Arina, J. Hajer, P. Klose, "Portal Effective Theories: A framework for the model independent description of light hidden sector interactions" arXiv:2105.06477.

Agradecimiento: SNI-CONACyT, PRODEP-SEP, VIEP-BUAP y LNS.

FRUSTRACIÓN DEL ORDEN ANTIFERROMAGNÉTICO EN EL MULTIFERROICO LaFeO_3 MEDIANTE DOPAJE CON NÍQUEL Y TRATAMIENTO TÉRMICO

Ximena J. Téllez-Tovar¹, Julio C. Aguirre-Espinosa¹, Ana M. Bolarín-Miró¹,
Claudia A. Cortés-Escobedo², Omar Rosales-González¹, Félix Sánchez-De Jesús^{1,*}

¹Área Académica de Ciencias de la Tierra y Materiales, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Mineral de la Reforma, 42184. Hidalgo, México, ²Instituto Politécnico Nacional, Centro de Investigación e Innovación Tecnológica, 02250. Ciudad de México, México.

Autor de correspondencia: fsanchez@uaeh.edu.mx

RESUMEN

En este trabajo se sintetizaron polvos de $\text{LaFe}_{0.9}\text{Ni}_{0.1}\text{O}_3$ mediante molienda de alta energía de óxidos precursores, mismos que después de ser compactados, se sinterizaron a temperaturas en un rango de 800 a 1200 °C, para evaluar el efecto de la temperatura sobre la estructura cristalina, propiedades eléctricas y magnéticas. Mediante difracción de rayos X (DRX) se confirmó la formación de una perovskita con fase ortorrómbica de LaFeO_3 independientemente de la temperatura de sinterización; Mediante magnetometría de muestra vibrante (MMV) se mostró un cambio de orden magnético del material de antiferromagnético (AFM) a ferromagnético (FM), mientras que por espectroscopia de impedancia con LCR para analizar propiedades dieléctricas y eléctricas, se corroboró el carácter semiconductor de los materiales analizados. Se obtuvieron valores altos de permitividad relativa a bajas frecuencias, mostrando un comportamiento Maxwell-Wagner, atribuido a la presencia de portadores de carga, por otro lado, la conductividad se vio beneficiada con el incremento de la temperatura de sinterización, debido a la disminución de la porosidad de los compactos.

INTRODUCCIÓN

Los materiales multiferroicos son aquellos que presentan de manera simultánea al menos dos órdenes ferroicos, como ferroelectricidad (FE), ferromagnetismo (FM) o antiferromagnetismo (AFM). Algunos de estos materiales presentan acoplamientos entre los órdenes mencionados, lo que resulta de interés debido a las potenciales aplicaciones como dispositivos electrónicos de almacenamiento de información [1]. Dentro de estos materiales se encuentran los óxidos tipo perovskita con estructura ABO_3 , de donde a su vez, se destacan las ortoferritas de lantano (LaFeO_3) que son el material estudiado en esta investigación. La LaFeO_3 cristaliza en una estructura tipo perovskita ortorrómbica que debido a esta misma estructura posee un orden AFM tipo G dado por la orientación espacial de sus espines, sin embargo, es un multiferroico a temperatura ambiente [2-3], por lo que se han realizado investigaciones para modificar sus propiedades como el cambio de orden de AFM a FM, manteniendo un comportamiento ferroeléctrico a través de dopaje iónico o de disminución de tamaño de partícula generando distorsiones estructurales y presencia de espines no compensados con cationes como Na^+ [4] y Zn^{2+} [5]. Por lo que en este trabajo, se busca evaluar el efecto de la temperatura de sinterización y el dopaje con cationes de Ni^{2+} en posiciones del Fe^{3+} en estructura cristalina y sus implicaciones de este sobre sus propiedades dieléctricas y eléctricas.

TEORÍA

Como se mencionó anteriormente, los materiales multiferroicos son aquellos que presentan de manera simultánea al menos dos órdenes ferroicos como el FM, el AFM o la ferroelectricidad. El magnetismo tiene su origen en la presencia de electrones localizados en las capas d o f que están parcialmente llenas de iones de metales de transición o de tierras raras con espín localizado que interactúan entre sí dando como resultado el orden magnético. Por su parte, la ferroelectricidad da lugar a diferentes tipos de multiferroicos dependiendo de su origen microscópico como la ferroelectricidad geométrica, la ferroelectricidad electrónica y la que se da por el orden magnético, la ferroelectricidad magnética; es este origen el que da lugar a la clasificación de los multiferroicos

siendo el tipo I materiales en los que la ferroelectricidad y el magnetismo tienen distinta fuente y aparecen de forma independiente pero con cierto acoplamiento por ser propiedades dependientes en las que si una sufre un cambio, la otra lo refleja también, y tipo II en los que el ferromagnetismo origina la ferroelectricidad, sin embargo, en estos materiales la polarización eléctrica es menor al otro tipo de multiferroico. La ferrita de Lantano es un multiferroico de tipo II o impropio siendo un material que cristaliza en una estructura cristalina tipo ortorrómbica con grupo espacial $Pbnm$ o $Pnma$ [6]. Esta ferrita es estable químicamente y presenta un ordenamiento espacial tipo perovskita distorsionada con cuatro unidades moleculares por celda unitaria donde los iones de La^{3+} están en posiciones A, los Fe^{3+} en posiciones B rodeados por oxígenos en coordinación octaédrica que forman interacciones de superintercambio entre los iones Fe-O-Fe, donde el oxígeno actúa como un camino para el intercambio de electrones. Estas relaciones de súperintercambio son antiferromagnéticas según las reglas de Goodenough-Kanamori-Anderson. En esta ferrita se han estudiado propiedades catalíticas, ópticas, magnéticas y de manera reciente, las ferroeléctricas debido a que por su estructura centrosimétrica, se vuelve complicado que presenten polarización eléctrica, no obstante, se ha observado que procesamientos como la disminución de tamaño de partícula, el dopaje catiónico o el co-dopaje han modificado las interacciones del material que afecta la magnetización y la función dieléctrica, particularmente, se sugiere que el dopaje para modulación y control de la estructura cristalina es lo ideal para acentuar propiedades deseadas en la ortoferrita [7].

PARTE EXPERIMENTAL

Se sintetizan por molienda de alta energía a temperatura ambiente mediante óxidos precursores de hierro, lantano y níquel con cantidades estequiométricas para obtener $LaFe_{0.9}Ni_{0.1}O_3$. Posteriormente se sometió a compactación a 1000 MPa, obteniendo pellets de 10 mm de diámetro y 2 mm de espesor, los cuales fueron sometidos a un proceso de sinterización a temperaturas en un rango de 800 a 1200° C. Los compactos o pellets se caracterizaron por difracción de rayos X (DRX) para analizar su estructura cristalina; para las propiedades magnéticas se realizan magnetometría de muestra vibrante, determinando el ciclo de histéresis magnética y finalmente para el comportamiento dieléctrico y eléctrico, se empleó espectroscopía de impedancia con LCR.

RESULTADOS

En la Figura 1 se presentan los difractogramas de DRX junto con el refinamiento Rietveld de los compactos sinterizados de $LaFe_{0.9}Ni_{0.1}O_3$ a temperaturas entre 800 y 1200 °C durante 4 h. En los difractogramas se observa que, independiente de la temperatura de sinterización, todos los materiales evidencian la formación de la ferrita de lantano con fase ortorrómbica (COD, 96-152-6451, $Pbnm$), sin observar la presencia de otros picos, lo cual se validó mediante el refinamiento, y es indicativo de la completa reacción de síntesis de la ferrita de lantano dopada con níquel, asegurando la introducción de los cationes del níquel al interior de la estructura cristalina de la ferrita de lantano, logrando el objetivo de formar la solución sólida.

Tal como se comentó en párrafos anteriores, la $LaFeO_3$ se caracteriza por presentar un orden antiferromagnético tipo G (AFM-G), que es consecuencia de la disposición espacial de los espines por el que el momento angular intrínseco de la ferrita se anula, se espera en este trabajo de investigación que las modificaciones estructurales ocasionadas por el método de síntesis, la molienda de alta energía y por la presencia de níquel ocupando posiciones de hierro, así como el cambio en el momento magnético entre el hierro ($\mu_{Fe} = 5.9 \mu_B$) y ($\mu_{Ni} = 2 \mu_B$), frustren el orden magnético del material, induciendo un ferromagnetismo, aunque éste sea débil.

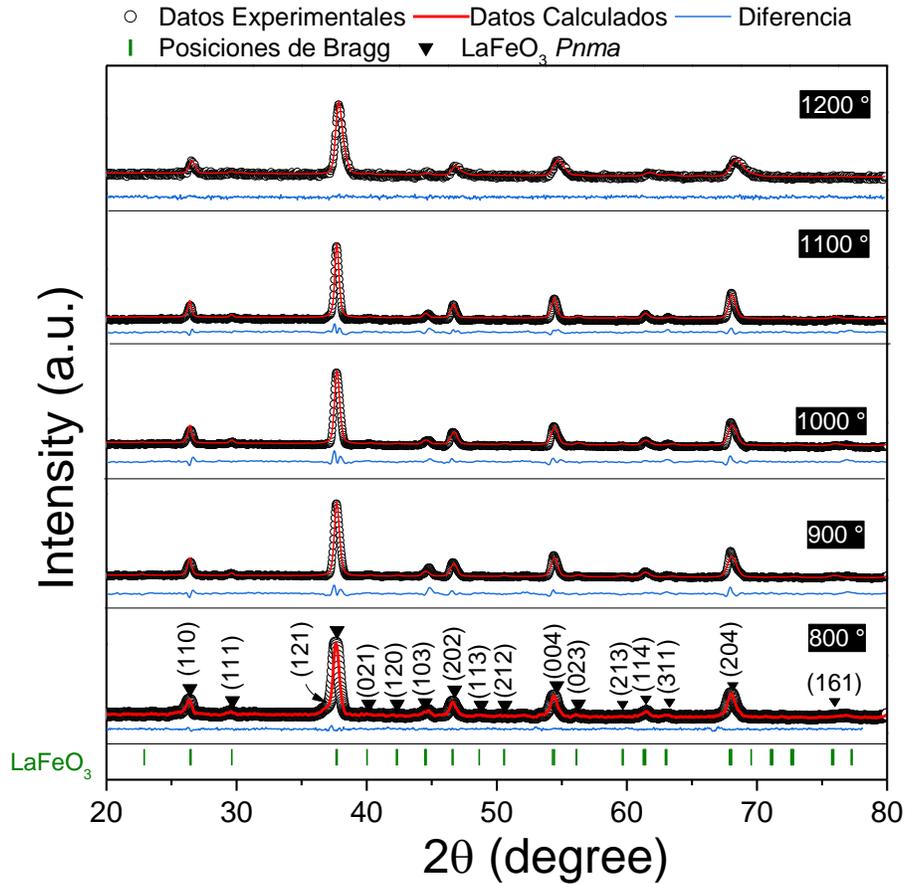


Figura 1. Difractogramas de mezclas estequiométricas de polvos para obtener $\text{LaFe}_{0.9}\text{Ni}_{0.1}\text{O}_3$ molidas durante 5 h, prensadas y sinterizadas a temperaturas entre 800 y 1200 °C.

Para evidenciar el efecto de la sustitución de hierro por níquel sobre las propiedades magnéticas se obtuvieron los ciclos de histéresis magnético de los polvos sintetizados en función de la temperatura de sinterización, cuyos resultados se muestran en la Figura 2. Tal como se observa, el orden magnético que presenta el material está muy afectado por dicha temperatura y su efecto en las distorsiones de la estructura cristalina. Los compactos sinterizados a la temperatura más baja, 800 °C, presentan orden débilmente ferromagnético (FM), el cual se va perdiendo al incrementar la temperatura de sinterización, hasta que a partir de 1000 °C de temperatura de sinterización, el material muestra un comportamiento típicamente antiferromagnético, lo cual se observa como ciclos con líneas rectas, indicando una relación proporcional entre campo aplicado y magnetización, siendo la constante de proporcionalidad de susceptibilidad magnética (χ_m), la cual se incluye en la tabla 1, junto con otras propiedades magnéticas extraídas del ciclo de histéresis magnético, tales como magnetización específica y coercitividad. El comportamiento que se observa se asocia a que a baja temperatura (800 °C) el material conserva la distorsión inducida por el método de síntesis, la molienda de alta energía. Al incrementar la temperatura, se promueve la difusión en estado sólido, por lo tanto se relajan las tensiones de la estructura cristalina, se eliminan las tensiones y defectos, motivo por el cual, el orden magnético cambia a antiferromagnético, propiciado por el orden estructural que impacta directamente en la estructura magnética.

Adicionalmente, en la tabla 1 donde se presentan los parámetros magnéticos se observa una disminución de la magnetización específica y la susceptibilidad magnética al incrementar la

temperatura, asociado al proceso de ordenamiento y eliminación de distorsiones al promover la difusión en estado sólido.

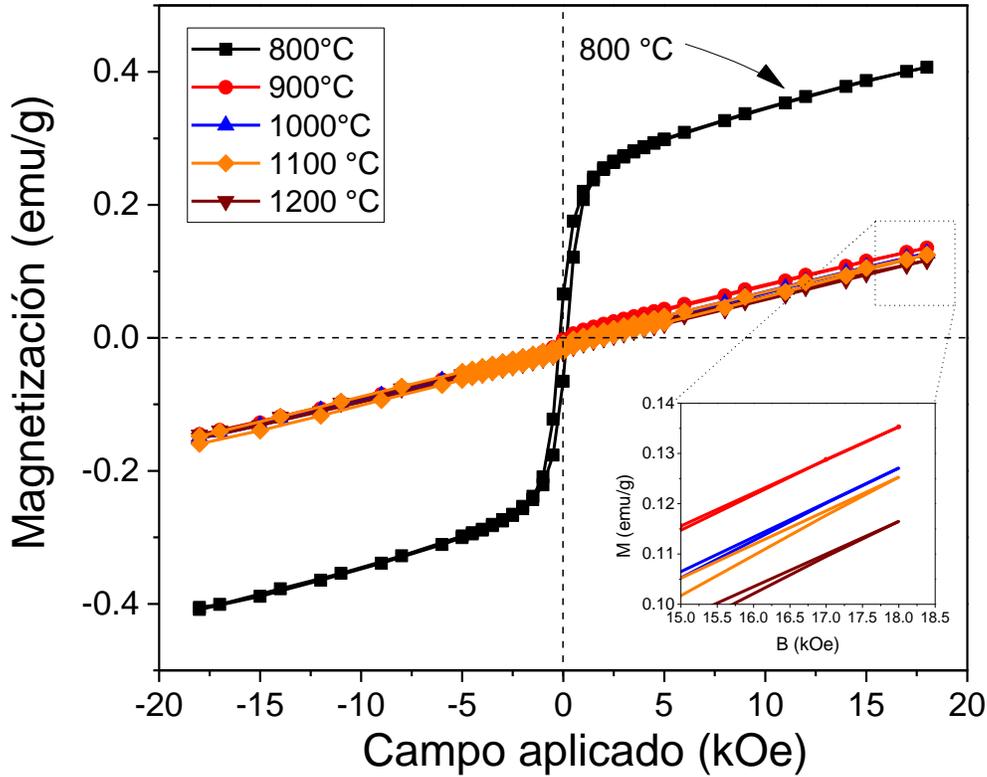


Figura 2. Ciclos de histéresis magnética de compactos de mezclas estequiométricas de polvos para obtener $\text{LaFe}_{0.9}\text{Ni}_{0.1}\text{O}_3$ molidas durante 5 h, prensadas y sinterizadas a temperaturas entre 800 y 1200 °C.

Tabla 1. Parámetros magnéticos, magnetización específica (M_s a 18 kOe), coercitividad (H_c) y susceptibilidad magnética másica (X_m) de compactos de mezclas estequiométricas de polvos para obtener $\text{LaFe}_{0.9}\text{Ni}_{0.1}\text{O}_3$ molidas durante 5 h, compactadas y sinterizadas a temperaturas entre 800 y 1200 °C.

Temperatura de sinterización (°C)	M_s a 18 kOe (emu/g)	H_c (kOe)	X_m (kg^{-1})	Orden magnético
800	0.407	0.17227	--	FM
900			--	FM débil
1000		--	$7.97 \cdot 10^{-6}$	AFM
1100		--	$7.96 \cdot 10^{-6}$	AFM
1200		--	$7.60 \cdot 10^{-6}$	AFM

Adicionalmente, se determinaron las propiedades eléctricas y dieléctricas de los compactos sinterizados en función de la temperatura, se presentan los resultados en las figuras 3 a 5. Tal como se aprecia en la figura 4, el comportamiento de la conductividad eléctrica respecto a la frecuencia muestra que para el compacto sinterizado a menor temperatura, 800 °C, no hay variación de la conductividad eléctrica con la frecuencia, mostrando una gran estabilidad para su aplicación en

dispositivos electrónicos. Asimismo, se observa, que al incrementar la temperatura de sinterización, el valor de conductividad incrementa al incrementar la temperatura de sinterización del compacto, lo cual se atribuye a un incremento en la densidad (disminución de la porosidad) por la promoción de la difusión en estado sólido durante la sinterización, y por lo tanto se mejora la facilidad con la que los electrones pueden moverse a través del material. Los resultados sugieren que los compacto sinterizados, si trabajan en el rango de frecuencias entre 10^3 - 10^4 Hz van a presentar elevadas corrientes de fugas, limitando su aplicabilidad como dieléctrico. A valores de frecuencias superiores a 10^4 Hz la conductividad nuevamente muestra estabilidad, pero con valores mayores que los que mostraba a bajas frecuencias.

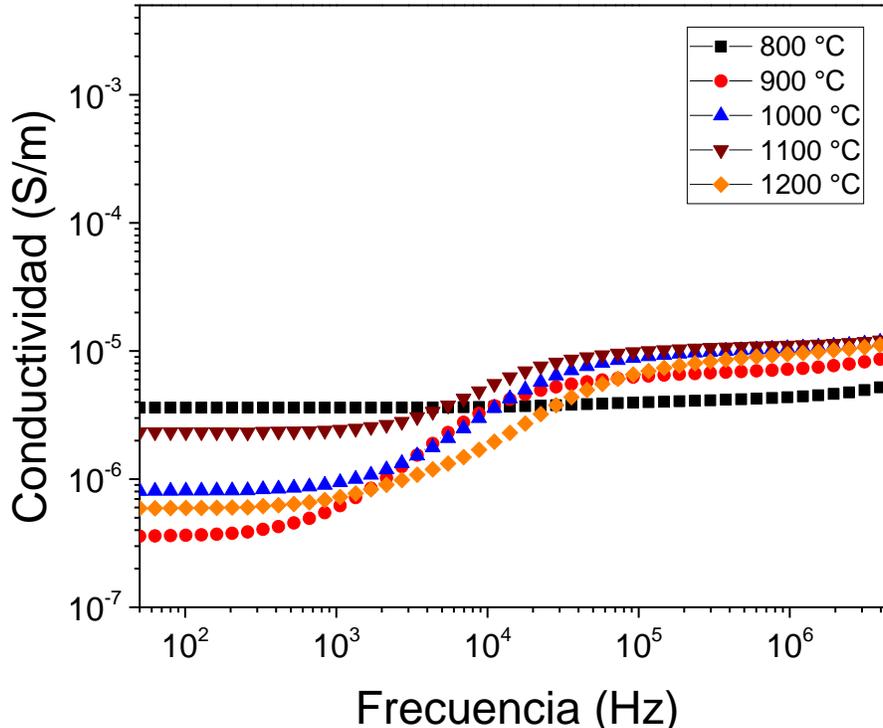


Figura 3. Conductividad eléctrica de compactos de mezclas estequiométricas de polvos para obtener $\text{LaFe}_{0.9}\text{Ni}_{0.1}\text{O}_3$ molidas durante 5 h, prensadas y sinterizadas a temperaturas entre 800 y 1200 °C.

Finalmente, en las figuras 4 y 5 se muestra el efecto de la temperatura de sinterización sobre la permitividad relativa y las pérdidas dieléctricas ($\tan\delta$), respectivamente. El comportamiento mostrado por el material, la LNFO se puede explicar con base en la polarización por carga espacial debida a inhomogeneidades presentes en la estructura dieléctrica como fases secundarias o porosidad (atribuida al proceso de conformación). Todos los compactos o pelets sinterizados presentan un comportamiento similar, alta permitividad a bajas frecuencias (< 100 kHz) y posterior disminución al incrementar la frecuencia. Este es el típico del comportamiento que sigue el modelo de Maxwell-Wagner, el cual atribuye elevados valores de permitividad relativa como consecuencia a la acumulación de portadores de carga en defectos superficiales y volumétricos, presentes en los compactos sintetizados, tales como poros y límites de grano. En este rango de frecuencias la mayor contribución a la permitividad es el mecanismo de polarización por carga espacial.

Al incrementar la frecuencia las cargas de polarización no son capaces de seguir el campo aplicado, y por lo tanto los dipolos no son capaces de relajarse, disminuyendo su permitividad relativa, lo cual se observa en la figura como un cambio en la pendiente de la curva de variación de la permitividad con la frecuencia.

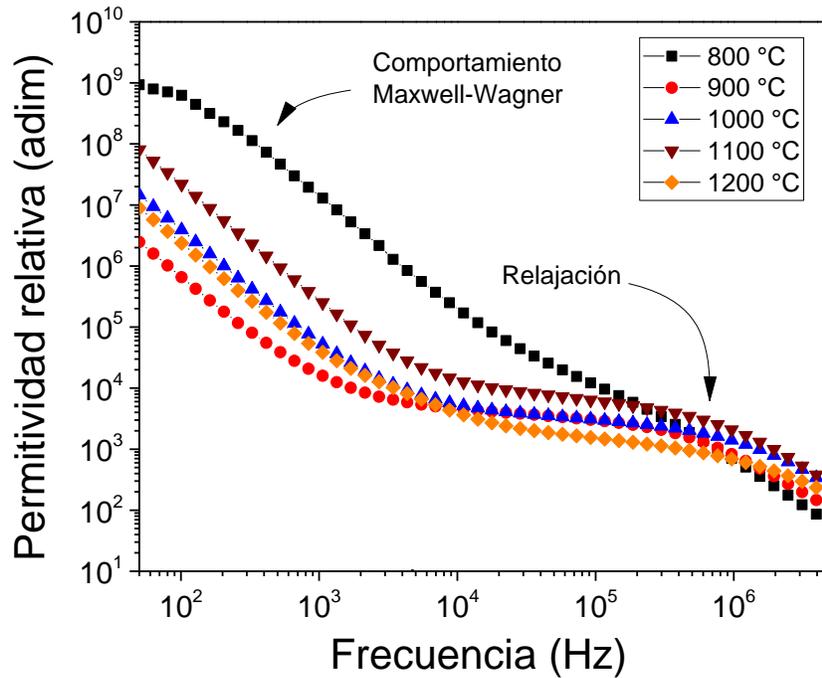


Figura 4. Permitividad relativa de compactos de mezclas estequiométricas de polvos para obtener $\text{LaFe}_{0.9}\text{Ni}_{0.1}\text{O}_3$ molidas durante 5 h, prensadas y sinterizadas a temperaturas entre 800 y 1200 °C.

Los resultados de pérdidas dieléctricas, mostrados en la Figura 5, confirman la presencia de una relajación a frecuencias por encima de 10^4 Hz en todas las muestras, independiente de la temperatura de sinterización,

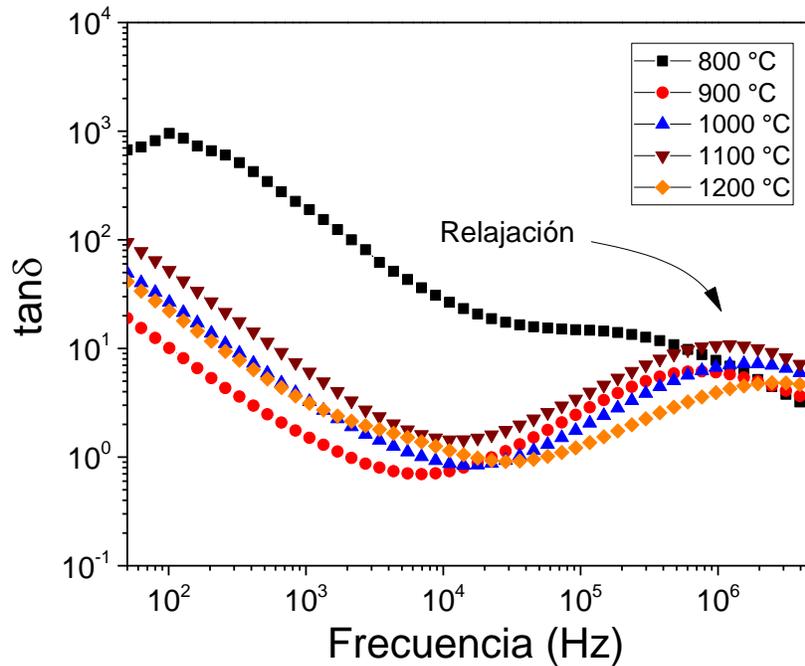


Figura 5. Pérdidas dieléctricas de compactos de mezclas estequiométricas de polvos para obtener $\text{LaFe}_{0.9}\text{Ni}_{0.1}\text{O}_3$ molidas durante 5 h, prensadas y sinterizadas a temperaturas entre 800 y 1200 °C.

CONCLUSIONES

En este trabajo se obtuvieron compactos sinterizados de $\text{LaFe}_{0.9}\text{Ni}_{0.1}\text{O}_3$ con estructura ortorrómbica, lo cual se corroboró mediante difracción de RX, confirmando que no había presencia de fases secundarias. Se logró la frustración del orden magnético de AFM a FM en los materiales sinterizados a 800°C que se conserva a temperatura ambiente, atribuyendo esto a las distorsiones estructurales que generan un canteo de los espines de los cationes magnéticos. Sin embargo, en los compactos sinterizados a temperaturas superiores, muestran orden AFM atribuido a los procesos de difusión en estado sólido promovidos por el incremento en la temperatura, lo que elimina distorsiones y particularmente el canteo que provocaba el orden FM débil en compactos sinterizados a baja temperatura. El comportamiento observado en la conductividad eléctrica es de incremento con la frecuencia y con la temperatura, lo cual se atribuye a una mejor densificación de los compactos, mismo efecto que se aprecia en las propiedades dieléctricas, las cuales permiten observar el comportamiento Maxwell-Wagner a bajas frecuencias y posterior relajación.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo financiero del Consejo Nacional de Humanidades, Ciencia y Tecnología de México (CONAHCyT) bajo el proyecto CF-2023-G-76. X.J. Téllez-Tovar agradece al CONAHCyT la beca otorgada para realizar sus estudios de doctorado.

BIBLIOGRAFÍA.

1. D. I. Khomskii, "Ferroelectrics, magnetoelectrics and multiferroics", in *Transition Metal Compounds* (Cambridge University Press, Cambridge, England, 2014), Chapter 8, pp. 269-309.
2. K. Bhargav, S. Ram and S. Majumder. "Physics of the multi-functionality of lanthanum ferrite ceramics", *J. of App. Phy.*, Vol. 115(20), 2014, pp. 204109.
3. L.I. Olivares-Lugo, F. Sánchez-De Jesús, O. Rosales-González, C.A. Cortés-Escobedo, A. Barba-Pingarrón, A.M. Bolarín-Miró, "Evidence of magnetodielectric coupling in bismuth doped lanthanum ferrite obtained by high-energy ball milling", *Physica B: Physics of Cond. Matter*, Vol. 643, 2022, pp. 414190.
4. M.B. Bellakkia, V. Manivannan, P. McCurdy, S. Kohli, "Synthesis, and measurement of structural and magnetic properties, of $\text{La}_{1-x}\text{Na}_x\text{FeO}_3$ ($0.0 \leq x \leq 0.3$) perovskite oxides", *J. Rare Earths*, Vol. 27, 2009, pp. 691–697.
5. K. Mukhopadhyay, A.S. Mahapatra, P.K. Chakrabarti, "Multiferroic behavior, enhanced magnetization and exchange bias effect of Zn substituted nanocrystalline LaFeO_3 ($\text{La}_{(1-x)}\text{Zn}_x\text{FeO}_3$, $x=0.10$, and 0.30)", *J. Magnet. Magnet. Mater.*, Vol. 329, 2013, pp. 133–141.
6. S Ahn. J., Lee, Y Jeong, E., Na, Y, Koo, H. Jang, "Artificially imposed hexagonal ferroelectricity in canted antiferromagnetic YFeO_3 epitaxial thin films", *Materials Chemistry and Physics*, Vol. 138(2-3), 2013, pp.929-936.
7. O. Rosales-González, F. Pedro-García, F. Sánchez-De Jesús, A. Barba-Pingaron, M. Ramírez-Cardona, A.M. Bolarín-Miró. "Temperature and frequency dependence of dielectric relaxations in YFeO_3 ", *Ceramics International*, Vol. 47, 2021, pp. 9834–9841.

RECONSTRUCCIÓN POR DEEP LEARNING DE LÁSER DE PULSOS ULTRACORTOS TI:ZAFIRO

J. D. Torres Contreras¹, S. Camacho López², H. Rostro González³, M. Cano Lara^{1*}

¹TecNM/Irapuato. Irapuato, Gto. ²CICESE/Física Aplicada. Ensenada, B.C. ³UG/DICIS. Salamanca, Gto.

Autor correspondiendo: miroslava.cl@irapuato.tecnm.mx

RESUMEN

Existe una demanda creciente para identificar y entender el fenómeno térmico de los láseres pulsados, tanto en la investigación como en las aplicaciones industriales y de la operación. La dificultad de optimizar un láser ultrarrápido en particular surge del número de parámetros de control que deben equilibrarse y ser considerados para lograr un funcionamiento estable o alcanzar un régimen dinámico específico en el láser. Mediante el modelo parabólico de dos temperaturas se estudian los cambios de temperatura en la interacción de los pulsos láser Ti:zaf, de 800 nm con una frecuencia de pulso de 70 MHz y pulsos de 60 fs, en una película delgada de molibdeno de 500 nm de espesor.

INTRODUCCIÓN

En el modelado del fenómeno físico producido por un láser Ti:zaf de pulsos ultracortos con la interacción de un material, la técnica computacional en Python, ofrece una opción para generar la simulación del efecto térmico entre un tren de pulsos del láser Ti:zaf y una película delgada. La importancia radica en los parámetros físicos del láser y el material, por un lado, el láser pulsado comprende las variables que involucran los pulsos de 60 fs cada 14 ns, frecuencia de 60 MHz en el rango de 800nm de longitud de onda utilizados a modo de experimentación en un tren de pulsos [1]. Por otro lado, el fenómeno que se presenta al interaccionar los parámetros del láser pulsado que genera un tren de pulsos en espacio-tiempo conlleva a considerar los modelos de conducción de calor y las diferentes fases del molibdeno.

La transformación de la película delgada de molibdeno a sus fases MoO_x como son MoO_2 , Mo_4O_{11} , Mo_8O_{23} , $\text{Mo}_{18}\text{O}_{52}$ y MoO_3 [1] dependen de su temperatura de oxidación. La película metálica cambia durante el proceso dinámico de suministro de calor, donde al irradiar el metal con pulsos de femtosegundos sus electrones y fotones absorben energía láser dentro de la duración del pulso ultracorto y se asigna energía a la red cristalina del molibdeno. Si bien es un tema complejo, el comportamiento termodinámico puede ser tratado con las técnicas computacionales, se pueden comprender la reconstrucción del perfil del haz láser fs y la energía de absorción en el molibdeno con algoritmos de deep learning, machine learning o random forest.

TEORÍA

El láser ultracorto es una fuente de luz pulsada que se ha trabajado experimentalmente a lo largo de los últimos años. Estos pulsos están por debajo de los picosegundos, en el rango de los femtosegundos (10^{-15} segundos). Actualmente se emplean en numerosas aplicaciones, incluido el procesamiento de materiales y tejidos, imágenes médicas e investigación de luz y materia. En ellos, los métodos computacionales como los son el análisis finito, plataformas predictivas o redes neuronales, normalmente se utilizan para medir fenómenos físicos y químicos, como, por ejemplo, al medir la difusividad térmica de un material cerámico [2]. El problema con estos métodos es que requieren la medición del pulso mismo, por lo que se debe usar uno aún más corto para medirlo [3].

Para un láser de pulsos ultracortos, el calentamiento implica un flujo de calor de alta velocidad desde los electrones hasta las redes en dominios de femtosegundos para la duración del pulso. Cuando se

calienta con fotones (láseres), la energía del láser es absorbida principalmente por los electrones libres que están confinados dentro de la profundidad de la película durante la excitación. Los electrones primero se disparan a varios cientos o miles de grados en unos pocos picosegundos sin perturbar el metal. Una parte importante de la energía térmica de los electrones se transfiere a las redes, mientras que otra parte de la energía se difunde a los electrones en la región más profunda del material. La duración del pulso es tan corta que termina su interacción antes de que se alcance el equilibrio térmico entre los electrones. Esta etapa a menudo se denomina calentamiento sin equilibrio debido a la gran diferencia de temperaturas en electrones y redes [4].

Qiu y Tie [3], propuso un método parabólico de transporte de energía de dos pasos llamado modelo de dos temperaturas (PTTM). Es basado en la interacción fonón-electrón para analizar la conducción de calor en microescala para determinar en el material cuando la energía es inducida por calentamiento láser de pulsos ultracortos. El modelo se expresa en la Ec. 1, donde C_e es la temperatura del electrón, C_l es la temperatura del lattice y S la tasa de absorción de energía. En esta ecuación se explica la relación que existe en el calentamiento del electrón y la lattice en función del tiempo y espacio. La capacidad de calor que se genera en el lapso del tiempo donde se suministra el tren de pulsos de fs transcurre en cierto tiempo en el cual se irradia el material para lograr el calentamiento del lattice y transformar el molibdeno a un MoO_x , y la Ec. 1c explica la tasa de absorción de energía del láser-lattice dependiente de la reflectividad, fluencia y la profundidad de penetración [5] :

$$C_e(T_e) \frac{\partial T_e}{\partial t}(x, t) = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_e \frac{\partial T_e}{\partial x} \right) - G[T_e(x, t) - T_l(x, t)] + S(x, t), \quad (1.a)$$

$$C_l \frac{\partial T_l}{\partial t}(x, t) = G[T_e(x, t) - T_l(x, t)], \quad (1.b)$$

$$S(x, t) = 0.94J \frac{1-R}{t_p \delta} \exp \left[-\frac{x}{\delta} - 2.77 \left(\frac{t-2t_p}{t_p} \right)^2 \right] \quad (1.c)$$

Ecuación 1: Modelo parabólico de dos temperaturas. a)Temperatura del electrón(T_e). b)Temperatura de lattice (T_l). C)Taza de energía de absorción(S).

La parte computacional, considera la resolución de las ecuaciones diferenciales parciales para su evaluación respecto al tiempo y espacio es complejo. La frecuencia con que se suministran los pulsos requiere computacionalmente procesar como cambia el molibdeno respecto al tiempo. Aunque muchos métodos incluyen el método de diferencias finitas, los métodos de elementos de conservación y elementos de solución, el método de elementos de contorno, el método de hidrodinámica de partículas suavizadas, los métodos de cuadratura diferencial/elementos finitos y la transformada híbrida de Laplace con volumen finito o el método de diferencias finitas, han sido desarrollados para analizar la transferencia de calor en estructuras en capas expuestas a láseres de pulsos ultracortos, métodos como la computación científica basada en datos han atraído gran atención en la investigación científica y de ingeniería; donde la técnica de aprendizaje automático y profundo juegan un papel importante [2,6,7].

En Python la librería NTMpy permite al usuario resolver ecuaciones diferenciales parabólicas. Después de estar sujeto a un estímulo externo, por ejemplo, un pulso láser, la dinámica de difusión de, por ejemplo, el calor se modela para hasta tres sistemas acoplados en múltiples capas unidimensionales homogéneas por piezas. La librería NTMpy, está escrita de forma orientada a objetos, lo que le permite personalizar los parámetros de entrada de una manera fácil de manejar, de modo que los parámetros específicos del material, así como las condiciones de contorno, iniciales y la fuente pueden ajustarse para cada simulación [10].

PARTE COMPUTACIONAL

En el primer método haciendo uso del modelo parabólico de dos temperaturas (TTPM) mostrado en la Ec. 1. se emplea en con técnica computacional donde el fenómeno físico de la interacción láser-

metal en conjunto con redes neuronales son capaces de predecir el comportamiento de dicho fenómeno según los parámetros de entrada, tanto del láser como del metal molibdeno. Mediante el uso de la librería NTMpy se realizó la primera simulación acerca del efecto térmico generado en la zona de interacción láser-material. Se introducen los datos propios del molibdeno y del láser utilizados en la experimentación, los cuales se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1: Parámetros del láser y molibdeno [1,7,8,9].

C_e	Electron heat capacity	$\gamma = 2.13 \times 10^{-3}$
T_e	Electron temperature	1.2 keV
T_l	Lattice temperature	3.1475 Å a 20° C
K_e	Thermal conductivity	142 [W/(mK)] a 20°C
G	Electron-lattice coupling factor	$G = 13 \times 10^{16}$
J	Laser fluence	0.5 mJ/cm ²
R	Reflectivity rate	3.700009
t_p	Laser pulsed duration	60 fs
Δ	Optical penetration deep	1.42
T	Room temperature	20 °C

El segundo método consiste en la resolución de la ecuación de absorción de energía Ec. 1.a, la cual evalúa la función de la en 2, en relación de los parámetros de entrada solicitados. La función es evaluada en Python con la librería matemática NumPy, donde con respecto a una malla de tiempo de 100 ps y distancia de 20 nm, se analiza la absorción del material. Mediante métodos numéricos con iteraciones en intervalos de las dos variables, así como aplicación de librerías matemáticas para resolución de EDP, se hizo la evaluación y resolución de la Ec. 2 de la tasa de absorción de energía.

$$S(x, t) = 0.94J \frac{1-R}{t_p \delta} \exp \left[-\frac{x}{\delta} - 2.77 \left(\frac{t-2t_p}{t_p} \right)^2 \right] \quad \text{Ec. 2}$$

El tercer método representa la curva promedio de temperatura en el metal en relación con el tiempo y los parámetros de la Tabla 1. La simulación del modelo emplea la imagen referencia del haz láser y se identifica la zona con mayor energía, así como el tamaño de la cintura. Se analiza el comportamiento del láser con los parámetros de entrada y posteriormente, los datos obtenidos se utilizan en una red neuronal, la cual realiza la predicción de comportamiento de la distribución gaussiana, así como el diámetro del láser.

RESULTADOS

El resultado del primer método computacional se obtiene con un mallado de la energía de absorción S del molibdeno como se muestra en la Fig. 1. Se obtiene una tasa de absorción máxima de $8 \times 10^{20} \text{ W/m}^3$ y mínima de $2 \times 10^{20} \text{ W/m}^3$ en un intervalo de 0 a 20 nm en el radio de interacción [7].

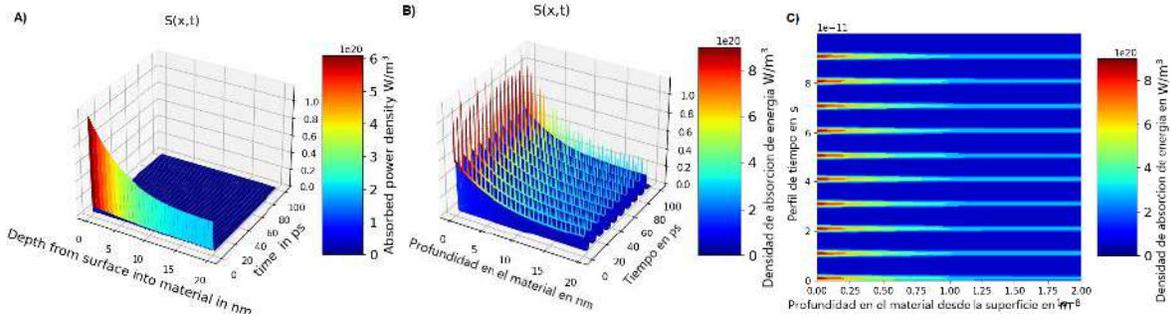


Fig. 1: Tren de pulsos de un láser Ti:zaf de 60fs y 0.5 mJ/cm² inducido en una placa delgada de molibdeno, a) Gráfico de un pulso, b)Gráfico de tren de pulsos, c)Gráfico de perfil de tiempo para absorción de energía.

El resultado del segundo método computacional representa el comportamiento de la energía absorbida por el material debido al tiempo 0-10, 10-50 y 50-100 ps y distancias de 0-20 nm, ver Fig. 2 [6].

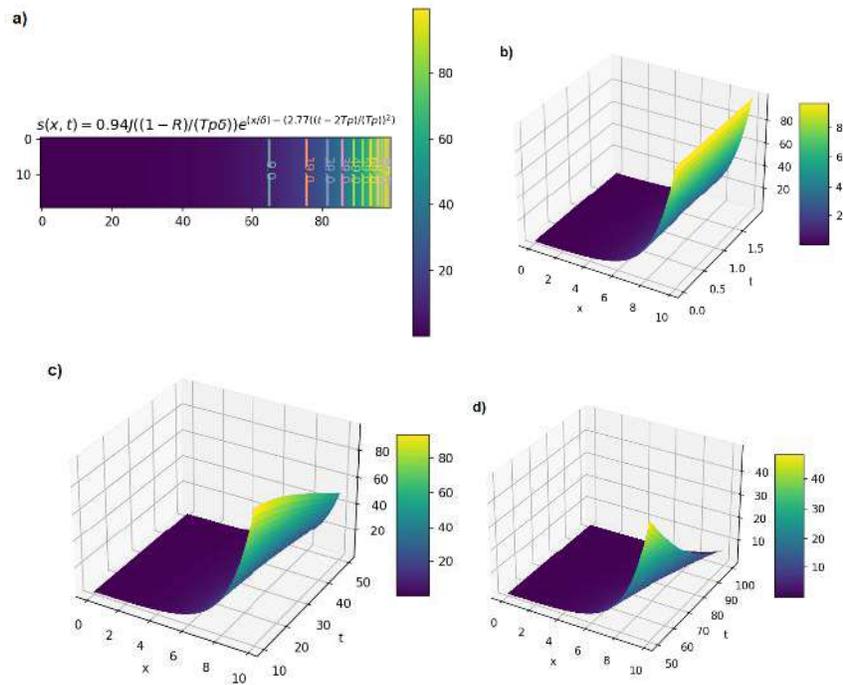


Fig. 2: Gráfica de los resultados obtenidos por medio de la ecuación de absorción de energía a)Vista superior segmentada. b)Intervalo de 0 – 2ps. c)Intervalo de 10ps – 50ps. d)Intervalo de 50ps – 100ps.

El proceso del análisis del spot del haz láser se muestra en la Fig. 3. La imagen original (Fig. 3.a) se procesamiento mediante técnicas de control de contraste, brillo y nitidez (Fig. 3.b), y se convierte a su mapa de intensidad de energía (Fig. 3.c). Si bien se presenta un perfil cuasielíptico, el spot láser de la Fig. 3c se ingresa a la red neuronal convolucional, la cual obtiene las características propias de la imagen. Esta técnica de procesamiento nos ayuda a encontrar la zona en la que se encuentra la mayor cantidad de energía del spot láser con el simple hecho de introducir la imagen a procesar.



Fig. 3 a)Imagen original del haz láser de entrada b)Acondicionamiento de imagen, eliminación de ruido, c)Análisis por mapa de intensidad de energía.

Los resultados de la red neuronal y procesamiento de imágenes del spot láser de fs se muestran en la Fig. 4, se identifica la distribución del perfil gaussiano del spot del haz láser de fs, con un ancho a media altura (FWHM) de 38.58.

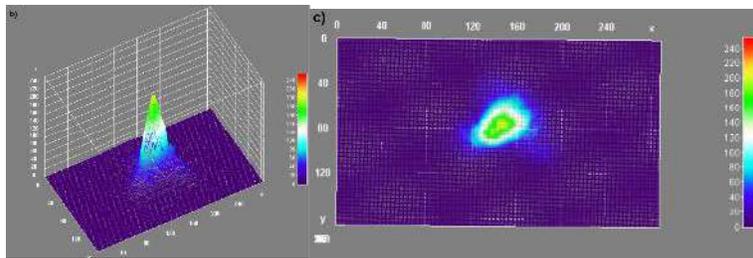


Fig. 4: Resultados obtenidos mediante el procesamiento de imágenes, se muestra la imagen de entrada de spot y su procesamiento a mapa de calor, a)Imagen de distribución gaussiana, b)Extrusión de spot, c)Vista superior de extrusión, imagen en 2D.

En la Fig. 5, se muestra el comportamiento obtenido mediante el método computacional, en el cual se grafica la distribución del perfil gaussiano y su reconstrucción 3D.

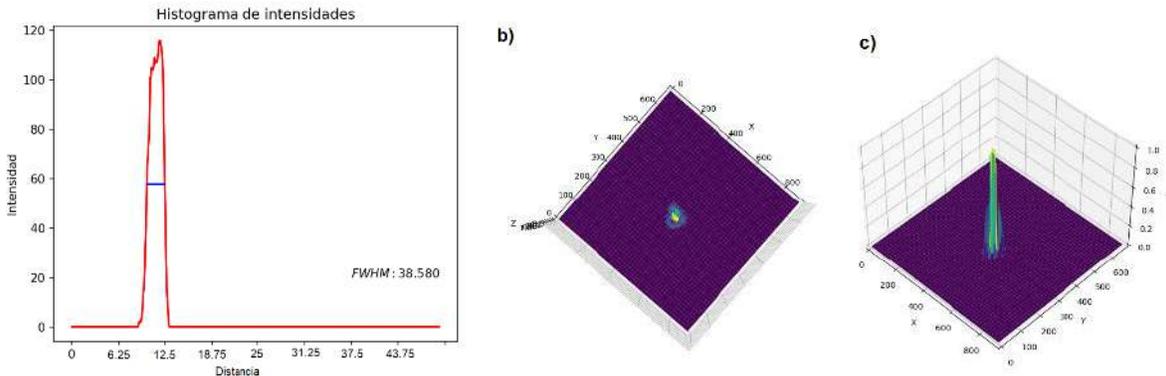


Fig. 5: Resultados obtenidos mediante el método computacional, a)FWHM de distribución del spot, b)Vista superior del spot extruido en 2D, c) Extrusión en 3D de spot.

CONCLUSIONES

Mediante el uso de métodos computacionales implementados en Python, es posible simular y visualizar el comportamiento de pulsos láser ultrarrápidos, teniendo en cuenta las propiedades físicas del material y las propiedades del láser empleado. Esto permite comprender mejor los efectos físicos y térmicos que ocurren en la película bajo la interacción láser, lo cual es fundamental para

optimizar la eficiencia y la precisión de los procesos de procesamiento láser mediante pulsos láser ultrarrápidos.

BIBLIOGRAFÍA

1. Cano Lara, M. "Óxidos de molibdeno inducidos por irradiación láser de pulsos ultracortos", Tesis Doctoral CICESE, BC. México, 2013.
2. E. Garcia "Método del "Pulso Láser" para la medida de la difusividad térmica en materiales cerámicos", Instituto de Cerámica y Vidrio, Madrid, 2005.
3. Tom Zahavy, "Deep Learning Reconstruction of Ultra-Short Pulses", Deep Learning for Physical Sciences (DLPS 2017), Long Beach, CA, USA, 2017.
4. S. Zhai, L. Huang, Z. Weng et al., "Parabolic two-step model and accurate numerical scheme for nanoscale heat conduction induced by ultrashort-pulsed laser heating", Journal of Computational and Applied Mathematics, 2019.
5. Qiu, T.Q.; Tien, C.L. "Femtosecond laser heating of multi-layer metals-I". Analysis. Int. J. Heat Mass Transf. 1994.
6. Aniruddha Bora, "Neural network method for solving parabolic two-temperature microscale heat conduction in double-layered thin films exposed to ultrashort-pulsed lasers", International Journal of Heat and Mass Transfer, 2021.
7. J. Sotrop, "Simulation of the melting volume in thin molybdenum films as a function of the laser pulse duration", Lasers in Manufacturing Conference, 2013.
8. A. Leontyev, "Theoretical and experimental studies on molybdenum and stainless-steel mirrors cleaning by high repetition rate laser beam", Fusion Engineering and Design, 2011.
9. Molibdeno - Propiedades - Precio - Aplicaciones - Producción. (s.f.). Material Properties. <https://material-properties.org/es/molibdeno-propiedades-precio-aplicaciones-produccion/>
10. NTMpy. (s.f.). GitHub. <https://github.com/udcm-su/NTMpy/tree/master/NTMpy>

RESONANCIA DE UNA PLACA FLEXIBLE INHOMOGENEA SOMETIDA A UNA TORSIÓN

Josué Gilberto Rivas Iñiguez, Anne Cros, Raúl Candelario Cruz Gómez, Guillermo Gutiérrez de Velasco Sanromán.

Universidad de Guadalajara.
Josue.rivas@alumnos.udg.mx

RESUMEN

La frecuencia de oscilación por torsión puede ser encontrada analíticamente solamente para una varilla de sección circular. Si se trata de una placa flexible de sección rectangular, las fórmulas disponibles son empíricas ^{1,2}. En este trabajo experimental, estudiamos la torsión de una placa flexible a lo largo de la cual son dispuestas varillas rígidas para que no se encorve la placa flexible. Estas varillas son perpendiculares al eje de la placa y dispuestas a intervalos regulares. Determinamos experimentalmente la frecuencia de resonancia de torsión de la placa y la comparamos con la frecuencia teórica, tomando en cuenta una masa superficial aproximada por la masa de la placa flexible y de las varillas.

INTRODUCCIÓN

En este capítulo analizamos la resonancia de una placa flexible sometida a una torsión. La determinación de las frecuencias de resonancia es de importancia dado que están relacionadas con un empuje máximo que los animales aprovechan para su locomoción ³.

En la naturaleza los fenómenos donde interviene la flexión de los cuerpos son más comunes que los fenómenos donde interviene la torsión. De la teoría de flexión de las placas con oscilaciones transversales sabemos que se puede tomar en cuenta o no el peso de la placa además de su flexibilidad ⁴. La locomoción por torsión es un mecanismo más complejo, ya que es tridimensional. Es menos usual en la naturaleza: se puede citar por ejemplo el pez cuchillo ⁵ que se trasladan por medio de ondas de torsión. Se ha demostrado además que la torsión puede provocar una fuerza de eyección bastante importante ⁶.

La ecuación que gobierna el movimiento de la placa sometida a una vibración por torsión tiene soluciones exactas solamente para varillas con sección transversal circular. Para una placa, cuya sección transversal es rectangular, las soluciones son empíricas ^{1,2}.

En este proyecto, determinamos experimentalmente la frecuencia de resonancia de la placa y la comparamos a la frecuencia teórica, tomando en cuenta una masa superficial aproximada por la masa de la placa flexible y de las varillas.

TEORÍA

La frecuencia de resonancia por torsión de un cuerpo se puede expresar de manera exacta solamente cuando el cuerpo en cuestión tiene una sección transversal circular o cuadrada. Para una placa con sección transversal rectangular existen aproximaciones empíricas. Si G es el módulo de corte del material en cuestión, B un factor de forma, m es la masa y f la frecuencia de oscilación por torsión, entonces Pickett ² establece que estas cantidades están relacionadas por:

$$G = Bmf^2, \quad (1)$$

donde B está definida como:

$$B \frac{s}{l} = 4R, \tag{2}$$

y s es el área transversal de la placa, l es la longitud de la placa, R es aproximada como sigue:

$$R = \frac{\left(\frac{w}{d}\right) + \left(\frac{d}{w}\right)}{4\left(\frac{d}{w}\right) - 2.52\left(\frac{d}{w}\right)^2 + 0.21\left(\frac{d}{w}\right)^6}, \tag{3}$$

donde w y d son el ancho y grosor efectivo de la placa respectivamente. En el caso de nuestra placa con $d \ll w$, podemos simplificar esta aproximación como:

$$R = \frac{1}{4} \left(\frac{w}{d}\right)^2 \tag{4}$$

Con esta simplificación de R la ecuación de la frecuencia de resonancia torsional es finalmente:

$$f = \sqrt{\frac{Gsd^2}{lmw^2}} \tag{5}$$

Otra ecuación empírica para calcular la frecuencia de resonancia torsional es presentada por Cady ¹:

$$f = \frac{Adn}{l\sqrt{w^2 + d^2}} \sqrt{\frac{G}{\rho}} \tag{6}$$

donde A es un factor de forma ⁷, n es el modo de oscilación y ρ es su densidad volumétrica. En el caso de nuestra placa $d \ll w$, de tal manera que, $A \approx 1$ ⁷, y la ecuación (6) se escribe finalmente:

$$f_{teo} = \left(\frac{d}{w}\right) \sqrt{\frac{Gs}{lm}} \tag{7}$$

PARTE EXPERIMENTAL

En esta sección se presenta primero el arreglo experimental utilizado para determinar el módulo de Young de la placa. Posteriormente se muestra el arreglo experimental utilizado para forzar sobre la placa una oscilación torsional con ayuda de un motor.

MEDICIÓN DEL MÓDULO DE YOUNG

Para determinar el módulo de Young, un extremo de la placa es fijado a una base universal de manera vertical, dejando uno de sus extremos colgando libremente. Posteriormente, se aleja el extremo libre de su posición de reposo dejando que oscile libremente como se muestra en la figura 1(a). Con ayuda de la cámara de un teléfono celular (Redmi Note 10 pro) se graban las oscilaciones

con una frecuencia de video de 60 FPS. Luego, por medio de un software en Matlab se extrae la frecuencia de oscilación propia de la placa y se utiliza la siguiente ecuación para determinar su módulo de Young ⁴:

$$f_0 = C_1 \frac{1}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{m_l}} \tag{8}$$

donde C_1 es una constante igual a **0.5596**, f_0 es la frecuencia propia, l es la longitud de la placa que oscila, E es el módulo de Young, I es el segundo momento de inercia, y m_l es la masa lineal de la placa. Con las mediciones de las oscilaciones libres de la placa (ver Figura 1b) se obtiene su espectro de Fourier como se muestra en la Figura 1(c). De este espectro de Fourier se extrae la frecuencia de oscilación propia, y usando la ecuación (8) se obtiene el módulo de Young $E = 8.0 \times 10^9 Pa$.

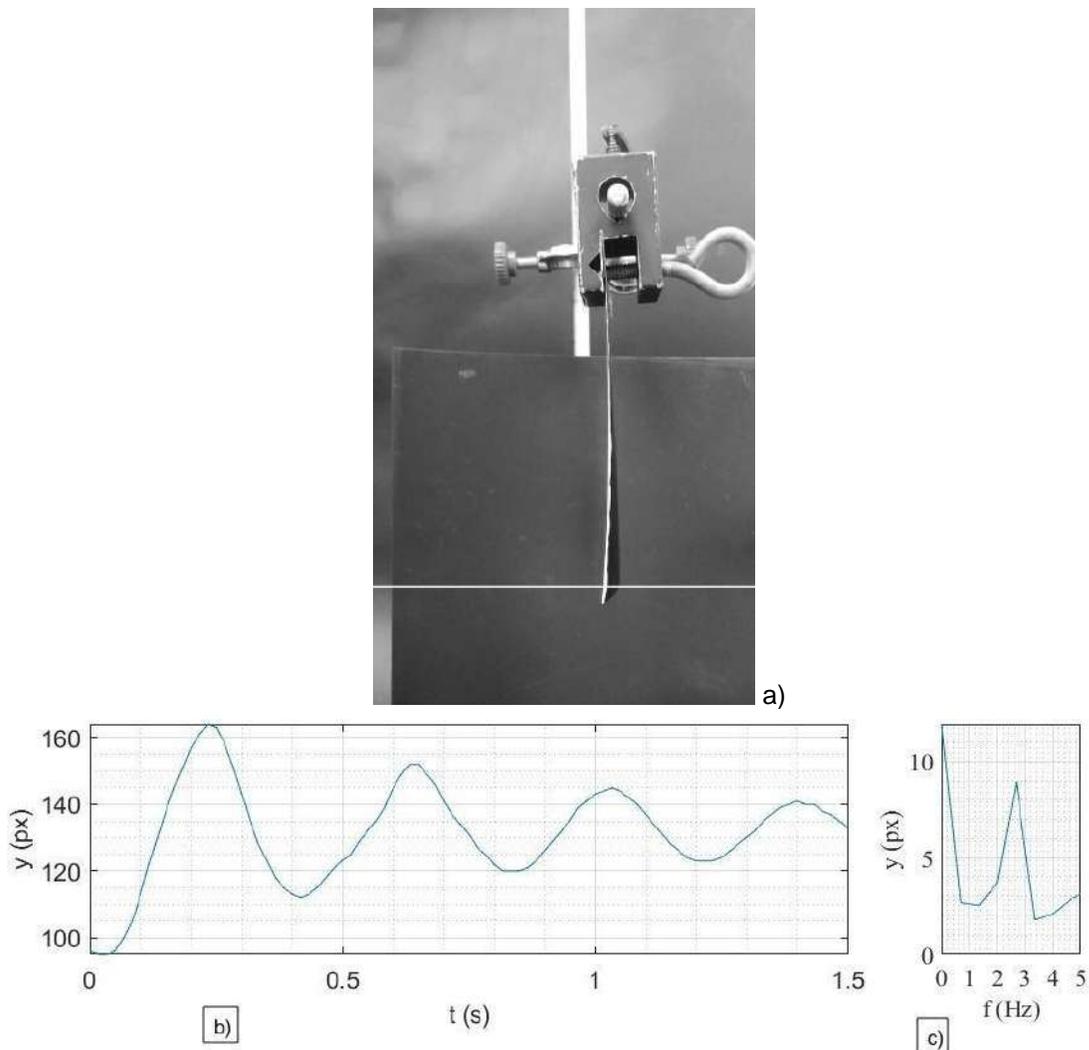


Figura 1. a) Arreglo experimental para la extracción de la frecuencia propia de una placa que oscila libremente, b) diagrama espacio temporal de las oscilaciones de la placa. c) su espectro de Fourier.

MEDICIÓN DE LA FRECUENCIA TORSIONAL

Se elabora un dispositivo experimental que permite generar una torsión en una placa flexible. La placa gira alrededor de un eje que pasa a lo largo de la mitad de su ancho, como se muestra en la Figura 2. En esta figura, dicho eje es representado por el objeto (*h*). Con el propósito de impedir que la placa presente una curvatura a lo largo de su ancho, se fijan láminas de metal (objetos *e* en la figura 2) cada **3cm** a lo largo de su eje y perpendicularmente a él. Estas láminas son aseguradas al diámetro externo de pequeños cilindros (objetos *f* en la figura 2) que están dispuestos a lo largo del eje. La placa se asegura en su borde de ataque por medio de dos láminas metálicas delgadas (*d*), que son sometidas a una oscilación por medio de un motor (*a*) al cual están conectadas a través de un brazo delgado de aluminio (*b*) y una bisagra (*c*).

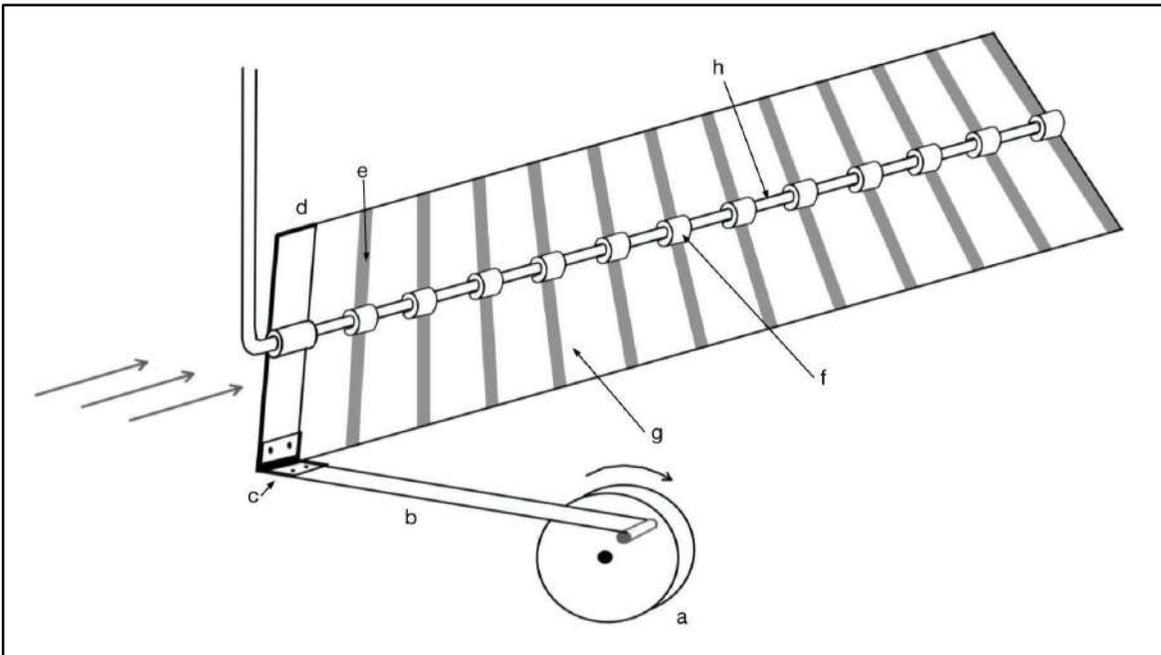


Figura 2. Arreglo experimental de la placa flexible sujeta a un eje con ayuda de láminas y cilindros, sometida a una vibración torsional. Donde *a* es la polea del motor, *b* es el brazo que conecta el motor con el resto del arreglo experimental, *c* es la bisagra que asegura el brazo del motor con las placas que sujetan la placa flexible, *d* son las placas delgadas que sujetan la placa flexible por el borde de ataque, *e* son las láminas y *f* los cilindros que ayudan a sujetar la placa al eje y evitar que se flexione a lo largo de su ancho, *g* es la placa flexible, y *h* es el eje de la placa.

Las características de la placa y de las láminas se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1: Características de la placa y de las láminas.

	<i>l</i> [cm]	<i>w</i> [cm]	<i>d</i> [cm]	<i>masa</i> [g]	<i>E</i> [GPa]
Placa	39.0	15.1	0.0127	9.10	8.0
Varilla	15.1	0.5	0.16	8.17	

La oscilación del sistema es grabada desde arriba. El borde superior de la placa (ver Fig. 2) es pintado de blanco e iluminado por una luz blanca por lo que se puede extraer por medio de un procesamiento de datos. Con estos datos, se determina la amplitud de oscilación del borde de ataque de la placa, del borde de fuga y el desfase de estos puntos.

RESULTADOS

Un ejemplo de los perfiles de la placa para diferentes instantes y para la frecuencia $f = 2.50\text{Hz}$ se muestra en la Figura 3. Esta figura muestra que la placa oscila en su primer modo.

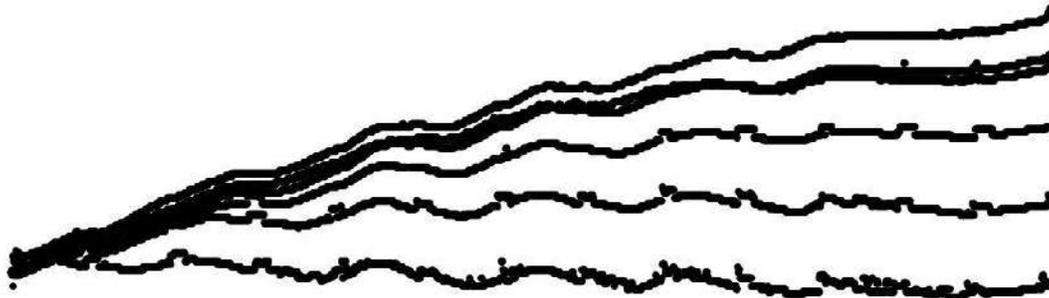


Figura 3. Perfiles de la placa para diferentes instantes y para la frecuencia $f = 2.50\text{Hz}$.

Las mediciones fueron realizadas con frecuencias de oscilación desde 1.40Hz hasta 4.45Hz . Un ejemplo de las posiciones del borde de ataque y del borde de fuga a lo largo del tiempo se muestra en la Figura 4(a). Las evoluciones temporales de las dos señales indican que los dos extremos de la placa oscilan con la misma frecuencia pero con cierto desfase $\Delta\phi$. Con los espectros de Fourier, se pueden extraer las amplitudes, las frecuencias y el desfase.

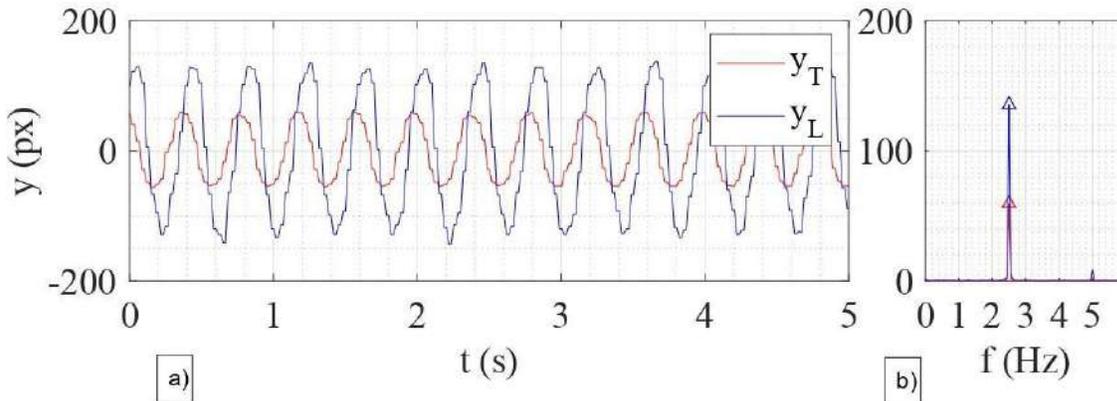


Figura 4. a) Señal del borde de ataque y borde de fuga . b) Sus respectivos diagramas de Fourier.

La amplitud de las oscilaciones para cada frecuencia es mostrada en la Figura 5(a). Se observa que la amplitud de oscilación tiene un valor máximo que corresponde a una frecuencia de resonancia $f_{exp} = 2.9\text{Hz}$. Por otra parte, la evolución de la diferencia de fase $\Delta\phi$ con la frecuencia de forzamiento es presentada en la Figura 5(b) y permite extraer la frecuencia para la cual $\Delta\phi = \frac{\pi}{2}$. El valor correspondiente es $f_{exp} = 3.0\text{ Hz}$. Estos valores son reportados en la Tabla 2, donde la frecuencia teórica fue calculada por la ecuación (7).

Tabla 2: Frecuencias de resonancia torsional, valor teórico y valor experimental.

	$f_{teo} [Hz]$	$f_{exp} [Hz]$
Placa flexible	2.87 – 3.24	2.9 – 3.0

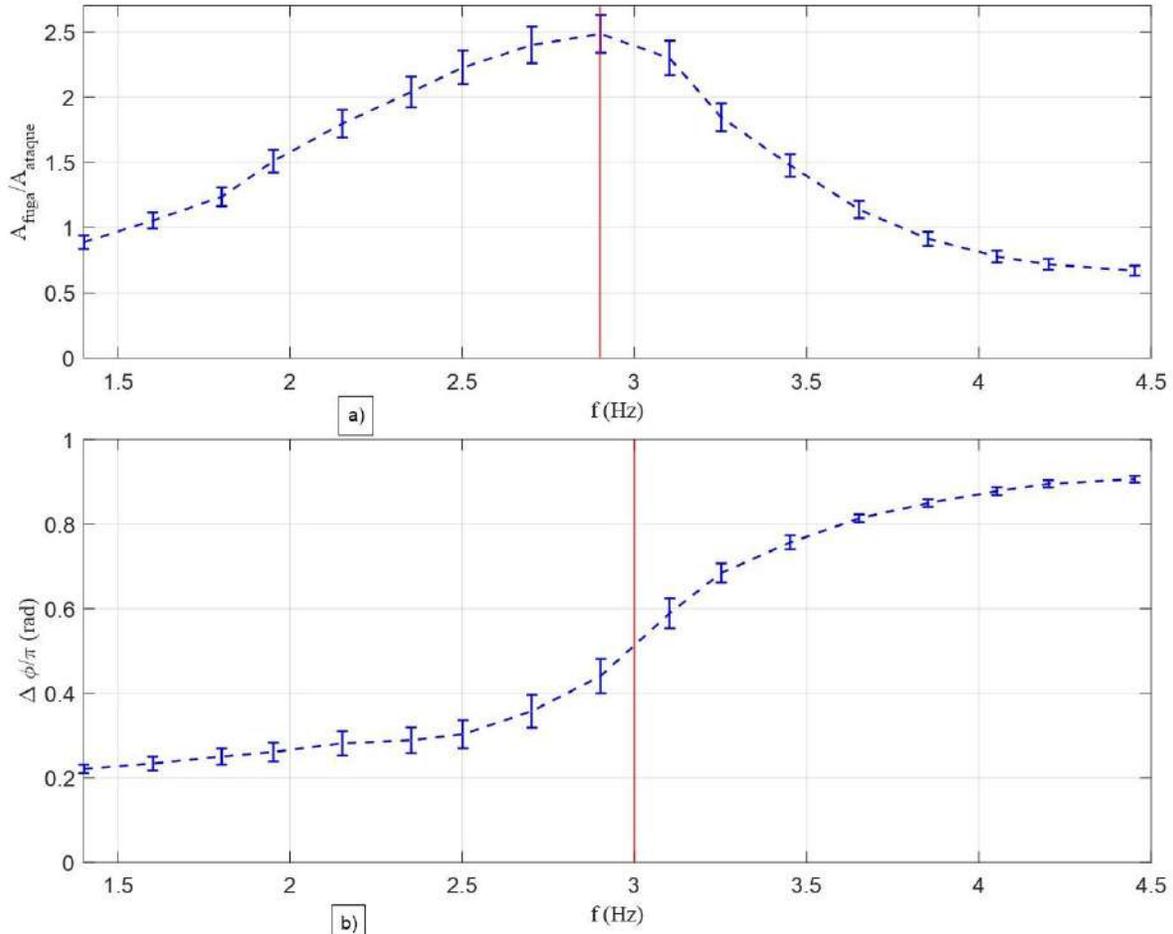


Figura 5. a) Gráficas de la amplitud de oscilación del borde de ataque y borde de fuga contra frecuencia torsional. b) desfase entre el borde de ataque y el borde de fuga contra la frecuencia torsional.

CONCLUSIONES

En este proyecto se sometió una placa no homogénea a una oscilación por torsión, barriendo frecuencias desde **1.40Hz** hasta **4.45Hz**. Las frecuencias de resonancia torsional que se encontraron experimentalmente coinciden con las frecuencias de resonancia dadas por las aproximaciones de Pickett ² y Cady ¹, y simplificadas en la ecuación (7). La frecuencia de resonancia de torsión encontrada experimentalmente es $f_{exp} = 2.9Hz$ para los valores de la amplitud y $f_{exp} = 3.0 Hz$ para los valores del desfase de las señales entre el borde de fuga y el borde de ataque. Este valor coincide con el valor teórico $f_{teo} = 2.87 - 3.24 Hz$.

BIBLIOGRAFÍA

1. Cady, W. G., "Piezoelectricity: an introduction to the theory and applications of electromechanical phenomena in crystals" (McGraw-Hill Book Company Inc, 1946).
2. Pickett, G., "Equations for computing elastic constants from flexural and torsional resonant frequencies of vibration of prisms and cylinders", *Am. Soc. Testing Materials*, 7, 1945.
3. Ellington, C. P., "The novel aerodynamics of insect flight: applications to micro-air vehicles" *Journal of Experimental Biology*, Vol. 202, 23, 1999, pp. 3439-3448.
4. Rivas-Iñiguez, J. G., et al., "Natural frequency of a heavy flexible plate: power law evolution as a function of length", *Latin American Journal of Solids and Structures*, vol. 18, 2021.
5. Liu, H., & Curet, O. M., "Propulsive performance of an under-actuated robotic ribbon fin", *Bioinspiration & biomimetics*, Vol. 12, 3, 2017, pp. 036015.
6. Bigoni, D., Dal Corso, F., Misseroni, D., & Bosi, F., "Torsional locomotion". *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Vol. 470, 2171, 2014, pp. 20140599.
7. Timoshenko, S. & Goodier, J. N., "Theory of Elasticity" (McGraw-Hill Book Company Inc, New York, 1951), Chapter 11, pp. 277.

FABRICACIÓN DE UN SENSOR DE FIBRA ÓPTICA PLASMONICO CON INMOVILIZACIÓN DE ENZIMA GOX

Josue Cohenete Crisostomo¹, Mary Carmen Peña-Gomar¹, Edgar Alvarado Méndez²

¹UMNSH, Facultad de Ciencias Fisico Matematicas, ²Universidad de Guanajuato, DICIS.
1028816F@umich.mx

RESUMEN

En este trabajo se presenta un diseño de un biosensor de fibra óptica basado en la resonancia plasmonica que permite realizar mediciones de concentraciones de la glucosa con un anclaje enzimático. La plataforma se basa en el principio de la resonancia del plasmón polaritón de superficie con mediciones de reflexión total atenuada con interrogación espectral en una configuración típica de Kretschmann adaptada sobre la superficie de una fibra óptica. La configuración consiste en un recubrimiento de una película metálica en la superficie del núcleo de la fibra óptica, por lo que se elimina el revestimiento para posteriormente ser recubierta por dicha película. Para eliminación del revestimiento de la fibra se empleó la técnica de pulido lateral, que consiste en pulir circularmente la sección latera de la fibra reduciendo gradualmente el diámetro de la fibra hasta llegar con el núcleo. Como resultado se obtiene una fibra óptica cónica con cintura uniforme con un tamaño aproximado de **10 mm**. Posteriormente, la cintura de la fibra desbastada es recubierta empleando una solución coloidal de plata mediante la técnica de deposición con una simetría diametralmente opuesto, dejando como resultado una película delgada homogénea alrededor del núcleo. Una vez recubierta la fibra con la película metálica se analizó la respuesta plasmonica. Además, con el método Sol-Gel la película metálica fue recubierta con matrices de silicato que anclan las enzimas de la glucosa oxidasa. Así mismo se prepararon distintas concentraciones de glucosa en solución acuosa, las cuales se analizaron obteniendo su respuesta plasmonica. Se obtuvieron curvas SPR, las cuales presentaron dos caídas de la transmitancia localizadas en las proximidades de los **400 nm** y **900 nm**. La doble caída de la transmitancia se debe al desbaste no homogéneo de la fibra y, además, presenta una pendiente en el núcleo. Esta doble caída de la curva SPR puede ser beneficioso ya que se puede obtener dos parámetros simultáneamente.

INTRODUCCIÓN

Los sensores son dispositivos que pueden detectar características físicas como temperatura, presión y movimiento y convertirlas en señales eléctricas. Actualmente los sensores juegan un papel vital en industrias que van desde la automotriz hasta la electrónica de consumo. Desde automóviles hasta dispositivos médicos, los sensores se utilizan para medir la temperatura, la presión, la humedad, la aceleración y otros factores que nos ayudan a comprender mejor nuestro entorno. Al aprovechar la tecnología de sensores, las empresas pueden obtener información sobre sus productos o procesos, lo que puede conducir a una mayor eficiencia y mejores resultados. El primer sensor de la historia data de 1874, con la participación de ciertos científicos franceses, constaba de un nuevo tipo de tecnología de onda corta [1]. Esencialmente un sensor hace referencia a un dispositivo que proporciona una respuesta de fácil lectura al convertir un parámetro físico, biológico o químico (normalmente mediante la generación de una señal eléctrica) frente a estímulos.

Actualmente, debido a los numerosos avances en la materia, las tecnologías de sensores están a punto de impactar significativamente en distintas industrias como la electrónica de consumo, la salud, los servicios públicos, etc. Sin embargo, de todos los campos mencionados anteriormente hay una que se destaca por su gran relevancia y es el campo de la salud. La calidad de vida es un interés cada vez mayor en todo el mundo. La calidad de vida se rige por varios factores, como el control de enfermedades, el desarrollo de medicamentos, la limpieza del medio ambiente, la seguridad alimentaria y la seguridad nacional. Los problemas de seguridad nacional incluyen desde amenazas externas tales como agentes patógenos hasta desafíos de las pandemias y endemias; tales como

los efectos devastadores del coronavirus (Covid-19) que atravesamos actualmente. Por lo que una nueva tecnología es necesaria para el control de la salud.

Los biosensores pueden jugar un papel primordial en la mejora de la calidad de vida debido a los recientes desarrollos y avances en estas áreas de investigación [2,3]. Los biosensores se pueden definir como dispositivos analíticos que incluyen una combinación de elementos de detección biológicos, un sistema sensor y un transductor [4]. Los biosensores se pueden aplicar a una gran variedad de muestras, incluidos fluidos corporales, muestras de alimentos, cultivos celulares y se pueden utilizar para analizar muestras ambientales.

SENSADO ÓPTICO

En las últimas décadas, el crecimiento tecnológico ha permitido controlar las propiedades del fenómeno de la luz, y, con esto, la implementación de mejores dispositivos de sensado e instrumentos ópticos que permiten ampliar el potencial de la detección óptica. Adicionalmente, los sensores ópticos se han aplicado a una gran variedad de disciplinas mostrando su naturaleza multidisciplinaria debido a las ventajas que presenta en relación con otro tipo de sistemas de medición. Podemos entonces definir a un sensor óptico como el mecanismo que permite la detección de un campo óptico proveniente de una fuente y el posterior análisis de su intensidad, fase, longitud de onda, polarización, distribución espectral o frente de onda, para obtener información de la fuente del campo óptico y eventualmente de los objetos o del medio de propagación que interactúa con este campo [5]. En el sistema de sensado óptico se puede obtener una medida a través de la interacción de un campo óptico entrante en una región de sensado, para después ser medido por un sistema óptico y detectado por un elemento de detección [6]. El sistema de sensado de detección general está compuesto de una fuente óptica, donde el campo óptico entra en contacto con la región de sensado, la cual produce una señal con una magnitud física específica que puede ser medida con sistemas ópticos y de foto detección. Dicha señal es procesada por una computadora que transforma en una señal eléctrica que a su vez la convierte en un formato fácil de leer. El sensado óptico, ofrece ciertas ventajas en comparación con otras tecnologías de detección, sobre todo en algunos campos concretos de aplicación. Sin embargo, no todo es miel sobre hojuelas, una de las dificultades de todos los sensores, tanto ópticos y no ópticos, es la interferencia de efectos múltiples. Además, la interferencia de la luz ambiental y finalmente los accesorios comerciales para los sistemas ópticos todavía no están optimizados ni estandarizados [1].

Recientemente se han desarrollado una variedad de métodos de biosensores ópticos, incluyendo resonancia de plasmón de superficie (SPR) [7,8], elipsometría [9], reflectometría, espectrometría de ángulo crítico [10] y absorción, solo por mencionar algunos métodos. Entre las diversas metodologías de detección óptica, el sistema basado en SPR es un tipo representativo de técnica sin etiquetas para monitorear interacciones biomoleculares en tiempo real. Por su versatilidad esta técnica ha ganado un gran dominio en la actualidad debido a su carácter no invasiva, ni destructiva y además es un método amigable con el medio ambiente. Este tipo de sensores se está convirtiendo en una seria alternativa a los análisis químicos clásicos (costosos, complicados y lentos), además de ser empleado en diagnósticos biológicos y médicos, ya que su análisis es en tiempo real y con una gran sensibilidad [11, 12]. Este método se basa en un fenómeno óptico que permite la detección de cambios mínimos de índice de refracción en la vecindad de la superficie de separación entre un metal y un dieléctrico [13]. Por ello dicho sensor se engloba dentro de los sensores ópticos de campo evanescente. Estos sensores han logrado apropiarse terrenos en el campo de investigación debido a su rapidez y fiabilidad a la hora de detectar toxinas en alimentos, sustancias químicas o agentes biológicos que podrían ser usados para bioterrorismo y así garantizar la seguridad nacional. Su facilidad de uso y resultados en tiempo real los hacen ideales para estudiar diferentes interacciones bioquímicas.

Debido a la alta adaptabilidad de las fibras ópticas y la versatilidad de los plasmones superficiales, la línea de investigación de este trabajo que forma parte de una tesis de doctorado propone el diseño

de un biosensor de fibra óptica enzimático basado en el principio de la resonancia de plasmones superficiales. Si bien ya existen métodos para la detección de enzimas, no suelen enfocarse en utilizar menos elementos ópticos para bajar los costes de fabricación sin perder la sensibilidad y precisión por lo que aún existe área de oportunidad en este rubro con un gran potencial.

TEORÍA

RECUBRIAMIENTO DE FIBRA ÓPTICA

Las ventajas de los sensores de fibra óptica hacen que dichos sensores sean atractivos para muchas aplicaciones, siendo su bajo costo su mayor beneficio. Además, poseen una gran versatilidad, como alta sensibilidad y un amplio rango dinámico hacen que estos sensores sean dispositivos altamente sensibles [14]. El uso de la fibra óptica es guiar la luz entre ubicaciones separadas, es decir, una fibra óptica se puede definir como una guía de onda práctica, que es empleado mayormente para las comunicaciones ópticas, dichas fibras son altamente flexibles compuestas de materiales dieléctricos casi transparentes. Dicha estructura dieléctrica es debido a que transporta energía en longitudes de onda en las porciones infrarrojas o visibles del espectro electromagnético [15-17]. La sección transversal de las fibras tiene diferentes tamaños y generalmente se puede dividir en tres capas. La región central es el núcleo, que está rodeado por el revestimiento, que a su vez está rodeado por una cubierta protectora. Dentro del núcleo, el perfil del índice de refracción n puede ser uniforme o gradual, mientras que el índice de revestimiento suele ser uniforme.

Debido a las conocidas ventajas sobre los sensores convencionales, los sensores de fibra óptica han atraído mucha atención en las últimas décadas. Varios sensores de fibra han evolucionado de experimentos de laboratorio a productos comerciales pues poseen gran versatilidad. Aunque existan muchas técnicas de fabricación, probablemente las más populares están basados en interacciones de los campos evanescentes. Esto consiste en la eliminación parcial o total del revestimiento de fibra. Esta reducción gradual de los diámetros del núcleo y del revestimiento hace que los campos evanescentes se extiendan hacia el revestimiento y alcancen el entorno externo [18]. Sin embargo, la eliminación del revestimiento de una fibra óptica no es nada simple, ya que una mala reducción de las dimensiones físicas de la fibra tiene como consecuencia, que la luz transmitida sufre cambios de atenuación. La mayoría de las técnicas utilizadas para mejorar el campo evanescente de una fibra óptica consisten en la reducción mediante métodos de grabado, pulido o calentamiento y estirado [19, 20].

El siguiente paso del proceso para la construcción de un sensor SPR basado en fibra es depositar una fina capa metálica en la sección de la fibra óptica que no está revestida o que se estrecha. Se usa la evaporación térmica o por haz de electrones para recubrir la fibra, los metales que se utilizan normalmente en los sensores SPR son la plata, el oro o el aluminio, que se pueden evaporar fácilmente mediante técnicas estándar. Sin embargo, se presenta la dificultad para producir una película delgada homogénea alrededor de la fibra, cuya solución creativa es de rotar la fibra durante el proceso de evaporación, pero esta técnica puede ser difícil de usar cuando el diámetro de la fibra es inferior a **20 mm** [21-23]. La importancia de obtener un recubrimiento homogéneo en la fibra es lograr un solo pico de resonancia. Puesto que la precisión con la que se puede medir la longitud de onda de resonancia (pico mínimo del SPR) determinará la resolución del sensor.

El recubrimiento mediante la técnica de evaporación y añadiendo la rotación de la fibra aumenta la complejidad, el tiempo, la duración y los costos del proceso de fabricación, ya que cada fibra debe recubrirse individualmente [21,24-26]. Para simplificar esta etapa, las fibras se recubren siguiendo tres procedimientos diferentes, aunque simples y estacionarios, para producir tres geometrías de capas de metal, (a) recubrimiento asimétrico, (b) dos recubrimientos diametralmente opuestos, y (c) recubrimiento casi simétrico (grupo simétrico S3) [27-29]. La geometría cilíndrica de la fibra impone algunos desafíos con respecto al proceso de recubrimiento de la fibra, como obtener una capa uniforme y tener buena adherencia con el núcleo [30-34]. Aunque ciertos metales tienen mejor

adherencia con el sílice, algunos autores recomiendan el uso de oro aunque tenga menor adherencia con el sílice, este es más resistente a los solventes orgánicos usados tradicionalmente para limpiar y eliminar los residuos adheridos a la fibra durante las mediciones del índice de refracción [35]. Tradicionalmente, el problema de la adherencia se resolvía mediante el uso de un material intermedio de unión, como el cromo [25], pero otros métodos como aumentar la rugosidad de la superficie de la fibra óptica mediante grabado químico con vapor o silanizar la superficie de la fibra óptica mediante un proceso químico, han demostrado ser una buena alternativa [36, 37]. Cabe mencionar que los depósitos en la cintura uniforme de la región desbastada de la fibra, dependiendo de la homogeneidad pueden aparecer múltiples picos de SPR [38]. Al depositar la capa metálica sobre la sección uniforme del cono (región desbastada), la capa toma una forma semicilíndrica [39]. El grosor de la capa varía desde cero en los bordes de la cintura de la fibra hasta un valor máximo en la parte superior de la cintura [40].

MEDICION DE UN SENSOR SPR

Los plasmones superficiales (SP) son la oscilación colectiva de electrones libres en la banda de conducción de los metales [41, 42]. Además, cuando una luz polarizada p incide sobre la superficie metálica a través de un prisma que proporciona el impulso necesario a la luz incidente, excita los SP y se produce resonancia [43]. Tal sistema puede excitar los modos SPPs (por sus siglas en inglés surface plasmon polariton) en la misma ubicación y longitud de onda usando diferentes ángulos [44]. En condiciones de resonancia, en un determinado ángulo de incidencia en el que se satisface la coincidencia de momento, es decir, la componente del momento de la luz incidente paralela a la interfaz prisma/metal, es igual al momento de los SP, en esta condición, la energía máxima de la luz incidente se transfiere a los SP y da como resultado una fuerte caída en la curva de reflectividad [45]. El ángulo en el que se produce la resonancia se denomina ángulo de resonancia (θ_{sp}) y este fenómeno se denomina resonancia de plasmón superficial (SPR). El ángulo de resonancia es muy sensible al cambio del índice de refracción de la superficie del entorno cercano a la superficie de la película metálica por lo que estos modos se pueden usar para diferenciar entre las interacciones de la superficie de interés y los cambios del índice de refracción en masa que interfieren [46].

Los componentes básicos del sensor SPR son una fuente de luz y su sistema óptico, componente de acoplamiento óptico (prisma), una película delgada metálica y un fotodetector que mide la luz reflejada. Para adquirir los datos mediante la interrogación angular, esta se basa en la identificación del ángulo en el que se produce el SPR y es característico de la configuración del prisma. La superficie de la película metálica se irradia con luz monocromática y se explora en un cierto ángulo de alcance. Allí, el escaneo angular se logra ya sea usando una fuente de escaneo y usando una fuente de luz giratoria o bien mediante un prisma (con base giratoria) con una luz en un ángulo específico. Con el conjunto de datos adquiridos se obtiene una gráfica conocida como curva SPR con una caída de la reflectancia.

El principio de medición de un sensor SPR es la detección de una fuerte caída en la curva de la reflectividad o de transmitancia. Normalmente, cuando se utiliza la llamada configuración de Kretschmann basada en la reflexión total atenuada, la interrogación es angular y el parámetro de medición es el ángulo de incidencia para el que la reflexión es mínima [47]. Sin embargo, también se puede usar la misma configuración empleando una fuente de luz blanca, la cual el parámetro de medición en este caso cambia a la longitud de onda para el que la reflexión sea mínima, similar a la interrogación angular [48].

La interrogación espectral es más factible y práctico en el uso de los sensores basados en fibras ópticas [49]. Es más común en este tipo de sensores donde el plasmón se asocia con un mínimo de transmitancia, reflectancia y/o absorbancia en algunos casos [50]. Aunque en algunos tipos de sensores SPR de fibra óptica pueden usar la intensidad como un parámetro de medición.

En este método el principio de detección se basa en fijar el ángulo de la luz incidente en un cierto valor y modular la longitud de onda de la luz reflejada [51]. La condición resonancia se logra en una

configuración de prisma a través de la reflexión total atenuada (ATR) y en el caso de una fibra óptica el núcleo actúa como el acoplador para los plasmones en este caso el ángulo fiado es el ángulo de apertura de la fibra. La caída de la intensidad reflejada o transmitida se mide frente al cambio en el índice de refracción en un rango de longitudes de onda incidentes [52].

PARTE EXPERIMENTAL

El sensor propuesto para este trabajo está basado en la resonancia de los plasmones de superficie mediante el uso de una fibra óptica (ver Figura 1), por lo que previo al recubrimiento de las enzimas Gox (glucosa oxidasa por siglas en inglés) antes se necesita acceder a las ondas evanescentes. Esas ondas mencionadas anteriores pueden excitar las ondas plasmónicas superficiales soportadas por una fina capa metálica. Por lo que se describe el procedimiento de fabricación del recubrimiento metálica en una fibra óptica.

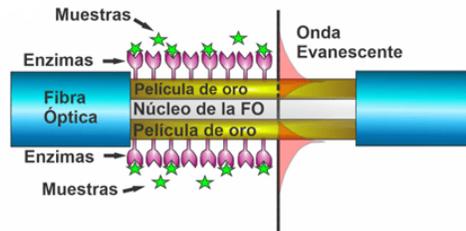


Figura 1. Esquema de recubrimiento de la fibra óptica.

La fabricación de los recubrimientos de las fibras ópticas se llevó a cabo en cuatro pasos secuenciales. Se utilizó una fibra óptica plástica multimodo comercial de $1000\ \mu\text{m}$ de diámetro. Primeramente, se cortan las fibras a una longitud de $3\ \text{cm}$. Dicho corte deja ciertas asperezas por lo cual el segundo paso es la remoción de las asperezas utilizando una lija de grano de 1200 se retira dichas asperezas y con una lija de grano 2000 se alisa la superficie de los extremos de la fibra dejando un mejor acabado. El tercer paso es la eliminación del revestimiento de la fibra la cual se empleó la técnica de pulido lateral, esta consiste en pulir circularmente la sección central de la fibra, esto se logra usando un drill de velocidad ajustable. El desbaste debe tener un tamaño muy compacto aproximadamente de 5 a $10\ \text{mm}$ que proporciona una plataforma sobre la cual se puede recubrir la película metálica. Cabe mencionar que se debe tener cuidado para no deformar el núcleo de la fibra por lo que se debe monitorear con la ayuda de un microscopio. El cuarto paso es el recubrimiento de la película metálica usando una solución coloidal de plata en la región desbastada. Para tener una mejor adherencia las fibras se limpian usando alcohol isopropílico, sin embargo, la fibra tiene ciertas propiedades hidrofóbicas que impedirá la fijación de la solución coloidal. Para suprimir la propiedad hidrofóbica de la fibra se utiliza una solución salina a bajo porcentaje. Se coloca una gota en la fibra y enseguida se deposita la solución coloidal de plata mediante una jeringa ultrafina y se deja secar durante $24\ \text{horas}$ a temperatura ambiente, pasado ese tiempo se vuelve a colocar la solución coloidal, este proceso se repite hasta obtener el grosor deseado. Para obtener la respuesta plasmónica de las fibras se utiliza el siguiente arreglo experimental mostrado en la Figura 2, que consta de una fuente de luz blanca de Halógeno-Deuterio que fue dirigida mediante una fibra óptica la cual se acopla en uno de los extremos de la fibra con recubrimiento. El haz de salida es recolectada mediante otra fibra óptica la cual está acoplada en un espectrómetro en miniatura (USB4000), esta abarca el rango de longitud de onda de 200 a $1025\ \text{nm}$ con una resolución de $1.5\ \text{nm}$, los datos recolectados son almacenados en una computadora.

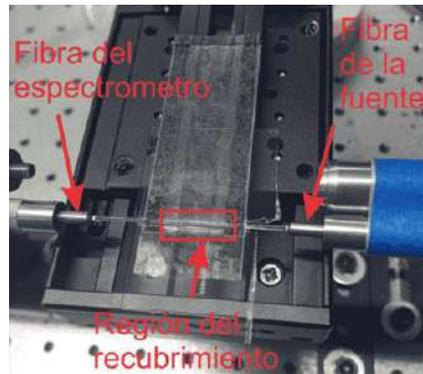


Figura 2. Arreglo experimental para la respuesta plasmónica en las fibras.

RESULTADOS

A continuación, se presentan fotografías tomadas por un microscopio óptico de las fibras desbastadas. En la Figura 3 se presentan las fibras desbastadas con un el método de pulimento rotativo empleando un drill comercial. En la Figura 3 a) corresponde a una fibra óptica sin desbaste, b) corresponde a la fibra con un desbaste a una rotación lenta, c) corresponde a la fibra con un desbaste a una rotación media y 10 d) corresponde a la fibra con un desbaste a una rotación alta, donde se observa que además de eliminar el revestimiento también daño al núcleo. Aunque la técnica utilizada es un método heurístico, esto nos permitió que con las primeras fibras se obtuviera la experiencia necesaria para mejorar las siguientes fibras.

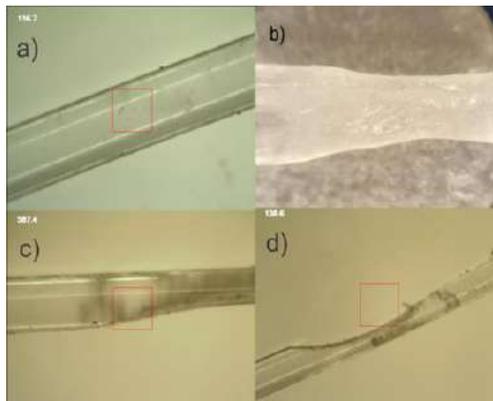


Figura 3. Desbaste de las fibras ópticas, a) sin desbaste, b) con una rotación lenta c) media y d) alta.

En la Figura 4 a) y b) se presentan el recubrimiento de la fibra empleando la solución coloidal de plata a un aumento de 20x y 40x, se puede observar que en la b) hay una gran concentración de nanopartículas de plata. La Figura 4 corresponde al recubrimiento de la fibra empleando desinfectante comercial (con concentración de nanopartículas de plata), sin embargo, debido a que tiene bajas concentraciones de nanopartículas de plata no son suficientes para formar una película, tal como se observa en la imagen están muy distantes entre sí.

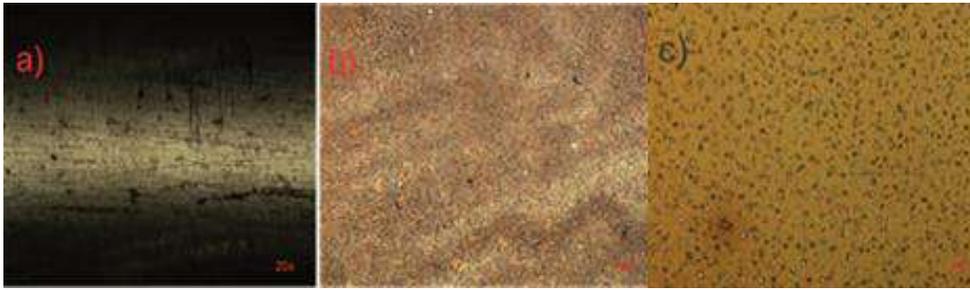


Figura 4. Recubrimiento de una fibra con una solución coloidal de plata a) 20x, b) 40x y c) recubrimiento con desinfectante comercial.

A continuación, se presentan las curvas de la resonancia de plasmones de superficie obtenidas de las fibras recubiertas. En la Figura 5 se presenta las curvas SPR donde podemos observar la caída típica de la resonancia de los plasmones de superficie que está localizado en las proximidades de la longitud de onda de **400 nm**, sin embargo, podemos ver una segunda caída de la curva ubicada en las proximidades de la longitud de onda de **900 nm**. Esta doble caída es debida a que la cintura desbastada de la fibra óptica no es uniforme, la cual genera una superficie multicanal, tal como se describe en el artículo de "Jakub Dostálek, Hana Vaisocherov" [53].

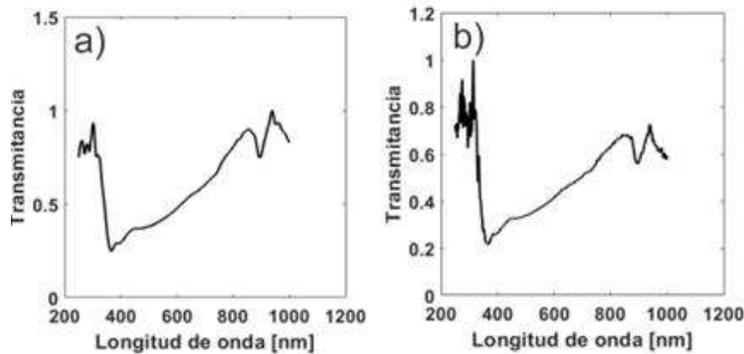


Figura 5. Curvas SPR correspondiente a dos fibras ópticas recubiertas por la solución coloidal de plata a una capa.

En la Figura 6 se presenta la curva de la resonancia de plasmones de superficie obtenida de una fibra recubierta a 3 capas. Similarmente se presentan dos caídas ubicadas a una longitud de onda de **400 nm** y **900 nm** aproximadamente, sin embargo, la transmitancia es menor debido a que el grosor generado con 3 capas es mucho mayor que con una capa.

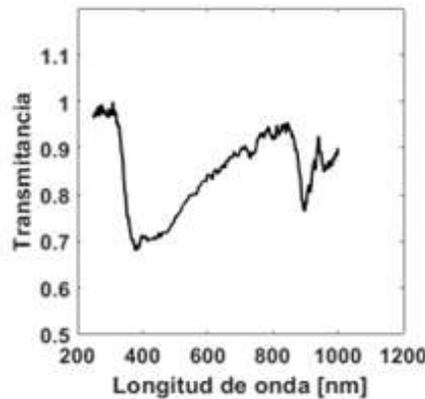


Figura 6. Curva SPR correspondiente a una fibra óptica recubierta por la solución coloidal de plata a 3 capas.

En la Figura 7 se presenta la curva de una fibra recubierta con desinfectante comercial con nanopartículas de plata. Se observa una caída cercana a los **400 nm**, si embargo, debido a la baja concentración de nanopartículas de plata no fue lo suficiente para generar una curva típica SPR.

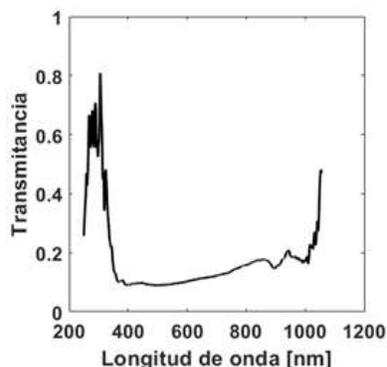


Figura 7. Curva correspondiente a una fibra óptica recubierta con desinfectante comercial con nanopartículas de plata.

CONCLUSIONES

En este trabajo se fabricaron los recubrimientos de las fibras ópticas para obtener los parámetros idóneos para el sensor propuesto, así mismo para obtener la respuesta plasmónica de las fibras y así localizar las caídas de las curvas SPR. Para esto se realizaron un desbaste en las fibras ópticas utilizando el método de pulido por rotación, esto con el fin de retirar el revestimiento de las fibras. El método de realizar el pulido fue de ensayo y error hasta tener un cono de fibra aproximado de **10 mm** sin dañar el núcleo. Posteriormente, se realizaron recubrimientos utilizando una solución coloidal de plata y desinfectante comercial para alimentos con concentración de nanopartículas de plata. Con las fibras recubiertas se dispuso a obtener la respuesta plasmónica de las fibras recubiertas y así localizar las caídas de las curvas SPR, las cuales presentaron dos caídas de la transmitancia ubicadas en las proximidades de los **400 nm** y **900 nm** respectivamente. Esta doble caída de las curvas SPR fue debido a que la cintura desbastada de la fibra óptica no es uniforme, por lo que sugiere mejorar el pulido. Con los recubrimientos de las fibras ópticas ya se tienen las bases para el siguiente paso que es el recubrimiento de la enzima de la glucosa oxidasa mediante la técnica sol gel, debido a la geometría cilíndrica de las fibras se presentaron ciertas dificultades, por lo que el trabajo siguen en proceso.

BIBLIOGRAFÍA

1. Conde, C. P. (1996). *Sensores ópticos* (Vol. 30). Universitat de València.
2. Cooper, M. A. (2002). Optical biosensors in drug discovery. *Nature reviews Drug discovery*, 1(7), 515-528.
3. Shankaran, D. R., Gobi, K. V., & Miura, N. (2007). Recent advancements in surface plasmon resonance immunosensors for detection of small molecules of biomedical, food and environmental interest. *Sensors and Actuators B: Chemical*, 121(1), 158-177.
4. Coulet, P. R., & Blum, L. J. (Eds.). (2019). *Biosensor principles and applications*. CRC Press.
5. Santos, J. L., & Farahi, F. (Eds.). (2014). *Handbook of optical sensors*. Crc Press.

6. Cohenete Crisostomo, J. (2020). Plataforma plasmónica de sensado: diseño y caracterización.
7. Nelson, B. P., Grimsrud, T. E., Liles, M. R., Goodman, R. M., & Corn, R. M. (2001). Surface plasmon resonance imaging measurements of DNA and RNA hybridization adsorption onto DNA microarrays. *Analytical chemistry*, 73(1), 1-7.
8. Caruso, F., Rodda, E., Furlong, D. N., Niikura, K., & Okahata, Y. (1997). Quartz crystal microbalance study of DNA immobilization and hybridization for nucleic acid sensor development. *Analytical Chemistry*, 69(11), 2043-2049.
9. Arwin, H., Poksinski, M., & Johansen, K. (2004). Total internal reflection ellipsometry: principles and applications. *Applied optics*, 43(15), 3028-3036.
10. Arwin, H., Poksinski, M., & Johansen, K. (2004). Total internal reflection ellipsometry: principles and applications. *Applied optics*, 43(15), 3028-3036.
11. Rezabakhsh, A., Rahbarghazi, R., & Fathi, F. (2020). Surface plasmon resonance biosensors for detection of Alzheimer's biomarkers; an effective step in early and accurate diagnosis. *Biosensors and Bioelectronics*, 167, 112511.
12. Jebelli, A., Oroojalian, F., Fathi, F., Mokhtarzadeh, A., & de la Guardia, M. (2020). Recent advances in surface plasmon resonance biosensors for microRNAs detection. *Biosensors and Bioelectronics*, 169, 112599.
13. Kittel, C. (2012). *Introducción a la física del estado sólido*. Reverté.
14. Belleville, C., & Duplain, G. (1993). White-light interferometric multimode fiber-optic strain sensor. *Optics letters*, 18(1), 78-80.
15. Okoshi, T. (2012). *Optical fibers*. Elsevier.
16. Buck, J. A. (2004). *Fundamentals of optical fibers* (Vol. 50). John Wiley & Sons.
17. Flusberg, B. A., Cocker, E. D., Piyawattanametha, W., Jung, J. C., Cheung, E. L., & Schnitzer, M. J. (2005). Fiber-optic fluorescence imaging. *Nature methods*, 2(12), 941-950.
18. Villatoro, J., Monzón-Hernández, D., & Mejía, E. (2003). Fabrication and modeling of uniform-waist single-mode tapered optical fiber sensors. *Applied optics*, 42(13), 2278-2283.
19. Luna-Moreno, D., & Monzón-Hernández, D. (2007). Effect of the Pd–Au thin film thickness uniformity on the performance of an optical fiber hydrogen sensor. *Applied Surface Science*, 253(21), 8615-8619.
20. Kong, Y., Shu, X., Cao, H., & Deng, J. (2018). Thin-core fiber taper-based multi-mode interferometer for refractive index sensing. *IEEE Sensors Journal*, 18(21), 8747-8754.
21. Luna-Moreno, D., & Monzón-Hernández, D. (2007). Effect of the Pd–Au thin film thickness uniformity on the performance of an optical fiber hydrogen sensor. *Applied Surface Science*, 253(21), 8615-8619.
22. Kong, Y., Shu, X., Cao, H., & Deng, J. (2018). Thin-core fiber taper-based multi-mode interferometer for refractive index sensing. *IEEE Sensors Journal*, 18(21), 8747-8754.
23. Nguyen, L. V., Hwang, D., Moon, S., Moon, D. S., & Chung, Y. (2008). High temperature fiber sensor with high sensitivity based on core diameter mismatch. *Optics express*, 16(15), 11369-11375.
24. Velázquez-González, J. S., Monzón-Hernández, D., Moreno-Hernández, D., Martínez-Piñón, F., & Hernández-Romano, I. (2017). Simultaneous measurement of refractive index and temperature using a SPR-based fiber optic sensor. *Sensors and Actuators B: Chemical*, 242, 912-920.
25. Monzón-Hernández, D., & Villatoro, J. (2006). High-resolution refractive index sensing by means of a multiple-peak surface plasmon resonance optical fiber sensor. *Sensors and Actuators B: Chemical*, 115(1), 227-231.
26. Chen, S., Liu, Y., Liu, Q., & Peng, W. (2015). Temperature-compensating fiber-optic surface plasmon resonance biosensor. *IEEE Photonics Technology Letters*, 28(2), 213-216.
27. González-Cano, A., Bueno, F. J., Esteban, Ó., Díaz-Herrera, N., & Navarrete, M. C. (2005). Multiple surface-plasmon resonance in uniform-waist tapered optical fibers with an asymmetric double-layer deposition. *Applied optics*, 44(4), 519-526.
28. Feng, D., Zhou, W., Qiao, X., & Albert, J. (2016). High resolution fiber optic surface plasmon resonance sensors with single-sided gold coatings. *Optics Express*, 24(15), 16456-16464.

29. Navarrete, M. C., Díaz-Herrera, N., González-Cano, A., & Esteban, Ó. (2010). A polarization-independent SPR fiber sensor. *Plasmonics*, 5, 7-12.
30. Villatoro, J., & Monzón-Hernández, D. (2006). Low-cost optical fiber refractive-index sensor based on core diameter mismatch. *Journal of lightwave technology*, 24(3), 1409.
31. Iga, M., Seki, A., & Watanabe, K. (2004). Hetero-core structured fiber optic surface plasmon resonance sensor with silver film. *Sensors and Actuators B: Chemical*, 101(3), 368-372.
32. Iga, M., Seki, A., & Watanabe, K. (2005). Gold thickness dependence of SPR-based hetero-core structured optical fiber sensor. *Sensors and Actuators B: Chemical*, 106(1), 363-368.
33. Caucheteur, C., Guo, T., & Albert, J. (2015). Review of plasmonic fiber optic biochemical sensors: improving the limit of detection. *Analytical and bioanalytical chemistry*, 407, 3883-3897.
34. Suzuki, H., Sugimoto, M., Matsui, Y., & Kondoh, J. (2008). Effects of gold film thickness on spectrum profile and sensitivity of a multimode-optical-fiber SPR sensor. *Sensors and Actuators B: Chemical*, 132(1), 26-33.
35. Suzuki, H., Sugimoto, M., Matsui, Y., & Kondoh, J. (2008). Effects of gold film thickness on spectrum profile and sensitivity of a multimode-optical-fiber SPR sensor. *Sensors and Actuators B: Chemical*, 132(1), 26-33.
36. Herrera, N. D., Esteban, O., Navarrete, M. C., González-Cano, A., Benito-Pena, E., & Orellana, G. (2011). Improved performance of SPR sensors by a chemical etching of tapered optical fibers. *Optics and Lasers in Engineering*, 49(8), 1065-1068.
37. Arghir, I., Spasic, D., Verlinden, B. E., Delport, F., & Lammertyn, J. (2015). Improved surface plasmon resonance biosensing using silanized optical fibers. *Sensors and Actuators B: Chemical*, 216, 518-526.
38. Zhang, Z., Zhao, P., Sun, F., Xiao, G., & Wu, Y. (2007). Self-referencing in optical-fiber surface plasmon resonance sensors. *IEEE Photonics Technology Letters*, 19(24), 1958-1960.
39. Díez, A., Andrés, M. V., & Cruz, J. L. (1999). Hybrid surface plasma modes in circular metal-coated tapered fibers. *JOSA A*, 16(12), 2978-2982.
40. Wieduwilt, T., Kirsch, K., Dellith, J., Willsch, R., & Bartelt, H. (2013). Optical fiber micro-taper with circular symmetric gold coating for sensor applications based on surface plasmon resonance. *Plasmonics*, 8, 545-554.
41. Maier, S. A. (2007). *Plasmonics: fundamentals and applications* (Vol. 1, p. 245). New York: springer.
42. Novotny, L., & Hecht, B. (2012). *Principles of nano-optics*. Cambridge university press.
43. Zayats, A. V., Smolyaninov, I. I., & Maradudin, A. A. (2005). Nano-optics of surface plasmon polaritons. *Physics reports*, 408(3-4), 131-314.
44. Sambles, J. R., Bradbery, G. W., & Yang, F. (1991). Optical excitation of surface plasmons: an introduction. *Contemporary physics*, 32(3), 173-183.
45. Nuryadi, R., & Mayasari, R. D. (2016). ZnO/Au-based surface plasmon resonance for CO 2 gas sensing application. *Applied Physics A*, 122, 1-6.
46. Heinz, R. (1986). Surface Plasmons on Smooth and Rough Surfaces and on Gratings. *Springer Tracts in Modern Physics*, 111.
47. Homola, J. (2003). Present and future of surface plasmon resonance biosensors. *Analytical and bioanalytical chemistry*, 377, 528-539.
48. Homola, J. (1997). On the sensitivity of surface plasmon resonance sensors with spectral interrogation. *Sensors and Actuators B: Chemical*, 41(1-3), 207-211.
49. Cennamo, N., Massarotti, D., Conte, L., & Zeni, L. (2011). Low cost sensors based on SPR in a plastic optical fiber for biosensor implementation. *Sensors*, 11(12), 11752-11760.
50. Cao, J., Sun, Y., Kong, Y., & Qian, W. (2019). The sensitivity of grating-based SPR sensors with wavelength interrogation. *Sensors*, 19(2), 405.
51. Zhang, H., Song, D., Gao, S., Zhang, H., Zhang, J., & Sun, Y. (2013). Enhanced wavelength modulation SPR biosensor based on gold nanorods for immunoglobulin detection. *Talanta*, 115, 857-862.

52. Zhao, Y., Tong, R. J., Xia, F., & Peng, Y. (2019). Current status of optical fiber biosensor based on surface plasmon resonance. *Biosensors and Bioelectronics*, 142, 111505.
53. Dostálek, J., Vaisocherová, H., & Homola, J. (2005). Multichannel surface plasmon resonance biosensor with wavelength division multiplexing. *Sensors and Actuators B: Chemical*, 108(1-2), 758-764.

DESARROLLO EXPERIMENTAL DE UN SENSOR DE ESFUERZO UTILIZANDO UN DISPOSITIVO HETERO NÚCLEO DE FIBRA ÓPTICA

Eric Didier Galván Navarro¹, Monserrat Alonso Murias², David Monzón Hernández², Héctor Pérez Aguilar¹

¹Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas “Mat. Luis Manuel Rivera Gutiérrez” de la UMNSH, Mich., ²Centro de investigaciones en Óptica, Gto.

e.d.g.n.19@gmail.com, monsealo@cio.mx, dmonzon@cio.mx, hiperezag@yahoo.com

RESUMEN

En los últimos años se han desarrollado varios sensores de deformación utilizando fibra óptica a los cuales se les han dado varias aplicaciones en diferentes campos, incluido el monitoreo estructural en las industrias de construcción civil y aeroespacial, biomedicina y robótica. Entre estos, se pueden construir arreglos en los cuales la luz que se esparce a través del mismo puede transportar información sobre el alargamiento actual de la fibra óptica y así, comparando el alargamiento de mediciones sucesivas, se pueden detectar cambios de deformación. En este trabajo se presenta un desarrollo experimental y la metodología a seguir para la implementación sencilla de un sensor de esfuerzo utilizando un dispositivo de fibra óptica conocido como hetero núcleo; el cual está constituido de una fibra óptica multimodo, una sección de fibra óptica monomodo y por último una fibra óptica multimodo. Esta estructura de fibra óptica se fabrica mediante la técnica de corte y fusión, para lo cual se requiere una cortadora y una empalmadora de fibra óptica. Se analizaron los espectros de transmisión obtenidos aplicando diferentes niveles de esfuerzo a nuestro dispositivo. Para esto se tomó un punto de interés característico de los espectros de transmisión y de esta manera fue posible relacionar la respuesta obtenida como función del esfuerzo. De esta manera demostramos que es posible diseñar un sensor de esfuerzo utilizando esta estructura, la cual es simple y de bajo costo de construcción.

INTRODUCCIÓN

El desarrollo que durante los últimos años ha tenido la fibra óptica, y otras tecnologías asociadas a las telecomunicaciones, ha impulsado el avance significativo que han experimentado los sensores de fibra óptica. Desde su aparición, se identificó que algunas características de las fibras ópticas proveen ciertas ventajas para desarrollar mejores sistemas de detección y medición de magnitudes físicas, sustancias químicas o agentes biológicos, respecto de sus contrapartes los sensores electrónicos. Gracias a que el precio de los componentes ha disminuido y han aumentado su calidad, se tiene que los sensores de fibra óptica han comenzado a desplazar a los sensores tradicionales de rotación, aceleración, medición de campo eléctrico y magnético, temperatura, esfuerzo, humedad, etc. Ya que estos, además son livianos y de tamaño muy reducido pero robustos mecánicamente hablando, son eléctrica y químicamente pasivos, inmunes a la interferencia electromagnética, y en general tienen una alta sensibilidad, entre otras ventajas. Además, existen algunos sensores de fibra óptica como el que estaremos trabajando que pueden ser interrogados con fuentes de bajo costo y con poca coherencia [1].

Los sensores de fibra óptica a menudo se agrupan en dos clases básicas denominadas sensores de fibra óptica extrínsecos o híbridos y sensores intrínsecos o de fibra. La Figura 1 muestra el caso de un sensor de fibra óptica extrínseco.

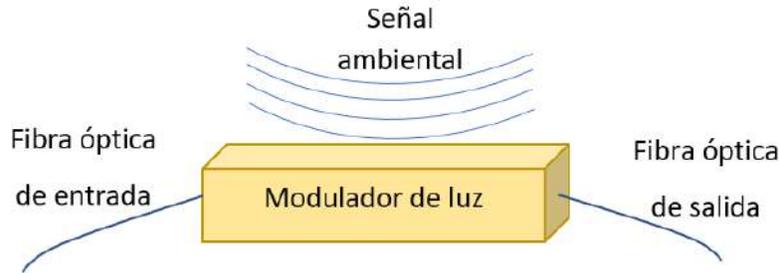


Figura 6. Esquema de un sensor de fibra óptica extrínseco.

En este caso, una fibra óptica conduce un haz de luz de entrada a una “caja negra” que imprime información en el haz en respuesta a un efecto ambiental. Luego, una fibra óptica transporta el haz con la información ambiental impresa de regreso a un procesador óptico y/o electrónico. En el sensor intrínseco o totalmente de fibra óptica que se muestra en la Figura 2, el efecto ambiental imprime información en el haz de luz mientras se propaga por la fibra óptica [3].

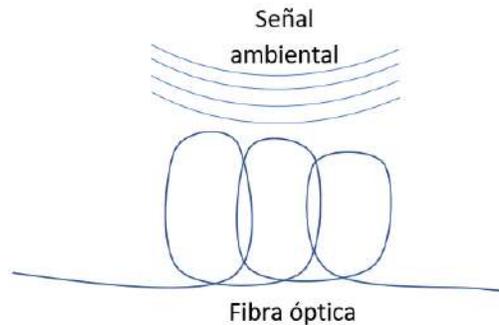


Figura 7. Esquema de un sensor de fibra óptica intrínseco.

Se han utilizado distintos esquemas de sensores de fibra óptica intrínsecos para medir esfuerzo utilizando fibras ópticas con rejillas de Bragg grabadas en el núcleo (FBG) [4,5,13], aprovechando la interferencia modal como es el caos de un interferómetro Mach Zehnder [6,7] o el interferómetro Fabry Perot [8]. La mayoría de los sensores que se han fabricado para este propósito, utilizan dispositivos de fibra óptica complicados de fabricar, lo que dificulta producir dos dispositivos iguales y en algunos casos grandes costos de producción. El dispositivo de fibra óptica que proponemos, conocido como hetero núcleo, tienen un bajo costo de producción, son muy simples de fabricar y de reproducir.

En la Figura 3 se muestra esquemáticamente una fibra óptica hetero núcleo que consta de una fibra multimodo (MMF) y un segmento de una fibra monomodo (SMF) insertado, que funciona como una región sensora, formado así una estructura MMF-SMF-MMF. En esta estructura, puesto que el diámetro del núcleo de la fibra óptica monomodo (que es la parte de detección) es más pequeño que el de la fibra óptica multimodo (que es la línea de transmisión), una porción de la luz que se propaga por el núcleo de la MMF se acopla al núcleo de la SMF y el resto al revestimiento. Cuando la luz se refleja en la frontera del revestimiento y el entorno circundante bajo la condición de reflexión total interna, induce una onda evanescente. La onda de luz que viaja a través de la región del sensor se acoplará parcialmente en el núcleo de la siguiente línea de transmisión, donde se produce la interferencia de los modos del núcleo y el revestimiento [9].

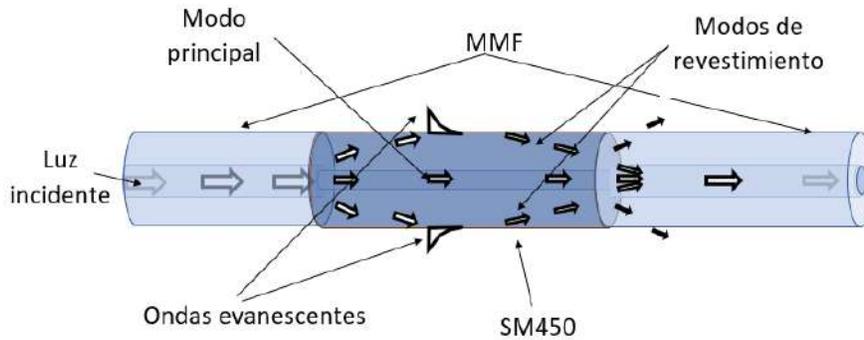


Figura 8. Esquema de un sensor de fibra óptica hetero núcleo.

Es estudio experimental desarrollado en este trabajo se presenta de la siguiente manera. En la primera parte se hace una breve discusión del análisis espectral de los modos de propagación con los cuales estaremos trabajando. En la parte experimental se describe la metodología de fabricación del dispositivo hetero núcleo y la medición de los espectros de transmisión. En el apartado de resultados se muestran los cambios en el espectro de transmisión cuando la fibra hetero núcleo se somete a diferentes esfuerzos. En este estudio se utilizaron dos dispositivos fabricados con SM450, uno de 2.9 cm y otro de 6.0 cm. En la penúltima sección las conclusiones de este trabajo.

TEORÍA

Análisis espectral de la estructura hetero núcleo

Para poder hacer el análisis espectral de la estructura hetero núcleo MMF-SMF-MMF debemos considerar el caso más sencillo, en el cual supondremos que sólo se propaga un modo por la primera sección de la fibra multimodo. Así, tenemos que, de manera similar a la estructura SMF-MMF-SMF, la distancia de autoimagen (SI) que se refiere a la posición en donde las condiciones del campo de luz en la entrada del segmento de la fibra óptica monomodo se replica, tanto en amplitud como en fase, en la salida del segmento de la fibra óptica monomodo para una longitud de onda específica [10]. De acuerdo con [11], la distancia SI se puede obtener cuando no se aplican restricciones en la excitación de modos en el segmento de la fibra óptica multimodo, a una distancia L que obedece a la siguiente expresión general:

$$L = \frac{4pnD^2}{\lambda}; \quad p = 1, 2, 3 \dots \quad (1)$$

donde D y n son el diámetro y el índice de refracción del revestimiento de la SMF, respectivamente, y λ es la longitud de onda operativa. El factor entero p denota la naturaleza periódica de la formación de imágenes a lo largo de la guía de ondas multimodo [11]. En consecuencia, una estructura hetero núcleo de longitud L que satisfaga la Ec. (1), presentará una banda de transmisión centrada en una longitud de onda λ , que en adelante se denominará banda de autoimagen o banda SI [12].

A continuación, se realizará un estudio de la variación de la longitud del segmento de fibra óptica monomodo L y su influencia en la sensibilidad de la banda SI.

En la Figura 4 (a) se tienen los espectros de transmisión para diferentes dispositivos con estructura hetero núcleo. Estos tienen una longitud de la fibra monomodo de entre 4.5 y 6.0 cm y en algunos de estos espectros podemos observar que aparecen dos bandas. Para SMF de 5.5 y 6.0 cm, la banda de atenuación se encuentra en 830.8 y 758.25 nm respectivamente, mientras podemos observar que la banda de transmisión está ubicada en 1629.25 y 1486.65 nm, respectivamente.

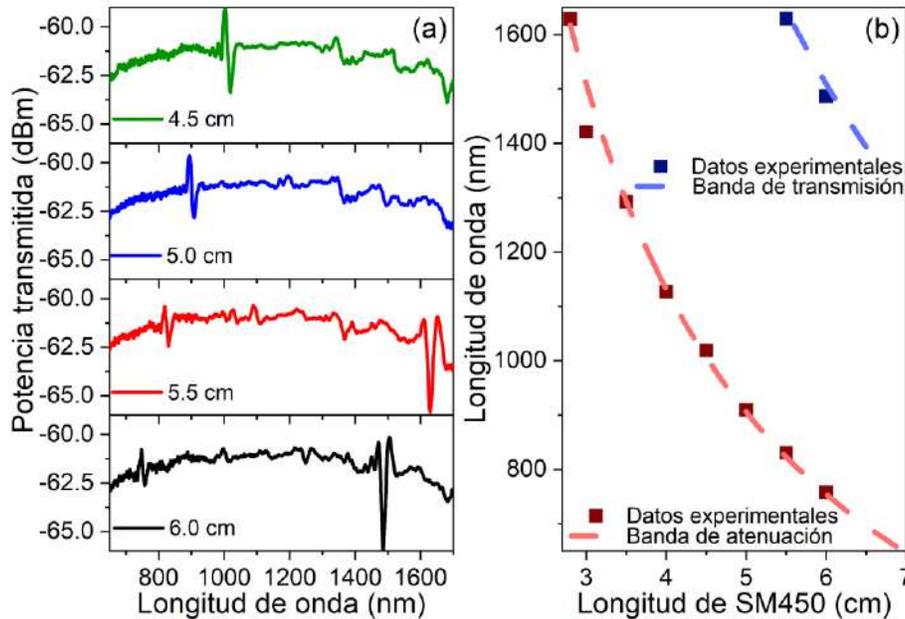


Figura 9. (a) Espectros de transmisión de dispositivos hetero núcleo de diferente longitud del segmento de SM450 y (b) comportamiento de la longitud de onda de los mínimos de los espectros en (a) como función de la longitud del segmento de SM450.

Si aplicamos la Ec. (1) podemos observar que la banda de transmisión se ajusta a la longitud de onda de la primera banda SI, mientras que la banda de atenuación, está relacionada a la mitad de la longitud de onda de la primera banda SI. De hecho, a diferencia de la banda SI, que es una banda de transmisión, la otra banda tiene forma de inmersión. Esto concuerda con el hecho de que para el SI los cambios de fase de todos los modos a lo largo del segmento de la fibra óptica monomodo difieren en múltiplos enteros de 2π , mientras que para la mitad de esta longitud los cambios de fase son múltiplos enteros de π . En vista de esto, al establecer $p = 1$ en la Ec. (1), se obtiene una buena aproximación para estimar el comportamiento de la primera banda SI en la estructura hetero núcleo [12]. Además, dividiendo por la longitud de onda obtenida para todas las estructuras hetero núcleo que van desde 4.5 a 6.0 cm, se logra otra buena aproximación para las caídas correspondientes a la mitad de la longitud del SI (ver Figura 4 (b)).

Por lo tanto, gracias a que tenemos esta banda de atenuación es posible trabajar con dispositivos más compactos gracias a que podemos tomar segmentos más cortos de la fibra óptica monomodo. Por lo que, estaremos utilizando esta ventaja para el siguiente desarrollo.

PARTE EXPERIMENTAL

El dispositivo hetero núcleo mencionado anteriormente se construye fácilmente mediante el método de corte y fusión. Para ello es necesario el utilizar dos tipos diferentes de fibras ópticas; por lo que, utilizamos MMF (62.5/125/250) y SM450 (4.5/125/250) como se muestran esquemáticamente en la Figura 5.

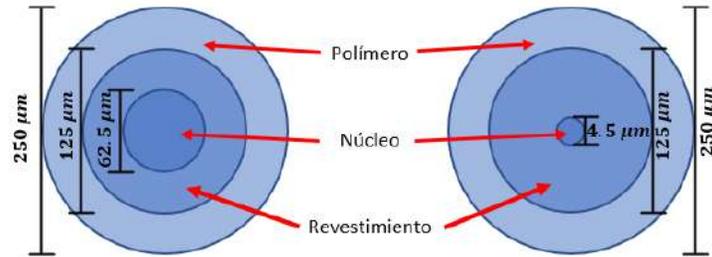


Figura 10. Esquema de un corte transversal de MMF (62.5/125/250) y SM450(4.5/125/250).

Para hacer un empalme apropiado de dos fibras ópticas es necesario seguir el proceso que se describe a continuación. Primero preparamos y cortamos el extremo del tramo de fibra óptica que se utilizará; es decir procedemos a retirar una sección de polímero de al menos 2 cm y procedemos a cortar el extremo usando una cortadora de fibra óptica (Fitel modelo S326).

Un esquema de los cambios observados en la fibra óptica tras realizar el proceso de corte correctamente, se puede observar en la Figura 6. Este proceso es necesario debido a que la fusionadora (Fitel modelo S179) que utilizamos hace una alineación, ya sea utilizando el revestimiento o el núcleo, por lo cual, si no tenemos un corte uniforme, no es posible realizar la fusión.

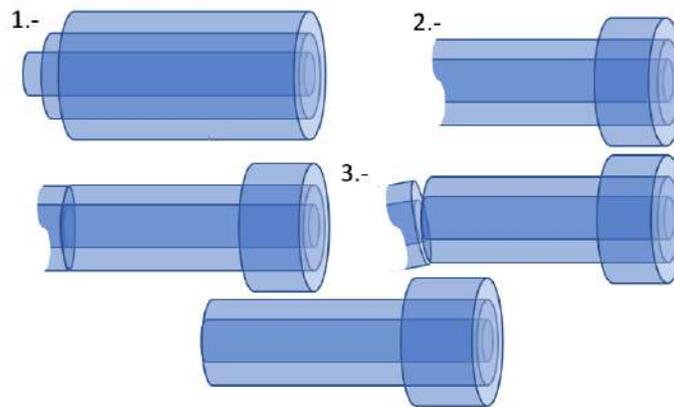


Figura 11. Esquema del proceso de corte de una fibra óptica.

Así teniendo nuestras dos fibras ópticas cortadas adecuadamente procedemos a fusionarlas utilizando una programación por default de la fusionadora. En este caso el programa hace una alineación utilizando el revestimiento y por tanto no importa el diámetro del núcleo de las fibras ópticas (ver Figura 7).

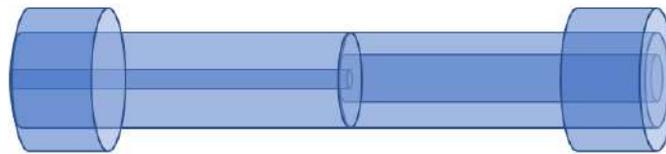


Figura 12. Esquema empalme de dos fibras ópticas con núcleo de diferente diámetro.

Después de tener unidas la fibra óptica MMF y SM450, procedemos a hacer un corte en la fibra óptica SM450 a una longitud L del empalme. Seguido de esto se prepara otra sección de MMF y se realiza otro empalme en el extremo de la fibra óptica SM450, obteniendo así la construcción final del dispositivo hetero núcleo (ver Figura 8).

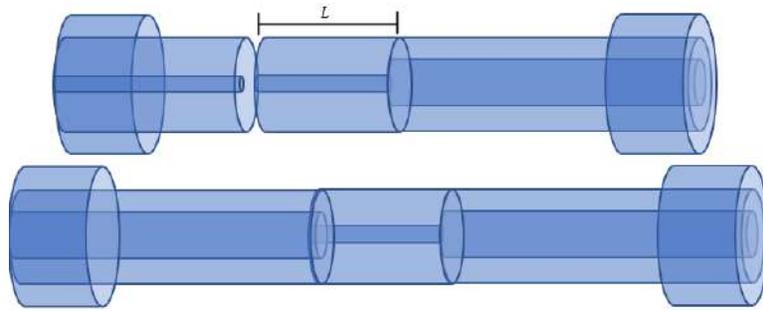


Figura 13. Fabricación de un sensor hetero núcleo de Longitud L de sección SM450.

Siguiendo este proceso se construyeron dispositivos hetero núcleo de diferentes longitudes de SM450. Estos dispositivos se analizaron utilizando una fuente de luz blanca (Ando Electric modelo AQ-43038), un analizador de espectros ópticos (Ando Electric modelo AQ-6315A) y un par de conectores de fibra óptica MMF como se puede ver en la Figura 9.

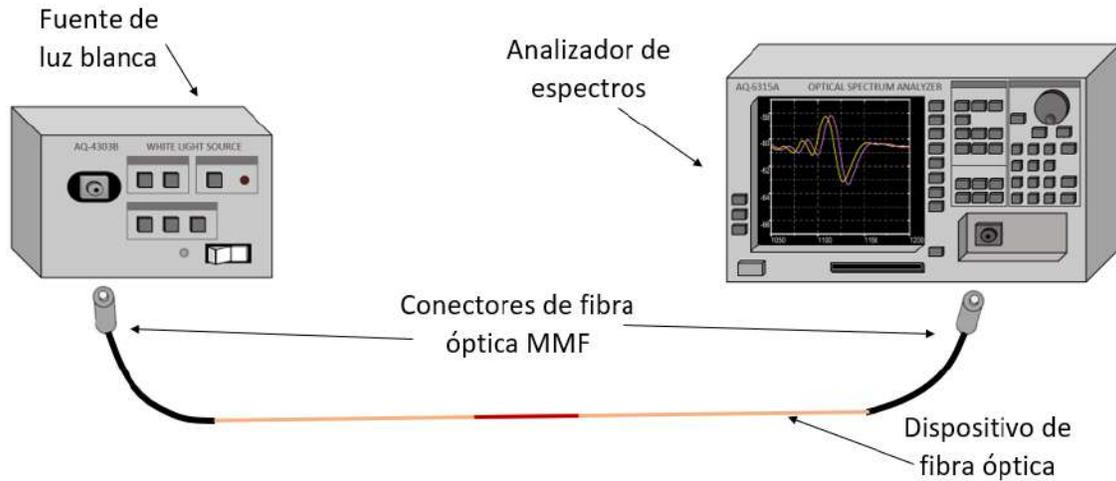


Figura 14. Esquema del sistema de monitoreo de un dispositivo de fibra óptica.

En la Figura 10 (a) podemos observar los espectros de transmisión para la banda de atenuación correspondientes a dispositivos de diferente longitud de SM450, como se observó anteriormente. Siguiendo la Ec. (1) vemos que es importante tener un control sobre la longitud del segmento de SM450 debido a que esta longitud está relacionada con la ubicación en longitud de onda de la banda de atenuación que estaremos siguiendo y analizando a continuación. En la Fig. 10 (b) tenemos el seguimiento de la longitud de onda del punto de inflexión de los espectros de la Figura 10 (a), ya que después de hacer un análisis observamos que es más eficiente tener un control sobre este punto que sobre el mínimo de transmisión. Además de los dispositivos de 4.5 a 6.0 cm se construyeron y analizaron los dispositivos para tener el comportamiento en el intervalo de 3.0 cm a 6.0 cm en pasos de 0.5 cm y un dispositivo de 2.8 cm ya que fue el más pequeño que construimos en el que se logra observar la banda de atenuación utilizando la instrumentación que tenemos.

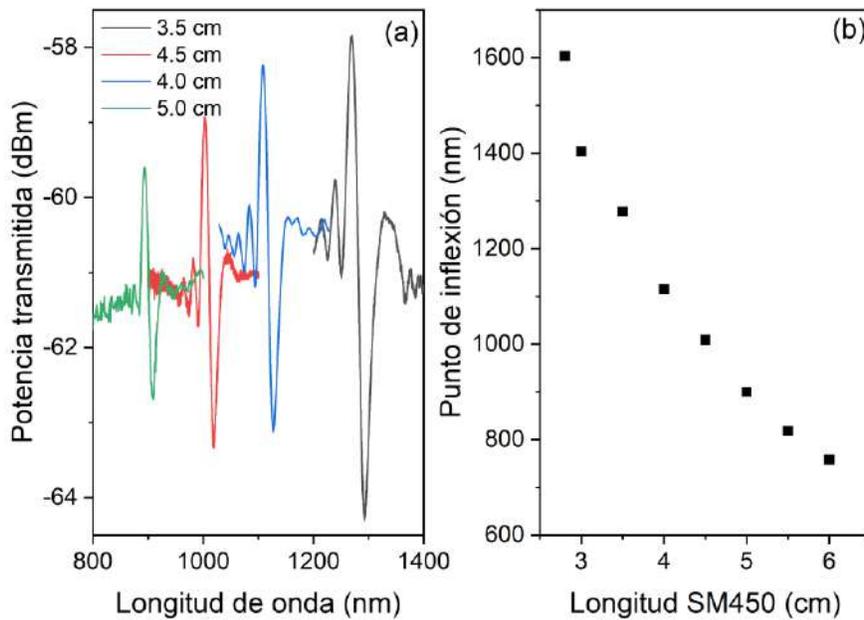


Figura 15. (a) Espectros de transmisión parcial de dispositivos hetero núcleo de diferente longitud del segmento de SM450 y (b) comportamiento de la longitud de onda del punto de inflexión de los espectros en (a) como función de la longitud del segmento de SM450.

La observación del desplazamiento de esta banda de atenuación conforme variamos la longitud de la sección de SM450 fue lo que nos llevó a decidir realizar un análisis del comportamiento del dispositivo a esfuerzo, debido a que al momento de aplicar un esfuerzo en la dirección longitudinal se induce un aumento en la longitud total de la sección de SM450, por lo tanto, se debería tener un dispositivo sensible a esta variable física.

Para la caracterización a esfuerzo se procedió a colocar un dispositivo hetero núcleo en un arreglo constituido por un par de plataformas en las cuales había un punto de agarre. La primera plataforma se encontraba en una posición estática, mientras que la otra podía variar su posición, como se muestra en la Figura 11. Los extremos del dispositivo hetero núcleo estaban conectados a la fuente de luz blanca y al analizador de espectros anteriormente mencionados.

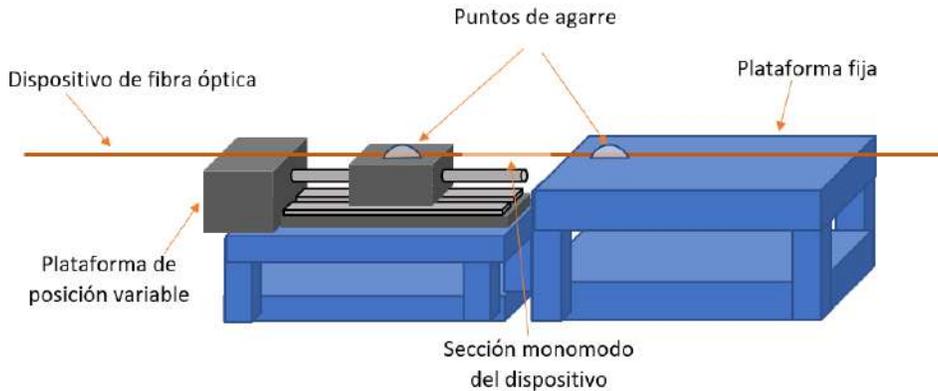


Figura 16. Esquema para la caracterización de un dispositivo de fibra óptica a esfuerzo aplicado.

RESULTADOS

El presente trabajo tiene como finalidad desarrollar experimentalmente un sensor de esfuerzo usando un dispositivo hetero núcleo de fibra óptica. El esfuerzo (S) ejercido en nuestro dispositivo se calcula como $S = \Delta L_0 / L_0$, donde L_0 y ΔL_0 son la longitud inicial entre los puntos de agarre de las plataformas y el cambio total en la longitud en los puntos de agarre al desplazar la segunda plataforma. Para este análisis se construyó un dispositivo hetero núcleo con una sección de SM450 de 2.9 cm de longitud ya que queríamos ubicar la posición del mínimo principal entre 1500 nm y 1600 nm, esto en base al comportamiento observado en los experimentos representados de la Figura 10 (b), ya que estaremos analizando el punto de inflexión como mencionamos anteriormente. Para la caracterización se utilizó el esquema descrito en la Figura 11. Después de hacer las mediciones con dicho dispositivo se consideró hacer pruebas con un dispositivo de 6.0 cm de SM450, con el fin de establecer si la sensibilidad al esfuerzo depende de la longitud de la sección de SM450.

En la Figura 12 (a) se muestran los espectros de transmisión del dispositivo hetero núcleo de 2.9 cm al aplicar un esfuerzo entre 0 y 3500 μS . En estos podemos observar que conforme aumentamos el esfuerzo aplicado tenemos que la banda de atenuación tiene un desplazamiento hacia longitudes de onda menores. En la Figura 12 (b) tenemos el seguimiento de la longitud de onda del punto de inflexión de los espectros mostrados en el apartado (a). Para este grafico optamos por mostrar un desplazamiento neto como función del esfuerzo ejercido en unidades de μS . En términos de la longitud entre los puntos de agarre se consideró una longitud inicial de agarre de $L_0 = 12$ cm y cambios de $\Delta L_0 \in [0,420]$ μm . Se realizó un ajuste lineal de los datos, donde obtuvimos un ajuste de 0.99874; así mismo obtuvimos la sensibilidad de nuestro dispositivo a partir de la pendiente, correspondiendo a -0.00163 nm/ μS .

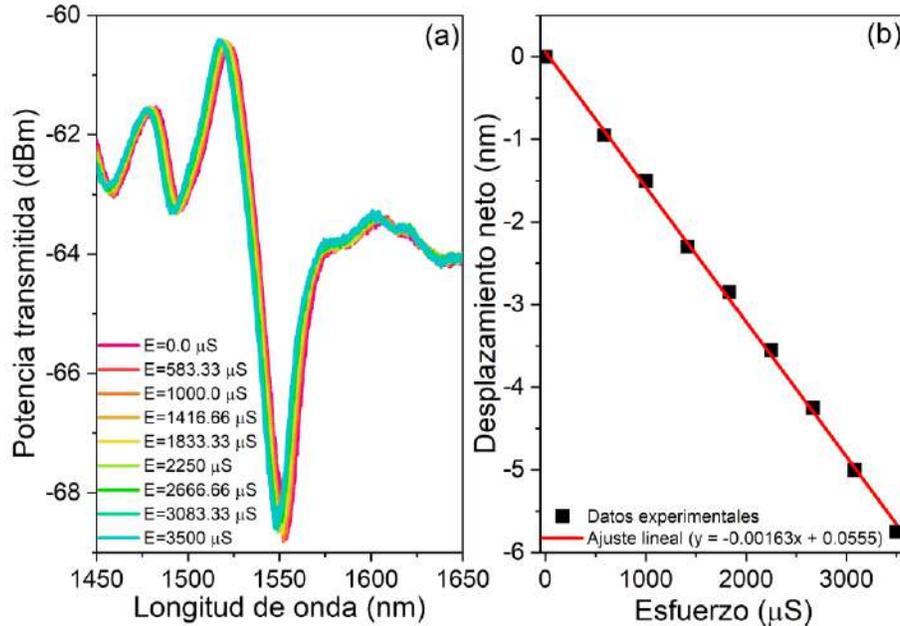


Figura 17. (a) Espectros de transmisión para diferentes niveles de esfuerzo aplicado y (b) comportamiento de la longitud de onda del punto de inflexión como función del esfuerzo aplicado en un dispositivo hetero núcleo de 2.9 cm.

En la Figura 13, se muestran los resultados de las pruebas de esfuerzo correspondientes al dispositivo de 6.0 cm realizados de igual manera que el caso anterior. En la Figura 13 (a) tenemos los espectros de transmisión al aplicar un esfuerzo, para este caso el intervalo va desde 0 hasta 3333.3 μS , donde volvemos a observar que ocurre un desplazamiento a longitudes de onda menores conforme se aumenta el esfuerzo aplicado. En la Figura 13 (b) tenemos el seguimiento de la longitud

de onda del punto de inflexión de los espectros mostrados en (a), al igual que los resultados mostrados en la Figura 12. En este caso también se realizó un ajuste lineal, cuyo resultado para este caso es de 0.98851 con una sensibilidad de $-5.02E-4 \text{ nm}/\mu\text{S}$.

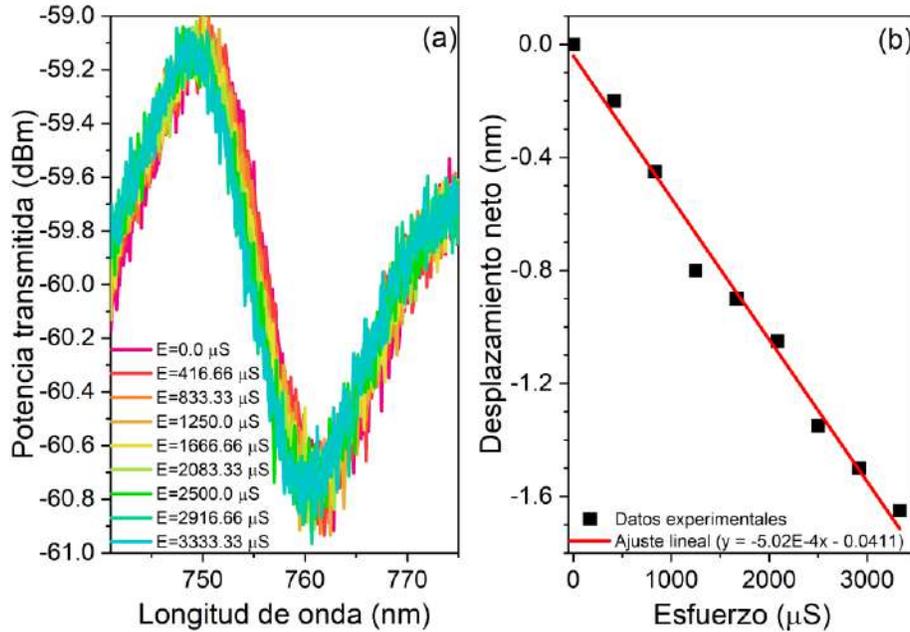


Figura 18. (a) Espectros de transmisión para diferentes esfuerzos aplicados y (b) comportamiento de la longitud de onda del punto de inflexión como función del esfuerzo aplicado en un dispositivo hetero núcleo de 6.0 cm.

Observamos que la sensibilidad disminuyó al aumentar la sección de SM450. Esto corresponde a lo que vemos en la Fig. 10 (b), donde se tiene que conforme disminuimos la longitud del segmento de SM450 el modo tiene un mayor desplazamiento en longitud de onda, e inversamente, conforme aumentamos la sección de SM450, tenemos un menor desplazamiento en longitud de onda.

CONCLUSIONES

Se presentan los resultados experimentales realizados con un sensor de esfuerzo utilizando un dispositivo hetero núcleo de fibra óptica. Se logró observar que el dispositivo tiene una sensibilidad a esfuerzo que mejora conforme nosotros tenemos una sección de fibra óptica monomodo más reducida. Además, se observa que es posible sintonizar la banda de atenuación del sensor de fibra óptica a una longitud de onda predeterminada. Por otro lado, también podemos decir que nuestro dispositivo es de fabricación simple y de muy bajo costo. Esto debido a que se utilizan dos tipos de fibra óptica comerciales; así como se utiliza equipo estándar disponible en cualquier laboratorio de fibras ópticas y no se requiere un entrenamiento especializado para fabricarlos. Po ello consideramos que este sensor tiene potencial para ser utilizado en varias aplicaciones en diferentes campos, incluido el monitoreo estructural en la industria de construcción civil, biomedicina y robótica.

BIBLIOGRAFÍA

1. Soge, A.O., Dairo, O.F., Sanyaolu, M.E. “Desarrollos recientes en sensores de deformación de fibra óptica de polímero: una breve revisión,” *J Opt* 50, 299–313 (2021).
2. Mitsuhiro I., Atsushi S., Yuzuru K., Kazuhiro W., “Acidity measurements based on a hetero-core structured fiber optic sensor,” *Sensors and Actuators B: Chemical*, 96, 234-238 (2003).
3. Yin S, Ruffin PB, Yu FTS., “Fiber optic sensors: Second edition,” In *Fiber Optic Sensors, Second Edition*. CRC Press. (2017).
4. Yuyao Y., Chengyu H., Zamir A., Lei W., Zhang Y., “A new Fiber Bragg Grating sensor based circumferential strain sensor fabricated using 3D printing method,” *Sensors and Actuators A: Physical*, 295, 663-670 (2019).
5. Jun P., Shuhai J., Yiming J., Shouping X., Zaide X., “Design and investigation of a sensitivity-enhanced fiber Bragg grating sensor for micro-strain measurement,” *Sensors and Actuators A: Physical*, 285, 437-447 (2019).
6. Tian Z., Yam H., “In-Line Abrupt Taper Optical Fiber Mach–Zehnder Interferometric Strain Sensor,” in *IEEE Photonics Technology Letters*, 21 (3), 161-163 (2009).
7. Yulan Z., Yongfeng W., Yang H., Jing W., Jianxin R., Yaya M., Beibei M., Bo L., “High sensitivity strain sensor based on a novel offset-core single micro-tapered fiber-optic Mach-Zehnder interferometer,” *Optical Fiber Technology*, 73, (2022).
8. C. E. Domínguez, D. Monzón, V. P. Minkovich, J. A. Rayas and D. Lopez, “In-Fiber Capillary-Based Micro Fabry-Perot Interferometer Strain Sensor,” in *IEEE Sensors Journal*, 20(3), 1343-1348, (2020).
9. Iga, M., Seki, A., & Watanabe, K., “Hetero-core structured fiber optic surface plasmon resonance sensor with silver film,” *Sensors and Actuators B: Chemical*, 101(3), 368–372 (2004).
10. Abian B. Socorro, Ignacio Del Villar, Jesus M. Corres, Francisco J. Arregui, and Ignacio R. Matias, “Mode transition in complex refractive index coated single-mode–multimode–single-mode structure,” *Opt. Express*, 21, 12668-12682 (2013).
11. S. Silva, “Ultrahigh-sensitivity temperature fiber sensor based on multimode interference,” *Appl. Opt.*, 51,3236–3242 (2012).
12. Noé San Fabián, Abián B. Socorro, Ignacio Del Villar, Silvia Díaz, and Ignacio R. Matías, “Multimode-Coreless-Multimode Fiber-Based Sensors: Theoretical and Experimental Study,” *J. Lightwave Technol.* 37, 3844-3850 (2019).
13. Ferraro P., De Natale G., “On the possible use of optical fiber Bragg gratings as strain sensors for geodynamical monitoring,” *Optics and Lasers in Engineering*, 37, 115-130 (2002).

DISEÑO NUMÉRICO DE UN ABSORBEDOR DE METAMATERIAL USANDO UN MÉTODO INTEGRO-DIFERENCIAL

Marco de la Peña Gochi¹, Eric Didier Galván Navarro², Sergio Sánchez López³, José Eduardo Medina Magallón⁴, Héctor Pérez Aguilar⁵

Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.
1108519e@umich.mx

RESUMEN

En el presente trabajo se pretende hacer un estudio teórico y numérico de la respuesta óptica de una estructura de multicapas con metamateriales izquierdos (LHMs, por sus siglas en inglés). En el cual se pretende conseguir una absorción casi perfecta del sistema absorbedor de LHMs propuesto en gran parte del rango del espectro solar. Esto podría tener una posible aplicación en la eficiencia final del dispositivo de celdas solares con LHM.

INTRODUCCIÓN

Se tiene como finalidad el estudio teórico y numérico de la respuesta electromagnética de un sistema de multicapas con absorbedores de LHMs, con geometrías particulares. Para modelar numéricamente el sistema se utiliza la técnica conocida como el "Método de la Ecuación Integral", mediante los modelos de Drude-Lorentz y modelos que permitirán la caracterización numérica de metamateriales izquierdos. Cabe señalar que el método integral parte de la segunda identidad de Green para resolver la ecuación de Helmholtz bidimensional que se considera para este trabajo. Este método presenta ventajas en la capacidad de estudiar diferentes aspectos de un sistema de multicapas que involucra geometrías complicadas y propiedades físicas muy novedosas, como las correspondientes de los LHMs.

Una de las principales posibles aplicaciones del sistema multicapas con metamateriales izquierdos es su uso en una celda solar. Las amplias bandas de absorción en el espectro solar de estos materiales artificiales permitirían incrementar drásticamente la absorción de energía, y por lo tanto la eficiencia final del dispositivo. Esto significaría un enorme desarrollo tecnológico con aplicaciones directas en industrias como las de la energía, aeroespacial, electrónica, etc. Es así como se cree apropiado el desarrollo de este proyecto, por el aporte directo al desarrollo de tecnología innovadora, mencionando además el beneficio al desarrollo de capital humano de alto nivel por el proceso formativo durante este proyecto.

TEORÍA

1. Electrodinámica de Metamateriales

Las propiedades ópticas de los metamateriales se definen a través de sus propiedades eléctricas y magnéticas; es decir, las funciones de la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética que caracterizan la propagación de ondas en un metamaterial. Un metamaterial se define como un medio electromagnético con permitividad ($\epsilon < 0$) y permeabilidad ($\mu < 0$) negativas. Estas propiedades provocan que en la propagación de ondas electromagnéticas se muestren fases y velocidades de grupo antiparalelas, llamadas ondas zurdas o izquierdas.

En medios homogéneos e isotrópicos, la ecuación de onda en términos del campo eléctrico \mathbf{E} o magnético \mathbf{H} se expresa de la siguiente forma:

$$\nabla^2 \Psi = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}, \quad (1)$$

siendo Ψ cualquiera de los dos campos. Suponiendo que los campos \mathbf{E} y \mathbf{H} son armónicos, la Ec. (1) toma solución de la forma: $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$, con una solución idéntica para el campo eléctrico. Estas soluciones corresponden a ondas periódicas de frecuencia angular ω propagándose a una

velocidad $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$ en la dirección dada por el vector de onda $\mathbf{k} = k\hat{\mathbf{k}}$. \mathbf{k} puede tomar valores positivos y negativos. Se cumple entonces la relación de dispersión,

$$k^2 = \frac{\omega^2 n^2}{c^2}.$$

El índice de refracción n es definido como:

$$n = \pm \sqrt{\epsilon_r \mu_r} = \pm \frac{\sqrt{\epsilon\mu}}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \pm \frac{c}{v}, \quad (2)$$

siendo ϵ_0 y μ_0 la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética en el vacío, respectivamente, $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$, es la velocidad de la onda en el vacío y $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$, es la velocidad de la onda en el medio. En general, la permitividad relativa ϵ_r y la permeabilidad relativa μ_r son funciones complejas dependientes de la frecuencia y cuyas partes complejas miden las pérdidas del material. Las pérdidas se consideran despreciables a modo de simplificación y por tanto los parámetros fundamentales son reales (Li & Pendry, 2008; Schuring et al., 2006; Veselago, 1968).

Para demostrar el signo negativo tomado de la Ec. (1), se analizan las propiedades de una onda monocromática propagándose por un medio con ϵ_r y μ_r negativos. Considerando que no se tienen corrientes ($\mathbf{J} = \mathbf{0}$) y aplicando los valores del campo eléctrico armónico en la ley de Faraday y el campo magnético armónico en la ley de Ampere-Maxwell resulta:

$$\begin{aligned} \mathbf{k} \times \mathbf{E} &= \omega \mu \mathbf{H} = \omega \mu_r \mu_0 \mathbf{H}, \\ \mathbf{k} \times \mathbf{H} &= -\omega \epsilon \mathbf{E} = -\omega \epsilon_r \epsilon_0 \mathbf{E}. \end{aligned}$$

De la relación anterior es evidente que los vectores \mathbf{E} , \mathbf{H} y \mathbf{k} describen un sistema ortogonal. El caso donde $\epsilon > 0, \mu > 0$ implica que $\epsilon_r > 0, \mu_r > 0$ ya que ϵ_0 y μ_0 son valores constantes mayores a cero. Este sistema es llamado derecho o RHM y sigue la convención de la mano derecha. En el caso donde $\epsilon < 0, \mu < 0$; es decir, $\epsilon_r, \mu_r < 0$, el sistema es llamado izquierdo o zurdo y obedecerá la convención de la mano izquierda.

2. Velocidad de fase y de grupo para metamateriales

La velocidad de fase se define como:

$$v_f = \frac{dr}{dt} = \frac{\omega}{k},$$

donde la frecuencia angular es siempre positiva y la velocidad de fase representa la dirección de propagación de la onda. De la Fig. 1 es claro que el vector de onda \mathbf{k} es positivo en los medios RHMs y negativo en los LHMs, lo cual influye en el signo de la velocidad de fase. La velocidad de grupo es positiva sin importar el signo del índice; ya que se define como:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}.$$

Así el número de onda se escribe como:

$$\mathbf{k} = s \frac{\omega}{c} \mathbf{n}, \quad (3)$$

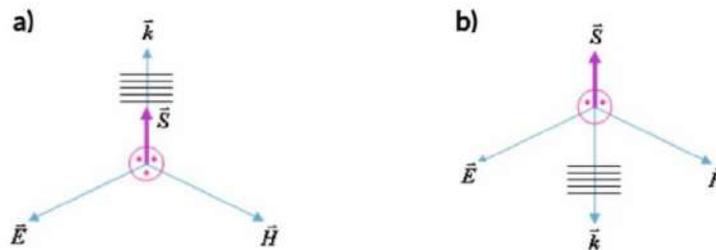


Figura 1: Esquema de las direcciones de los campos Eléctrico \mathbf{E} , magnético \mathbf{H} y vector de onda \mathbf{k} . a) Sistema derecho o RHM. b) Sistema zurdo o LHM. El vector de Poynting \mathbf{S} es definido como $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}^*$ y no es dependiente del signo del índice de refracción n (Caloz & Itoh, 2006).

donde s toma valores +1 y -1 correspondientes al signo de n . La Ec. (3) será la relación de dispersión para un medio dado. Esta expresión resuelve la indeterminación en el signo del índice de refracción en la Ec. (2) y de esto, se concluye que una velocidad de fase negativa en un material conlleva a un índice de refracción n negativo.

Para el caso donde ϵ_r y μ_r son reales con diferente signo, n será completamente complejo, ya que:

$$n = \sqrt{\mu_r \epsilon_r} = i\sqrt{|\mu_r| |\epsilon_r|},$$

por lo que el campo \mathbf{E} se puede escribir como una onda evanescente. Recordando que la existencia de una onda evanescente, implica propagación nula en estos medios. Por lo tanto, queda demostrado que si la permitividad ϵ_r y la permeabilidad μ_r toman valores reales negativos, el índice de refracción del medio es negativo ($n < 0$), lo que da lugar a la teoría de LHMs.

3. Condiciones de frontera entre medios LHMs y RHMs

Las condiciones de frontera en la interfaz entre dos medios se derivan directamente de las ecuaciones de Maxwell, y se mantienen vigentes para el caso de un medio LHM. Suponiendo que la densidad superficial de carga es cero en la interfaz y la ausencia de fuentes, las condiciones de frontera son:

$$\begin{aligned} \hat{n} \cdot (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) &= 0, \\ \hat{n} \cdot (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) &= 0, \\ \hat{n} \times (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) &= 0, \\ \hat{n} \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) &= 0. \end{aligned}$$

Para el caso de estudio de la Fig. 2, es considerada una interfaz entre un medio RH y un medio LH.

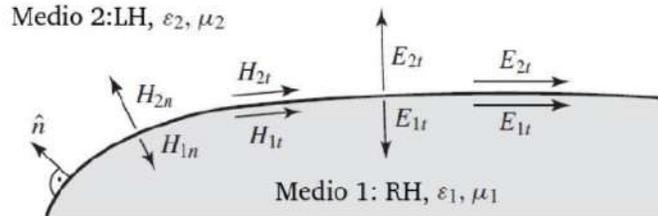


Figura 2: Condiciones de frontera en la interfaz entre un medio RH y un LH (Caloz & Itoh, 2006). Utilizando las condiciones de frontera y considerando el medio 2 como un material LH $\epsilon < 0$ y $\mu < 0$, se obtienen:

$$\begin{aligned} \epsilon_1 \mathbf{E}_{1n} &= -|\epsilon_2| \mathbf{E}_{2n}, \\ \mu_1 \mathbf{H}_{1n} &= -|\mu_2| \mathbf{H}_{2n}. \end{aligned}$$

De esta forma resultan las cuatro condiciones de frontera (en donde los subíndices n y t significan normal y tangencial, respectivamente):

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{1n} &= -\frac{|\epsilon_2|}{\epsilon_1} \mathbf{E}_{2n}, \\ \mathbf{H}_{1n} &= -\frac{|\mu_2|}{\mu_1} \mathbf{H}_{2n}, \\ \mathbf{E}_{1t} &= \mathbf{E}_{2t}, \\ \mathbf{H}_{1t} &= \mathbf{H}_{2t}. \end{aligned}$$

4. Modelo de un medio con LHM

En esta sección se presentan las características de las funciones de permeabilidad magnética y permitividad eléctrica, las cuales permiten modelar numéricamente las propiedades ópticas de los LHMs. Partiendo de la posibilidad que entregan las ecuaciones de Maxwell a escalar los fenómenos electromagnéticos a más altas frecuencias, se considera como medio metamaterial el resonador de anillo dividido SRR con dos divisiones simétricas, cuyas dimensiones fueron elegidas para lograr un funcionamiento en el rango de THz. Para la caracterización teórica de la ϵ_{ef} y la μ_{ef} se parte de la suposición en que el campo magnético está a lo largo del eje de los cilindros divididos. Se procede a realizar un análisis matemático que si el lector esta interesado en conocer a profundidad puede observar más detalles en la referencia [6], el cual parte de la respuesta dieléctrica para la plata (Ag),

y un análisis de la caída de potencial en la configuración geométrica de los anillos, donde finalmente se encuentra:

$$\mu_{ef} = 1 + \left[\frac{f \varepsilon_0 \omega^2 \varepsilon L_c}{2d_c} \mu_0 \pi r^2 \right] \left[1 - \frac{\omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon L_c}{2d_c} \left(\mu_0 \pi r^2 + \frac{2\pi r}{\varepsilon_0 \tau_c \omega_p^2} \right) - i \omega \gamma \frac{2\pi r}{\varepsilon_0 \tau_c \omega_p^2} \frac{\varepsilon_0 \varepsilon L_c}{2d_c} \right]^{-1}. \quad (4)$$

Realizando un análisis matemático extenso donde se considera:

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \frac{4c}{D}, \\ \omega_p &= \frac{10c}{D}, \\ f' &= 0.56. \end{aligned}$$

Se usan las unidades reducidas de la frecuencia dada por $\omega_0 = \frac{\omega D}{2\pi c}$, donde c representa la velocidad de la luz en el vacío y D es una constante de normalización elegida para ser la dimensión del lado de una celda unitaria cuadrada, la Ec. (4) se puede reescribir como:

$$\mu_{ef} = 1 + \frac{f' \omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i \omega \gamma}.$$

Se realiza un análisis similar para encontrar la permitividad eléctrica, donde finalmente se concluye:

$$\varepsilon_{ef} = 1 - \frac{\omega_m^2}{\omega(\omega + i\gamma)}.$$

5. Método de la Ecuación Integral

El Método de la Ecuación Integral está basado en la solución numérica de la ecuación de Helmholtz usando ecuaciones integrales. El método parte del segundo teorema integral de Green permitiendo obtener un par de ecuaciones integrales acopladas que involucran, como incógnitas el modo del campo y su derivada normal evaluados en las fronteras o superficies involucradas. La discretización del sistema resulta en una ecuación matricial homogénea cuya solución determina las funciones fuente, con las que se calcula la respuesta óptica del sistema (campo incidente o esparcido). A continuación se da una breve descripción del formalismo del método. Si el lector desea conocer el desarrollo detalladamente puede consultar la Ref. [9].

5.1 Función de Green para la ecuación de Helmholtz

El análisis comienza desde la ecuación de Helmholtz:

$$\nabla^2 \Psi(\mathbf{r}) + k_j^2 \Psi(\mathbf{r}) = 0, \quad (5)$$

siendo $k_j = n_j \omega / c$ la relación de dispersión para el j -ésimo medio. Para resolver la Ec. (5) consideramos una función de Green $G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ como la solución de la ecuación diferencial:

$$\nabla^2 G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + k_j^2 G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = 4\pi \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (6)$$

donde $G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ representa el propagador del campo debido a una fuente de luz puntual que emite a la frecuencia ω en la posición \mathbf{r}' correspondiente a cada j -ésimo medio y $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ representa la delta de Dirac. Una función de Green que es solución de la Ec. (6) está dada por:

$$G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = i\pi H_0^{(1)}(k_j |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|),$$

siendo $H_0^{(1)}(z)$ la función de Hankel de primera clase y de orden cero. Esta función de Green para el vacío satisface una condición de radiación, mientras que para el interior del j -ésimo cuerpo satisface una condición de absorción.

5.2 Representación integral de la ecuación de Helmholtz

Aplicando el segundo teorema integral de Green [19], que establece que:

$$\int_V (u \nabla^2 v - v \nabla^2 u) dv = \int_S \left(u \frac{\partial v}{\partial n} - v \frac{\partial u}{\partial n} \right) da,$$

donde $\mathbf{u}(x)$ y $\mathbf{v}(x)$ son campos escalares arbitrarios definidos en un volumen V , rodeado por una superficie cerrada S , y $\frac{\partial}{\partial n}$ es la derivada a lo largo de la normal a la superficie dirigida hacia afuera del volumen V . Así haciendo uso del segundo teorema integral de Green para las funciones $\Psi_j(\mathbf{r})$ y $G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$, en cada región correspondiente al j -ésimo medio. Además multiplicando la Ec. (5) por $G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ y la Ec. (6) por $-\Psi_j(\mathbf{r})$ y sumando ambas ecuaciones que al integrarlas sobre una superficie cerrada S_j , que está limitada por un contorno cerrado C_j , se obtiene:

$$\frac{1}{4\pi} \oint_{C_j} [G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \nabla \Psi_j(\mathbf{r}) - \Psi_j(\mathbf{r}) \nabla G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \hat{\mathbf{n}}] ds = \oint_{S_j} \Psi_j(\mathbf{r}) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') da, \quad (7)$$

siendo ds el diferencial de la longitud de arco y da el diferencial de área. Como la derivada normal está dada como $\frac{\partial u}{\partial n} = \hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla u$, para la función u que es diferenciable, entonces la Ec. (7) toma la forma:

$$\frac{1}{4\pi} \oint_{C_j} [G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \Psi_j(\mathbf{r})}{\partial n} - \Psi_j(\mathbf{r}) \frac{\partial G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n}] ds = \Psi_j(\mathbf{r}') \theta(\mathbf{r}'), \quad (8)$$

donde $\theta(\mathbf{r}')$ es la función escalón,

$$\theta(\mathbf{r}') = \begin{cases} 1 & \text{si } \mathbf{r}' \in S, \\ 0 & \text{si } \mathbf{r}' \notin S. \end{cases}$$

Intercambiando \mathbf{r} y \mathbf{r}' , para conservar la convención de que \mathbf{r} , representa la posición del observador (donde se mide el campo), y que \mathbf{r}' , los puntos de integración o de contorno, se obtiene la siguiente ecuación integral:

$$\frac{1}{4\pi} \oint_{\Gamma_j} [G_j(\mathbf{r}', \mathbf{r}) \frac{\partial \Psi_j(\mathbf{r}')}{\partial n'} - \Psi_j(\mathbf{r}') \frac{\partial G_j(\mathbf{r}', \mathbf{r})}{\partial n'}] ds' = \Psi_j(\mathbf{r}) \theta(\mathbf{r}).$$

5.3 Discretización de la ecuación integral

Como ejemplo de aplicación del método integral se considera el sistema más simple posible constituido por una interfaz entre dos medios dieléctrico-LHM como se muestra en la Fig. 3. Analizando el medio con constante dieléctrica ϵ_1 correspondiente a la región R_1 , observamos que la normal va hacia adentro y el observador siempre está del lado de la normal (ver Fig. 3).

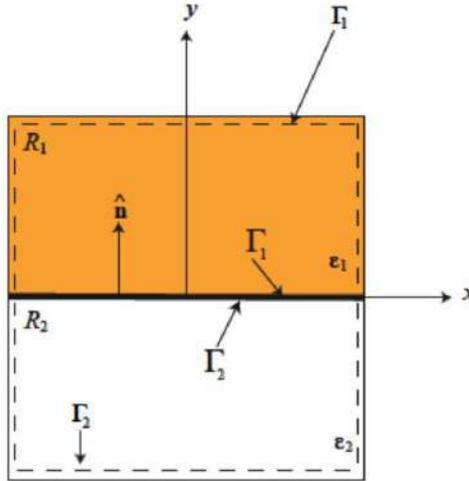


Figura 3: Interfaz formada por dos medios con constantes dieléctricas ϵ_1 y ϵ_2 .

Entonces, como la función escalón $\theta(\mathbf{r}') = 1$, se tiene que la Ec. (8) se reescribe de la siguiente forma:

$$-\oint_{\Gamma_1 + \Gamma_{1\infty}} [G^j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \Psi^j(\mathbf{r}')}{\partial n'} - \Psi^j(\mathbf{r}') \frac{\partial G^j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n'}] ds' = \Psi^j(\mathbf{r}) - \Psi^{inc}(\mathbf{r}),$$

donde en esta región hay un campo incidente y $j = 1$. Para la segunda región R_2 , la normal va hacia afuera como podemos observar en la Fig. 3, por lo que la ecuación queda como:

$$\oint_{\Gamma_2 + \Gamma_{2\infty}} \left[G^j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \Psi^j(\mathbf{r}')}{\partial \mathbf{n}'} - \Psi^j(\mathbf{r}') \frac{\partial G^j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial \mathbf{n}'} \right] ds' = 0,$$

para $j = 2$. Es posible tomar la contribución de los campos en el contorno $\Gamma_{1\infty}$, como aquella de un campo incidente que viene desde el infinito. Por otra parte es posible considerar que el contorno $\Gamma_{2\infty}$, está tan lejos que ninguna radiación electromagnética ha llegado a él y por lo tanto su contribución al campo total es nula (ver Fig. 3). Con estos argumentos, el sistema de ecuaciones sobre la región R_1 se puede reescribir como:

$$-\oint_{\Gamma_1} \left[G^1(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \Psi^1(\mathbf{r}')}{\partial \mathbf{n}'} - \Psi^1(\mathbf{r}') \frac{\partial G^1(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial \mathbf{n}'} \right] ds' = \Psi^1(\mathbf{r}) - \Psi^{inc}(\mathbf{r}),$$

y en la región R_2 :

$$\oint_{\Gamma_2} \left[G^2(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \Psi^2(\mathbf{r}')}{\partial \mathbf{n}'} - \Psi^2(\mathbf{r}') \frac{\partial G^2(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial \mathbf{n}'} \right] ds' = 0.$$

El superíndice denota la región o medio donde se evaluarán las integrales. Para resolver el sistema de ecuaciones integro-diferenciales se realiza un proceso de discretización a lo largo de los contornos que describen cada región. Esto nos permite obtener un sistema de ecuaciones algebraico inhomogéneo de la siguiente forma:

$$\sum_{n=1}^N L_{mn}^{(1)} \Phi_n^{(1)} - \sum_{n=1}^N [N_{mn}^{(1)} - \delta_{mn}] \Psi_n^{(1)} = \Psi_m^{inc(1)},$$

$$\sum_{n=1}^N L_{mn}^{(2)} \Phi_n^{(2)} - \sum_{n=1}^N N_{mn}^{(2)} \Psi_n^{(2)} = 0,$$

donde se ha considerado que el contorno $\Gamma = \Gamma_1 = \Gamma_2$ se divide en N segmentos Δs y el vector $\Psi_n^{(1)}$ se ha multiplicado por la matriz identidad. Considerando las condiciones de frontera sobre el contorno Γ , $\psi_i^{(1)} = \psi_i^{(2)}$, y $\frac{1}{f_1} \frac{\partial \psi_i^{(1)}}{\partial n} = \frac{1}{f_2} \frac{\partial \psi_i^{(2)}}{\partial n}$, donde f_i corresponde a polarización transversal eléctrica TE o $\epsilon_i/\epsilon_{i+1}$, polarización transversal magnética TM, se obtiene finalmente:

$$\sum_{n=1}^N L_{mn}^{(1)} \Phi_n^{(1)} - \sum_{n=1}^N [N_{mn}^{(1)} - \delta_{mn}] \Psi_n^{(1)} = \Psi_m^{inc(1)}, \quad (9)$$

$$f_{21} \sum_{n=1}^N L_{mn}^{(2)} \Phi_n^{(1)} - \sum_{n=1}^N N_{mn}^{(2)} \Psi_n^{(1)} = 0. \quad (10)$$

siendo L_{mn} y N_{mn} los elementos de la matriz y f_{21} el cociente de f_1 y f_2 . Estos elementos de matriz, están dados por las expresiones:

$$L_{mn}^{(j)} = \frac{i\Delta s}{4\pi} H_0^{(1)}(k_j R_{mn})(1 - \delta_{mn}) + \left[\frac{i\Delta s}{4\pi} H_0^{(1)}\left(k_j \frac{\Delta s}{2e}\right) \right] \delta_{mn},$$

$$N_{mn}^{(j)} = \frac{i\Delta s}{4\pi} k_j H_1^{(1)}(k_j R_{mn}) \hat{\mathbf{n}}_n \cdot \frac{\mathbf{R}_{mn}}{R_{mn}} (1 - \delta_{mn}) + \left[\frac{1}{2} + \frac{\Delta s}{4\pi} \hat{\mathbf{n}}_n \cdot \hat{\mathbf{t}}_n \right] \delta_{mn},$$

siendo:

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{R}_{mn} = -y'(s)(x_m - x_n) + x'(s)(y_m - y_n),$$

$$\hat{\mathbf{n}}_n \cdot \hat{\mathbf{t}}'_n = x'(s)y''(s) - y'(s)x''(s),$$

$$R_{mn} = \sqrt{(x_m - x_n)^2 + (y_m - y_n)^2}.$$

Para determinar las fuentes (el campo $\Phi_n^{(1)}$ y su derivada normal $\Psi_n^{(1)}$, en cada punto del contorno Γ , cada ecuación se evalúa en todos los puntos del contorno constituyéndolo así en un sistema lineal e inhomogéneo de ecuaciones de rango $2N \times 2N$. En forma matricial, si consideramos que la matriz del sistema posee cuatro secciones de $N \times N$, definimos:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} L_{mn}^{(1)} & -(N_{mn}^{(1)} - \delta_{mn}) \\ L_{mn}^{(2)} & -N_{mn}^{(2)} \end{bmatrix}.$$

El vector de incógnitas de dos secciones de $N \times 1$:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \Phi_n^{(1)} \\ \Psi_n^{(1)} \end{bmatrix}.$$

y el vector del término inhomogéneo con dos secciones de $N \times 1$, de las cuales una de ellas contiene ceros:

$$B = \begin{bmatrix} \Psi_m^{inc(1)} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Por lo tanto, el sistema de ecuaciones (Ec. (9) y (10)) se puede escribir como: $MX = B$, cuya solución será $X = M^{-1}B$, el cual finalmente se resuelve mediante las herramientas computacionales de Intel-Fortran.

RESULTADOS

Se muestran los resultados obtenidos de los cálculos numéricos y analíticos de la respuesta óptica mediante el cálculo de la reflectancia y transmitancia como función del ángulo de incidencia para el sistema multicapas con metamaterial propuesto.

Sistema de una interfaz con medios LHM

A continuación, se muestra la disposición geométrica del sistema, y los resultados numéricos y analíticos de la respuesta óptica del sistema de una sola interfaz entre dos medios (Fig. 4) . Los cálculos se realizan en función del ángulo de incidencia y de la longitud de onda, la cual se eligió constante a $1.4284 \mu\text{m}$. Este sistema está conformado por dos diferentes medios, aire y metamaterial. Los resultados numéricos mostrados en la Fig. 5 fueron calculados utilizando el IEM, y los resultados analíticos usando el método de la matriz de transferencia (TMM, por sus siglas en inglés). En el sistema estudiado, se puede observar que se obtiene el mismo comportamiento en la reflectancia en ambos métodos dando alta confiabilidad al código en Fortran implementado para el IEM. Además, como se observa en la Fig. 5 se obtiene una reflectancia baja para esta configuración, lo cual es precisamente el efecto deseado para la aplicación de este trabajo.

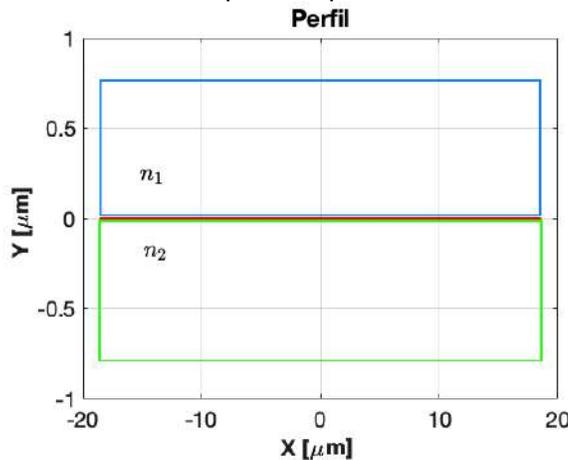


Figura 4: Perfil de una interfaz.

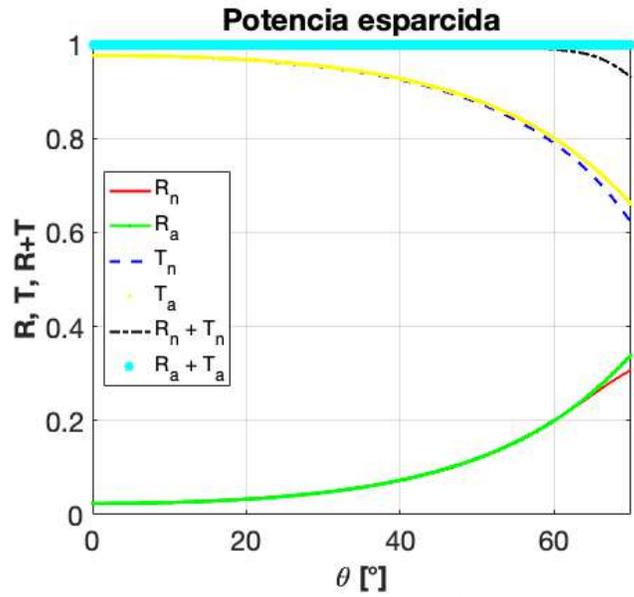


Figura 5: Respuesta óptica de un sistema de una interfaz entre dos medios. Reflectancias, transmitancias y balances de la energía calculadas numérica (subíndice n) y analíticamente (subíndice a).

Sistema de dos interfaces con medios LHM

Se muestra la disposición geométrica del sistema, y los resultados numéricos y analíticos de la respuesta óptica del sistema de dos interfaces entre tres medios. Los cálculos se realizan en función del ángulo de incidencia y de la longitud de onda la cual se eligió constante a $1.5384 \mu\text{m}$. Este estudio está conformado por tres diferentes medios: aire, metamaterial y aire (Fig. 6). Los resultados numéricos mostrados en la Fig. 7 fueron calculados utilizando el IEM, y los resultados analíticos usando el TMM. En este sistema, se puede observar que se obtiene el mismo comportamiento en la reflectancia con ambos métodos dando alta confiabilidad al código en Fortran implementado para el IEM. Además, como se observa en la Fig. 6, también se obtiene una reflectancia baja para esta configuración, incluso a un rango más amplio de ángulos de incidencia, si se compara con el sistema de una interfaz.

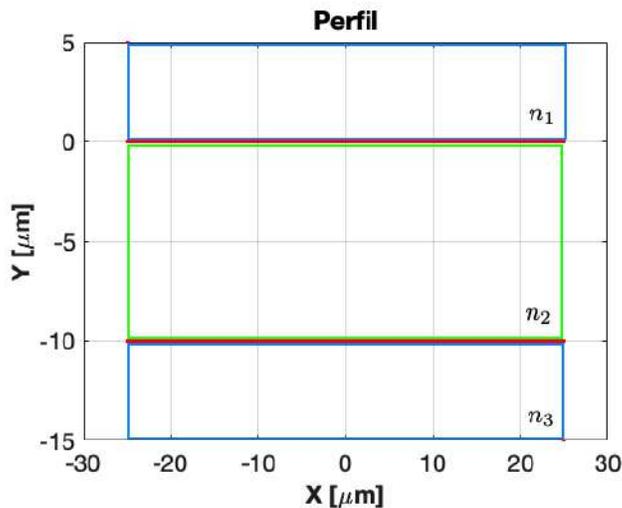


Figura 6: Perfil de dos interfaces.

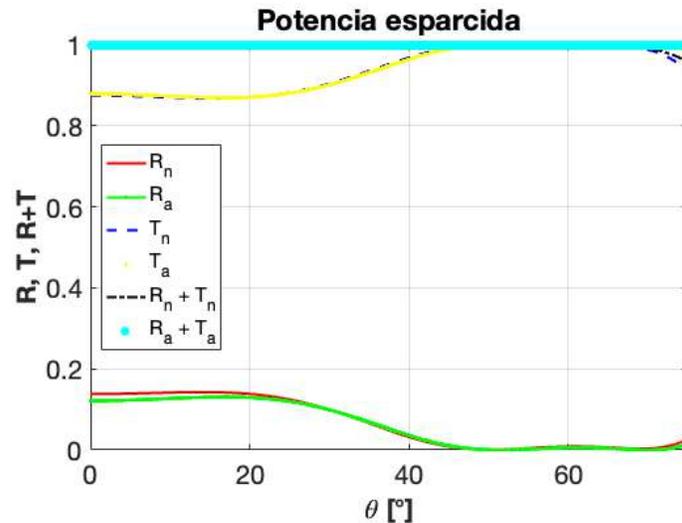


Figura 7: Respuesta óptica de un sistema de dos interfaces entre tres medios. Reflectancias, transmitancias y balances de la energía calculadas numérica (subíndice n) y analíticamente (subíndice a).

CONCLUSIONES

El estudio teórico de la respuesta óptica de los sistemas de una y dos interfaces que separan los medios de aire y LHM fue abordado en este trabajo. El medio metamaterial fue tratado como un medio que no considera la parte imaginaria correspondiente a la absorción. Los resultados numéricos fueron calculados utilizando el IEM y los resultados analíticos usando el TMM. En el sistema estudiado, se puede observar que al comparar ambos resultados se tiene un comportamiento muy cercano entre el TMM y el IEM, lo cual se puede deducir como un resultado que da una alta confiabilidad al código escrito en Fortran implementado para el IEM. Además, se obtiene una reflectancia baja para ambas configuraciones, el cual es uno de los efectos buscados. Aún no se han obtenido resultados para un sistema más complejo que involucre una mezcla con medios metamateriales, dieléctricos y metálicos con geometrías especiales; sin embargo se desarrollaron las bases del modelo. Finalmente, es importante resaltar que mediante una implementación correcta el análisis numérico desarrollado permite conocer las propiedades ópticas de materiales convencionales como los dieléctricos y metales, y exóticos como los metamateriales. Lo cual es extremadamente útil al estudiar la factibilidad para la fabricación de un nuevo modelo de metamateriales y ayuda a encontrar rangos de frecuencias o ángulos de incidencia en donde se tiene una reflexión máxima o transmisión completa para el estudio de nuevas aplicaciones. Adicionalmente, este trabajo permite conocer cualquier simulación, reducción de tiempos de fabricación en las estructuras físicas, rapidez en los resultados, ahorro de costos, y un comportamiento muy cercano a la realidad.

BIBLIOGRAFÍA

1. Veselago, V. (1968). The electrodynamics of substances with simultaneously negative values. *Sov. Phys. Rev. B*, 10(4).
2. D.R. Smith, W. Padilla, D.C. Vier, S.C. Nemat-Nasser, S. Schultz. (2000). Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity, *Phys. Rev. Lett.* 84,411
3. 1111114-4187.
4. R. A. Shelby, D. R. Smith, S. Schultz, Experimental verification of a negative index of refraction, *Science* 296, 77-79.

5. Caloz, C., Itoh, T. (2006). *Electromagnetic Metamateriales*. Wiley-Interscience, Hoboken, NJ, USA.
6. O'Brien, S., Pendry, J. B. (2002). Magnetic activity at infrared frequencies in structured metallic photonic crystals. *Journal of Physics: Condensed Matter*, (14).
7. Ramakrishna, S. A., Grzegorzczuk, T. (2009). *Physics and Applications of Negative Refractive Index Materials*. CRC Press, Boca Ratón, FL, USA.
8. Galván, E. D. (2021). Modelado de las resonancias del plasmón de superficie en una configuración de Kretschmann mediante un método integral. Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas UMSNH.
9. Marques, R., Martin, F., Sorolla, M. (2008). *Metamaterials with Negative Parameters*. Wiley-Interscience, Hoboken, NJ, USA.
10. Centeno Jiménez, T. P. (2014). Estructuras de bandas de cristales fotónicos en 2D con superficies rugosas usando un método integral. Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas UMSNH.

SENSOR DE TEMPERATURA BASADO EN UN INTERFERÓMETRO MACH-ZEHNDER CON ESTRUCTURA SMF-EDF-SMF

Arysil Shunashi Suárez Marín, José Luis Cano Pérez, Christian Perezcampos Mayoral, Marciano Vargas Treviño, Lorenzo Tepech Carrillo, Jaime Gutiérrez Gutiérrez

Facultad de Sistemas Biológicos e Innovación Tecnológica. Universidad Autónoma "Benito Juárez" de Oaxaca. Av. Universidad S/N, 5 señores, Oaxaca de Juárez CP:68120
arysil.suarez@gmail.com

RESUMEN

Las fibras ópticas son ampliamente utilizadas en sistemas de comunicaciones gracias a sus múltiples ventajas, entre ellas: ancho de banda, inmunidad a las interferencias electromagnéticas, velocidad de transmisión y resistencia térmica. En investigaciones recientes se ha demostrado que las fibras ópticas son utilizadas para el diseño de sensores con aplicaciones en: medición de índice de refracción, curvatura, presión, torsión y temperatura. La detección de temperatura es de mucha importancia para aplicaciones prácticas, como puede ser la monitorización en tiempo real del ambiente para el cultivo celular como del cuerpo humano en el sector de la salud, en la industria, etc. Un sensor de fibra óptica cuenta con características específicas como son pequeño peso, anticorrosión y alta precisión. Se han diseñado sensores de temperatura de fibra estándar, fotónica, de erbio, lo cuales han estado fuertemente basados en estructuras de interferometría propuestas como son Fabry-Perot (FPI), Michelson (MI) y Mach-Zehnder (MZI). Para la fabricación de interferómetros tipo Mach - Zehnder, se han implementado diferentes técnicas, por ejemplo, tapers, core – offset, rejillas de periodo largo y fibras fotónicas. En las fibras de silicio dopadas con erbio, la temperatura depende del espectro de emisión y esta variación de emisión se debe a la dependencia de la temperatura con los niveles de energía. En este trabajo se reporta un sensor de temperatura de fibra óptica dopada con erbio (EDF). El sensor se fabricó usando la técnica core–offset con una configuración SMF–EDF–SMF, basado en un interferómetro tipo Mach–Zehnder. Se fabricaron sensores con 0,8 cm y 1.5 cm con EDF (ER16-8/125) de los cuales se obtuvieron sensibilidades de 0.06146 nm/°C en un rango de temperatura de 30°C - 540°C, con una R^2 de 0.9907 para el MZI de 0.8 cm; para los MZI de 1.5 cm, en un rango de temperatura de 25°C - 200°C se obtuvieron las siguientes sensibilidades: 0.06693 nm/°C, con una R^2 de 0.99319; 0.6809 nm/°C, con una R^2 de 0.99778; 0.08242 nm/°C, con una R^2 de 0.99471.

INTRODUCCIÓN

Los sensores de fibra óptica basados en interferómetros han sido ampliamente investigados debido a su versatilidad que ofrecen para medir magnitudes físicas como son: presión [1], índice de refracción [2], curvatura [3], torsión [4], temperatura [5-9], etc. Los sensores de fibras ópticas tienen la ventaja de ser inmunes a señales electromagnéticas, son ligeros, pequeños y altamente resistentes a la corrosión, entre otras. Los sensores de temperatura son ampliamente utilizados en la industria y en el cuidado de la salud y se han diseñado utilizando rejillas de Bragg (FBG) [6], rejillas de Bragg de Periodo Largo (LPFG) [7], fibras monomodo (SMF) [8-10], fibras fotónicas (PCF) [10,11] y fibras dopadas con erbio (EDF) [12,13], estos diseños son basados en interferómetros de tipo Sagnac [1,13], Fabry-Perot [4] y Mach-Zehnder [1-3,8-12], Los interferómetros Mach-Zehnder (MZIs) son fabricados usando técnicas de estrechamiento (tapers) [2] y core-offset [8-11], con diferentes estructuras, SMF-SMF-SMF [8-9], SFM-PCF-SMF [4,10,11], SMF-EDF-SMF [12,13], etc. Los sensores interferométricos basados en EDF han sido estudiados para su aplicación en el sentido de temperatura debido a que la temperatura depende de la fluorescencia del espectro de emisión del Erbio, ya que la temperatura depende de la población de los niveles de energía y del ensanchamiento de la emisión del ancho de líneas [12-13].

En este trabajo se propone un sensor de temperatura de fibra óptica basado en un interferómetro de Mach-Zehnder (MZI) con una estructura SMF-EDF-SMF, fabricado con la técnica Core-offset. Para

su estudio se fabricaron sensores con 0,8 cm y 1.5 cm de longitud con EDF de área grande LMA (ER16-8/125) de Thorlabs.

TEORÍA

Un MZI se comporta como un divisor de modos, la interferencia se obtiene por la interacción entre modos, el modo de orden fundamental que viaja en el núcleo (I_1) y el modo de alto orden que viaja de revestimiento (I_2). La máxima transferencia de emisión de interferencia modal entre dos modos puede expresarse como [8-12]:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 * I_2} \cos(\theta) \quad (1)$$

donde I_1 e I_2 son las intensidades de la señal de interferencia, núcleo y modos de revestimiento respectivamente, θ es la diferencia de fase entre el modo de núcleo y revestimiento, dados por:

$$\theta = \frac{2\pi(\Delta n_{eff})L}{\gamma} \quad (2)$$

Donde γ es la longitud de onda de la fuente de luz, L es la longitud de la cintura de la fibra, y $\Delta n_{eff} = n_{core} - n_{clad}$ son los índices de refracción efectivos del núcleo y modos de revestimiento de la fibra, respectivamente [12]

PARTE EXPERIMENTAL

El sensor MZI se fabricó usando la técnica de core-offset [8-11] y con una estructura SMF-EDF-SMF, como se muestra en la Figura 1. Esta configuración se logra intercalando un tramo LMA EDF (ER16-8/125) de longitud L entre las dos SMF de entrada y salida respectivamente. Se usó una empalmadora FITEL S178 en modo manual y seleccionando la configuración del programa SM1300, tanto como en la primera y la segunda unión se hizo con un desplazamiento en x de 12 μm y con una sola descarga con el arco eléctrico en cada empalme. Donde la longitud L de EDF es la denominada área de detección del sensor de temperatura.

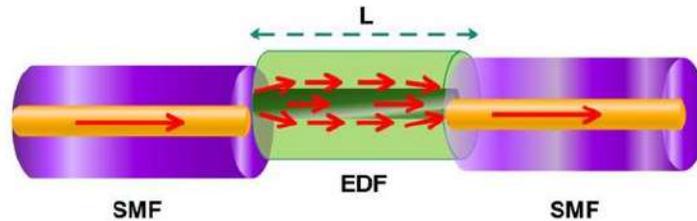


Figura 1. Sensor MZI con estructura SMF-EDF-SMF.

En la Figura 2, se muestra el esquema experimental para caracterización del sensor de temperatura. Como fuente de bombeo se usa un diodo láser Bookham (LC94ZC74-20) a una longitud de onda de emisión de 980nm, que es alimentado por un controlador de corriente LDC205C de Thorlabs es configurado a 100 mA, y una temperatura de 25 °C. La señal de bombeo se introduce por el multiplexor por división de longitud de onda (WDM) el cual permite a la luz viajar hacia la EDF con una longitud de 2 m, generando nuestra fuente Amplificación por Emisión Estimulada (ASE) y es introducida al sensor de temperatura MZI. Para la caracterización de los sensores MZIs con $L = 1.5 \text{ cm}$ y 0.8 cm , son puestos de manera individual sobre una parrilla Thermo Scientific (SP131015) con un rango de temperatura de operación de 0°C a 550 °C. La temperatura es medida con un detector infrarrojo Bosh (GIS 1000), con un rango de medición de -40°C a 1000 °C. La señal de emisión de espectro es adquirida y analizada mediante un analizador de espectro óptico (OSA, Yokogawa AQ6370D), con una resolución de 0.05 nm.

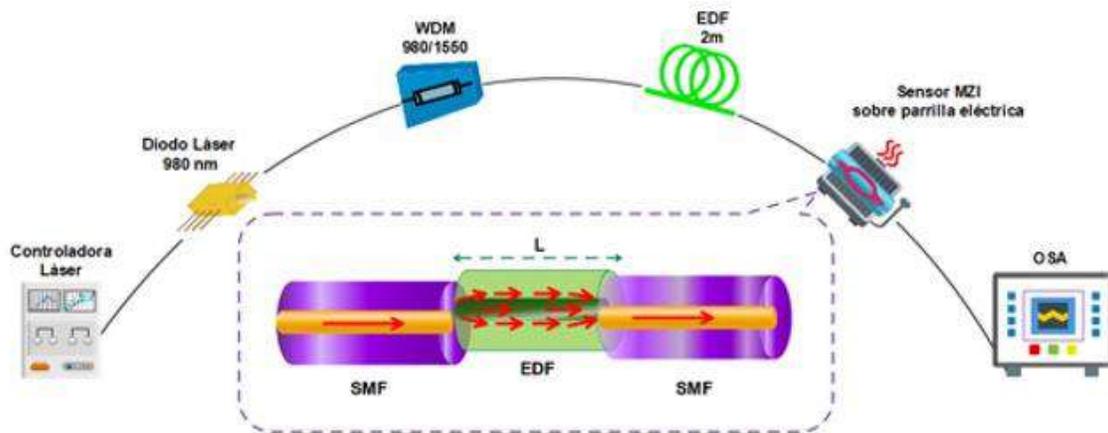


Figura 2. Esquema Experimental del sensor de temperatura tipo MZI.

RESULTADOS

Para la caracterización de los sensores de temperatura, primeramente, se hicieron pruebas con el sensor de longitud $L = 0.8 \text{ cm}$ de detección. Se colocó sobre la parrilla y se fue incrementado la temperatura, con el detector infrarrojo se fue midiendo la temperatura directamente en el sensor MZI y con el analizador de espectro óptico se fue adquiriendo las diferentes emisiones de patrón de interferencia correspondiente a cada incremento de temperatura. La Figura 3, se muestra las variaciones del patrón de interferencia con respecto al cambio de temperatura en un rango de 25°C - 540°C , se observa en "A" un desplazamiento a longitudes de onda más grande debido a un incremento de temperatura. La Figura 4, muestra la sensibilidad de $0.06146 \text{ nm}/^\circ\text{C}$, con un valor de R^2 de 0.9907 que indicando buena la linealidad entre la longitud de onda central de emisión y la temperatura.

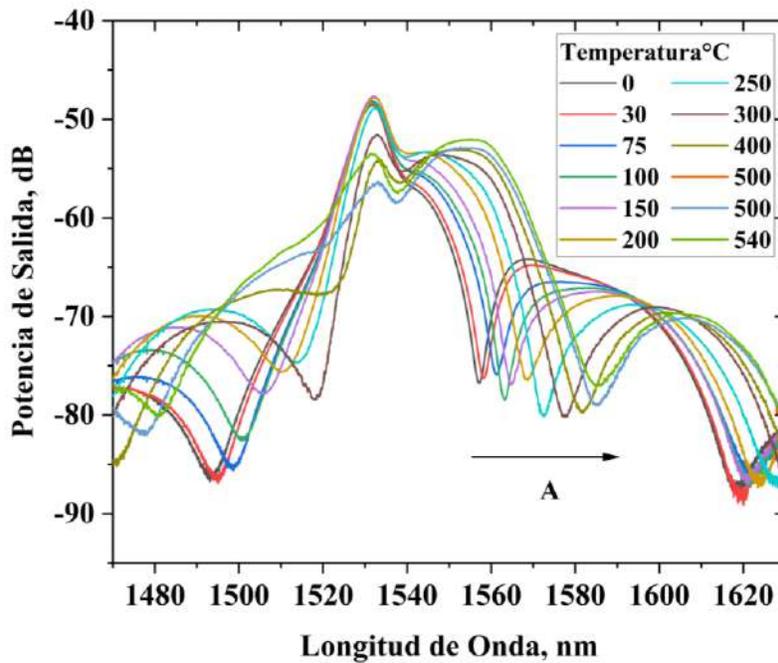


Figura 3. Respuesta espectral contra temperatura para el sensor de $L=0.8\text{cm}$.

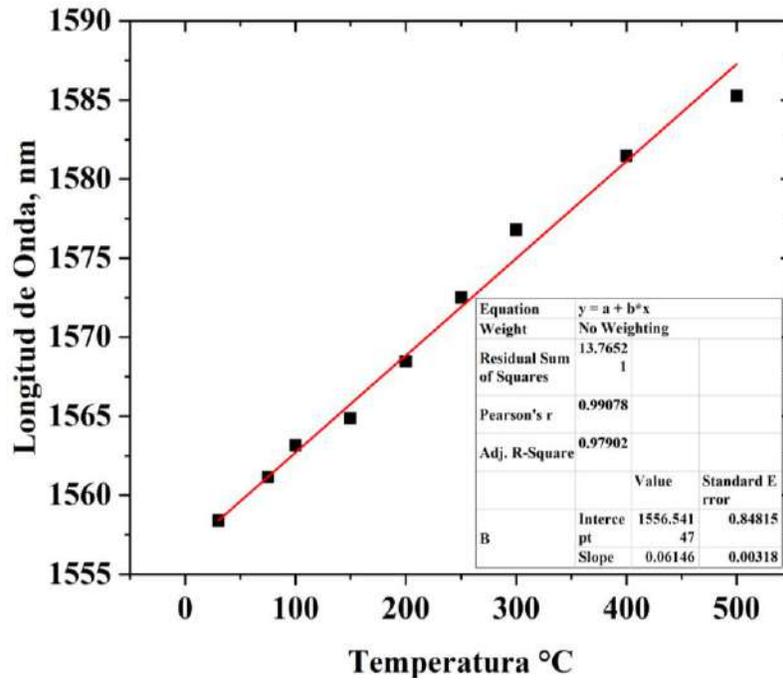


Figura 4. Linealidad para el MZI con L = 0.8cm

En la Figura 5, se muestra las variaciones espectro en un incremento de temperatura de 25°C – 200°C para el sensor MZI con L = 1.5 cm. Para el análisis de la sensibilidad se seleccionaron tres mínimos del espectro de salida, en Dip A, Dip B y Dip C, se obtuvieron las siguientes sensibilidades: 0.6809 nm/°C, con una R² de 0.99778; 0.06693 nm/°C, con una R² de 0.99319; 0.08242 nm/°C, con una R² de 0.99471, ver Figura 6.

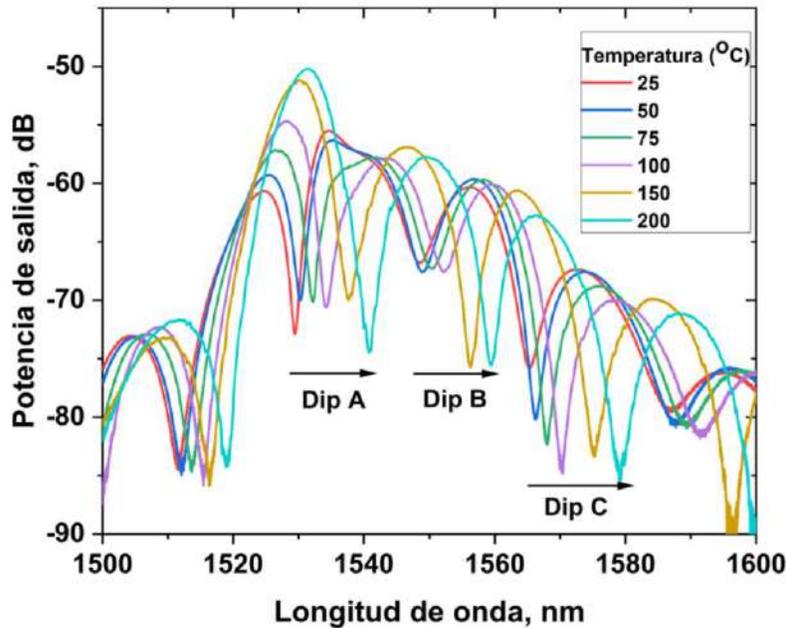


Figura 5. Respuesta espectral contra temperatura para el sensor con L = 1.5cm

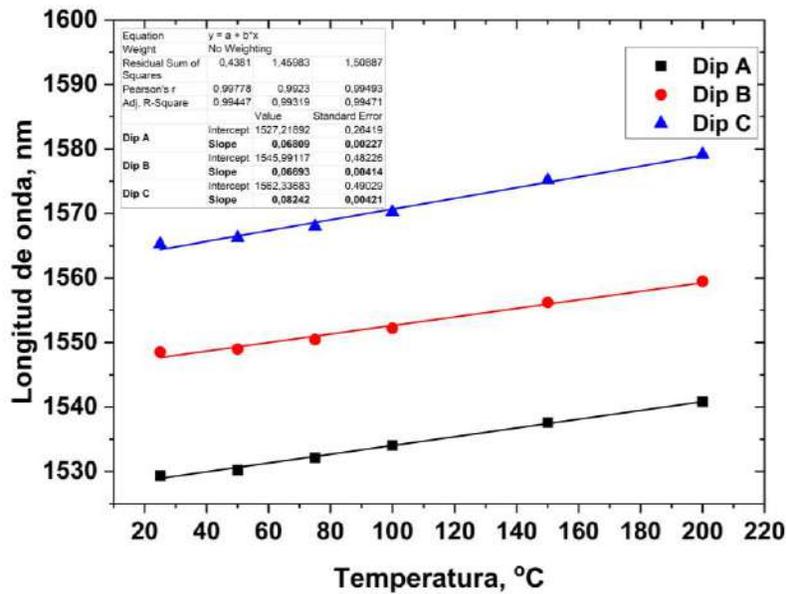


Figura 6. Sensibilidad del MZI con L = 1.5cm

Se hizo una nueva prueba con el sensor de $L = 1.5 \text{ cm}$ de longitud, ahora fue sumergido al 100% en agua a temperatura ambiente ($25^\circ\text{C} - 27^\circ\text{C}$) dentro de un recipiente de vidrio y colocado sobre la parrilla eléctrica. En la Figura 7, Se muestran las respuestas del espectro de emisión donde hay un desplazamiento a longitudes de onda más grande. Por lo tanto, se pudo caracterizar el sensor en un rango de temperatura de $25^\circ\text{C} - 80.5^\circ\text{C}$. La Figura 8, muestra la sensibilidad obtenida de $0.08696 \text{ nm}/^\circ\text{C}$, con un valor de R^2 de 0.9624 . Se obtienen mejor sensibilidad al sumergir al sensor en agua, esto es debido a los cambios de temperatura influyen directamente en toda el área de detección del MZI.

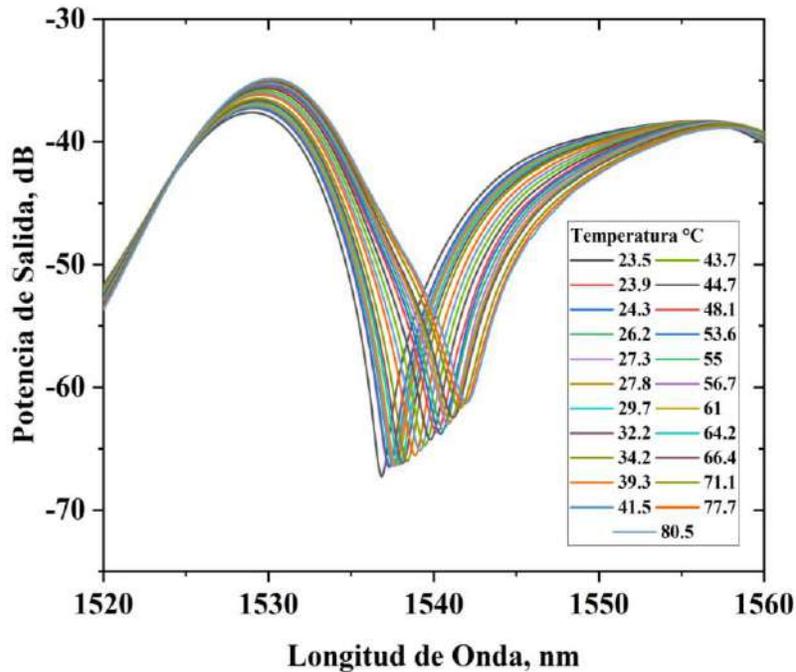


Figura 7. Respuesta espectral para el sensor MZI con L = 1.5 cm sumergido en agua.

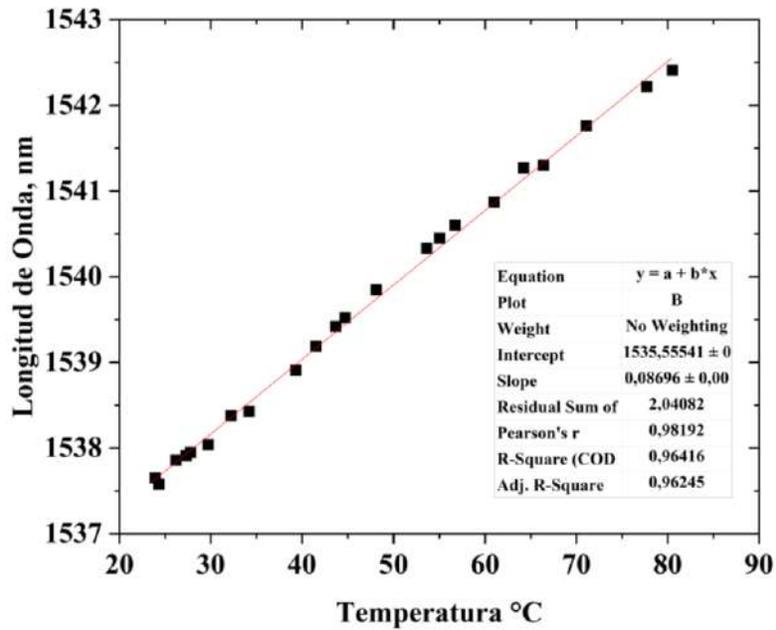


Figura 8. Sesibilidad del sensor MZI con L=1.5 cm sumergido en agua.

En la Tabla 1, se muestra una comparación de algunos resultados con el nuestro. Con el sensor con una $L = 1.5 \text{ cm}$ de longitud de EDF y sumergido en agua obtuvimos una sensibilidad de $0.8696 \text{ nm}/^\circ\text{C}$ en un rango de $25^\circ\text{C} - 80.5^\circ\text{C}$. Comparando la sensibilidad con los resultados en [12,13] es menor pero mayor que en [8,9], y estas sensibilidades se logran usando menor longitud de EDF que en [13], y la ventaja de nuestro sensor es que puede ser fabricado de una manera más fácil y de bajo costo.

Tabla 1. Comparación de sensores de temperatura con SMF y EDF.

Estructura	Rango de temperatura	Sensibilidad	Bibliografía
SMF-SMF-SMF	$30^\circ\text{C} - 270^\circ\text{C}$	$0.0449 \text{ nm}/^\circ\text{C}$	[9]
SMF-SMF-SMF	$39.8^\circ\text{C} - 83^\circ\text{C}$	$73 \text{ pm}/^\circ\text{C}$	[8]
SMF-EDF-SMF	$25^\circ\text{C} - 80.5^\circ\text{C}$	$0.8696 \text{ nm}/^\circ\text{C}$	[Nuestros resultados]
Micro Cavidad EDF	$5^\circ\text{C} - 55^\circ\text{C}$	$0.249 \text{ nm}/^\circ\text{C}$	[12]
Sagnac Laser	$5^\circ\text{C} - 45^\circ\text{C}$	$0.2 \text{ nm}/^\circ\text{C}$	[13]
con 10 m de EDF			

CONCLUSIONES

Se diseñaron dos MZIs con una estructura SMF-EDF-SMF para el sensado de temperatura, usando una EDF de área grande con longitudes de detección: $L = 0.8 \text{ cm}$ y $L = 1.5 \text{ cm}$. Se demostró con el sensor de $L = 0.8 \text{ cm}$ de longitud una sensibilidad de $0.06146 \text{ nm}/^\circ\text{C}$, con un valor de R^2 de 0.9907. Para el sensor de $L = 1.5 \text{ cm}$ se obtuvo una sensibilidad de $0.08242 \text{ nm}/^\circ\text{C}$, con un valor de R^2 de 0.99471. Pero se obtiene una mejor sensibilidad para el sensor de $L = 1.5 \text{ cm}$ cuando es sumergido completamente en el agua, obteniendo una sensibilidad de $0.8696 \text{ nm}/^\circ\text{C}$ en con una R^2 de 0.9907. en un rango de $25^\circ\text{C} - 80.5^\circ\text{C}$. Estos pueden ser aplicados como biosensores en áreas de la salud como la medicina y cirugía ya que éste cuenta con una gran sensibilidad en temperatura menores de 80.5°C .

BIBLIOGRAFÍA

1. JinHu, Chao Jiang, Longfeng Deng, Chuanju Hu, Li Li, Jiawei Gao, Simei Sun, Hong Li, "Ultra-high sensitivity gas pressure sensor based on cascaded Mach-Zehnder interferometer and Sagnac interferometer", *Optik*, Vol. 276, 2023. pp.1-6. doi:10.1016/j.ijleo.2023.170655.
2. Xiaopeng Han, Chunyu Liu, Shengxu Jiang, Shuo Leng and Jiuru Yang, "Up-down Taper Based In-Fiber Mach-Zehnder Interferometer for Liquid Refractive Index Sensing", *Sensors*, Vol. 192, 2019, pp. 1-12; doi:10.3390/s19245440.
3. D. Pallarés-Aldeiturriaga, I. Rodríguez-Cobo, A. Quintela, and J.M. Lopez-Higuera, "Curvature sensor based on in-fiber Mach-Zehnder interferometer inscribed with femtosecond laser". *J. Light. Technol.*, Vol. 35, 21, 2017, pp. 4624 - 4628. doi:10.1109/JLT.2017.2756103.
4. Vedran Budinsky and Denis Donlagic, "A miniature Fabry Perot sensor for twist/rotation, strain and temperature measurements based on a four-core fiber", *Sensors*, Vol. 9, 7, 2019, pp. 1-12. doi:10.3390/s19071574.
5. Shun Wang, Yaowen Yang, Panting Niu, Shun Wu, Shuhui Liu, Rui-Bo Jin, Peixiang Lu, Xiongwei Hu, Nengli Dai, "Fiber tip Michelson Interferometer for temperature sensing based on polymer-filled suspended core fiber", *Opt. Laser Technol.* Vol. 14, 2021, pp. 1-4. doi:10.1016/j.optlastec.2021.107147.
6. C. H. Yeh, C. W. Chow, J. Y. Chen, H. Z. Chen, J. H. Chen and W. F. Liu, "Utilizing simple FBG-based erbium-doped fiber architecture for remote temperature sensing", *Laser Phys.* Vol. 25, 2015, pp.1-4. doi:10.1088/1054-660X/25/10/105102.
7. Jiayi Qu, Hongxia Zhang, Xinyu Shi, Chuanxi Li, Dagong Jia, Tiegeng Liu and Rongxin Su. High "Sensitivity Temperature Sensing of Long-Period Fiber Grating for the Ocean", *Sensors*, Vol. 23, 2023, Pp. 1-16. doi:/10.3390/s23104768.
8. Jingli Fan, Jiangshan Zhang, Ping Lu, Ming Tian, Jun Xu, Deming Liu, "A single-mode fiber sensor based on core-offset inter-modal interferometer", *Opt. Commun.* Vol. 320, 2014, pp. 33-37. doi:10.1016/j.optcom.2013.12.055.
9. Xia Hao, Zhengrong Tong, Weihua Zhang, YeCao, "A fiber laser temperature sensor based on SMF core-offset structure", *Opt. Commun.* Vol. 335, 2015, pp. 78-81. doi:10.1016/j.optcom.2014.08.065.
10. Chuanbiao Zhanga, Tigang Ninga, Jingjing Zhenga, Xuekai Gaoa, Heng Lina, Jing Lia, Li Peia and Xiaodong Wen, "Miniature optical fiber temperature sensor based on FMF-SCF structure", *Opt. Fiber Technol.* Vol. 41, 2018, pp. 217-221. doi:10.1016/j.yofte.2018.02.005.
11. Shishi Xu, Hongliang Chen and Wenlin Feng, "Fiber-optic curvature and temperature sensor based on the lateral-offset spliced SMF-FCF-SMF interference structure", *Opt. Laser Technol.* Vol. 141, 2021, pp. 1-7. doi:10.1016/j.optlastec.2021.107174.
12. Weihao Lin, Fang Zhao, Li-Yang Shao, Mang I Vai, Perry Ping Shum and Siming Sun. "Temperature sensor based on Er-doped Cascaded-Peanut Taper Structure in-line interferometer in fiber ring laser", *IEEE Sensor J.* Vol. 21, 19, 2021. pp. 21594-21599. doi:10.1109/JSEN.2021.3105408.
13. João Paulo Lebarck Pizzaia, Rodolpho Ladislau Silva, Arnaldo Gomes Leal-Junior, and Carlos Eduardo Schmidt Castellani, "Temperature sensor based on an erbium-doped fiber Sagnac interferometer", *Appl. Opt.* Vol. 61, 9, 2022, pp. 2352-2356. doi:10.1364/ao.448377.

SENSOR DE PH BASADO EN FIBRA ÓPTICA USANDO LA COMPOSICIÓN DE PMMA/GRAFENO COMO ELEMENTO SENSIBLE

Alondra Jaqueline Sánchez-Martínez, Daniel López-Cortés*, Víctor Iván Ruíz-Pérez, Luis Escalante-Zarate, Ariel Flores-Rosas

Facultad de Ciencias en Física y Matemáticas, Universidad Autónoma de Chiapas, Carretera Emiliano Zapata km. 8, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas 29050, México .

*daniel.lopezc@unach.mx

RESUMEN

Para diversas aplicaciones que van desde lo industrial hasta lo biológico la medición del potencial de hidrógeno pH en líquidos es de vital importancia en múltiples procesos, en este contexto la determinación de este parámetro es usado como indicador de la calidad del agua, ya que nos permite clasificarla para consumo humano o para propósitos industriales. Las tecnologías existentes en nuestros días nos ofrecen una gran variedad de dispositivos para la medición de pH, pero muchos de ellos comparten la susceptibilidad a medios corrosivos además que su gran tamaño los hace inaccesibles a regiones donde se requiere determinar la calidad del agua o de alguna sustancia, aunado a que no ofrecen el monitoreo remoto. Como alternativa a estos inconvenientes surgen los sensores de fibra óptica, los cuales, por su reducido tamaño, su alta eficiencia, robustez y capacidad de sensado remoto los hacen idóneos para este tipo de aplicaciones. Entre las configuraciones más usadas se encuentran las basadas en interferometría, las cuales emplean fibras especiales como elemento sensor, lo cual eleva su costo y requieren de procesos complejos en su fabricación. Por otra parte, el surgimiento de materiales bidimensionales como el grafeno abrió la puerta a una nueva línea de investigación, ya que estos presentan características intrínsecas tales como la biocompatibilidad, que los hacen atractivos para diversas aplicaciones.

En el presente trabajo se propone un sensor modulado en intensidad simple basado en fibra óptica estándar con grafeno funcionalizado con polimetilmetacrilato (PMMA) para la determinación de pH, que puede ser aplicado como coadyuvante en la preservación de los recursos hídricos.

El sensor propuesto consta de dos fibras monomodo empalmadas con un desalineamiento, con lo cual la primera fibra actúa como entrada y la segunda con una longitud determinada contiene la parte sensora en la cara donde la luz es reflejada, formándose un interferómetro tipo Michelson. Las pruebas realizadas revelan que esta configuración por sí sola tiene baja sensibilidad a pH, por lo que se decidió incorporar una estructura de PMMA/Grafeno mediante la técnica de transferencia húmeda a la cara reflectante del dispositivo, presentando una respuesta lineal en un rango de 7 a 12 valores de pH con una sensibilidad de $-9.367 \cdot 10^{-6}/\text{pH}$ y de $-2.873 \cdot 10^{-6}/\text{pH}$ en el rango de 3 a 6 valores de pH. También se realizaron pruebas con polímero sin grafeno, en las que se obtuvieron resultados inestables debido a la mala adherencia del PMMA a la fibra.

Los resultados obtenidos muestran que el grafeno ayuda a la adherencia del polímero a la estructura y que la combinación de los dos incrementa la respuesta del sensor a pH, haciéndolo candidato para diversas aplicaciones, sobre todo en las biológicas.

INTRODUCCIÓN

La medición de pH es de suma importancia en diversos campos tales como la industria, el procesamiento de alimentos, la determinación de la calidad del agua, etc. La determinación de este parámetro se hace usualmente mediante dos métodos, el colorimétrico y el potenciométrico, el primero con ayuda de tiras de papel que cambian de color según el pH y el segundo mediante dispositivos electrónicos a base de electrodos. La viabilidad de este tipo de tecnologías se ve disminuida en ambientes corrosivos o de difícil acceso, además de que la mayoría carecen de monitoreo remoto, lo cual es imprescindible en una gran cantidad de aplicaciones. En las últimas décadas los sensores de fibra óptica han atraído mucho la atención debido a sus ventajas, como su

peso ligero, tamaño en miniatura, inmunidad a la interferencia electromagnética y operación remota. Entre los sensores de fibra óptica destacan los interferométricos, los cuales han sido empleados para aplicaciones de sensado de diversos parámetros como presión, temperatura, índice de refracción, humedad y pH [1,2]. Una de las estructuras de fibra óptica más atractivas es el interferómetro Michelson (IM), debido a su simplicidad y a sus excelentes características para detectar cambios en longitud de onda o modulación de intensidad. Por otro lado, el uso de elementos externos en los sensores de fibra óptica tales como los polímeros, es una práctica cada vez más usada para obtener dispositivos ópticos con características mejoradas, en este contexto el PMMA fue descubierto a inicios de la década de 1930, es ampliamente empleado para aplicaciones biomédicas, en dispositivos ópticos, nanotecnología, etc. esto debido a su uso como sustituto del vidrio inorgánico, entre sus propiedades destacan su estabilidad térmica, biocompatibilidad, resistencia a la intemperie, por mencionar algunas, vale la pena mencionar que este polímero es ampliamente usado para hacer transferencia de grafeno crecido por CVD (Chemical Vapor Deposition) a sustratos duros. Estas propiedades se pueden modificar con la intención de producir nuevos compuestos con nuevas cualidades, es decir, se puede funcionalizar dependiendo de la aplicación. En nuestros días uno de los grandes retos es el desarrollo de nuevos materiales con características sobresalientes a los ya existentes y que además sean compatibles con las nuevas tecnologías. En este sentido, el surgimiento de los llamados materiales bidimensionales ha abierto nuevas líneas de investigación, las cuales abarcan una gran ventana de aplicaciones que van desde biológicas, hasta industriales. Uno de los materiales precursores y que más ha llamado la atención es el grafeno, por tener características únicas que ningún otro material poseía antes de su descubrimiento, entre ellas una alta conductividad térmica y eléctrica, alta elasticidad, dureza, resistencia, etc. Hoy en día este material ha incursionado en distintos sectores con aplicaciones que van desde sensado de diversos parámetros, láseres, tratamiento de agua, conservación de alimentos y almacenamiento de energía por mencionar algunas. Particularmente en el área de sensado se han logrado diseñar con bastante éxito sensores enfocados en aplicaciones biológicas, también se han obtenido resultados satisfactorios en el diseño de sensores de tensión, presión y gases. Pero aún existen bastantes aplicaciones en las que este material puede incursionar o incluso mejorar las ya antes mencionadas. En el presente trabajo se propone un sensor de fibra óptica basado en la estructura del interferómetro de Michelson, sensible a cambios de pH haciendo uso de una composición PMMA/Grafeno.

MARCO TEÓRICO

La interferometría es una técnica de medición basada en el fenómeno de interferencia que tienen dos o más ondas de luz y que producen una irradiancia resultante [3]. Cuando dos haces diferentes llegan al mismo sitio en donde se superponen, simplemente se suman o se restan algebraicamente en cada punto de la zona de superposición. Dando lugar a la interferencia constructiva (suma) e interferencia destructiva (resta).

El interferómetro de Michelson basado en fibra óptica tiene un sinnúmero de variantes, pero en forma general consta de una estructura simple y de bajo costo en su fabricación, el principio de funcionamiento de este sensor es el divisor de haz. Una configuración simple es la basada en el desfase de posición o desalineamiento entre los núcleos de dos fibras monomodo (SMF por sus siglas en inglés). En la figura 1, podemos observar el diagrama esquemático de este interferómetro, en donde la potencia entra en la fibra SMF(1) y viaja a través del núcleo de la misma hasta llegar al desalineamiento (flechas azules), en donde la potencia se divide en dos, una parte se acopla al núcleo de la SMF(2) y otra parte a los modos de orden superior del revestimiento (flechas amarillas), después de transmitirse una longitud L ambas partes se reflejan en la cara final o superficie reflectante y luego se vuelven a acoplar en el núcleo de la SMF(1).

Dado que se propagan 2 diferentes caminos ópticos, al interactuar entre sí, forman un desfase y de esta manera un patrón de interferencia.

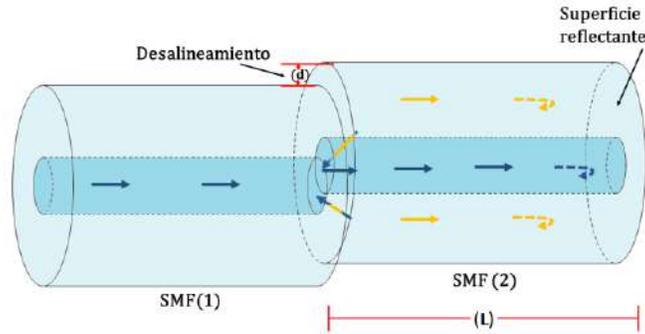


Figura 1. - Diagrama esquemático de Interferómetro de Michelson.

Una medida fundamental de la calidad de interferencia es el contraste [4]. El cual se describe como la relación entre el máximo y el mínimo de la potencia de transmisión o como la diferencia entre el máximo y el mínimo de la franja en el patrón de interferencia, entre mejor sea el contraste de franjas, será más precisa la medición de señales de interferencia [5]

El contraste de franja se puede definir como

$$C = 1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \quad (1)$$

Donde R es la reflectancia y puede ser expresada como

$$R = \frac{(n_{\text{núcleo}} - n)^2}{(n_{\text{núcleo}} + n)^2} \quad (2)$$

Donde $n_{\text{núcleo}}$ y n son el índice de refracción del núcleo de fibra y el medio circundante, respectivamente. Otro parámetro de igual importancia es el Rango Espectral Libre (FSR por sus siglas en inglés) el cual es la diferencia de longitud de onda entre dos picos de resonancia adyacentes que determina el rango de medición del interferómetro [6].

Lo que se pretende es obtener un patrón de interferencia en donde se pueda detectar un pico o valle el cual podamos rastrear al momento de aplicar cambios en su medio exterior.

La intensidad del patrón de interferencia está dada por

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi \quad (3)$$

Donde I_1 e I_2 son las intensidades del núcleo y del revestimiento respectivamente, φ es el desfase entre los modos del núcleo y del revestimiento, el cual está dado de la siguiente manera

$$\varphi = k \Delta n L \quad (4)$$

con k el número de onda, Δn la diferencia de índices de refracción entre el núcleo y el revestimiento y L la longitud de la fibra sensora.

Recordemos que podemos expresar el número de onda con $k = 2\pi/\lambda$, reescribimos la ecuación (4) como

$$\varphi = \frac{2\pi \Delta n L}{\lambda} \quad (5)$$

Dado que al propagarse un haz de luz se propagan m modos en el revestimiento, definimos a la diferencia de índice efectivo del modo fundamental con el m -ésimo modo del revestimiento tal que

$$\Delta^m = n_{\text{efec}} = n_1^m - n_2^m \quad (6)$$

Para cada λ es un índice de refracción efectivo, por lo cual expresamos

$$\Delta\lambda = \lambda_0 - \lambda \tag{7}$$

Donde λ_0 es la longitud de onda central. Teniendo esto en cuenta, expresamos la fase en términos de la longitud de onda central y la desviación de la misma, $\Delta\lambda$.

Haciendo una expansión de Taylor del número de onda k en la longitud de onda central y tomando solo el término de primer orden, obtenemos

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{\Delta n_{efec} L} \tag{8}$$

Esta ecuación es la forma matemática del FSR (Rango espectral libre) en la cual se puede observar que es inversamente proporcional a la longitud.

PARTE EXPERIMENTAL

El dispositivo propuesto consta de un par de fibras monomodo *SMF 28E* empalmadas manualmente fuera de eje con una empalmadora de fusión comercial *Fujikura 70S+*. La estructura fabricada es la conocida como *core-offset*. La fibra monomodo utilizada tiene diámetros de núcleo y revestimiento de 8 y 125 μm , respectivamente. El proceso de fabricación comienza cortando las fibras monomodo usando una cortadora de alta precisión, después éstas son colocadas en la empalmadora y se alinean de manera manual (Figura 2a), para comenzar el desalineamiento, se establece uno de los dos segmentos como referencia, para nuestro propósito se eligió el segmento SMF(2) (derecha), ahora se comienza a desplazar el otro segmento SMF(1) una distancia d en dirección perpendicular al eje de la fibra (Figura 2.b), posteriormente se lleva a cabo el empalme por fusión de arco (Figura 2c), finalmente, una de los segmentos se corta una distancia L , para que quede conformada la estructura.

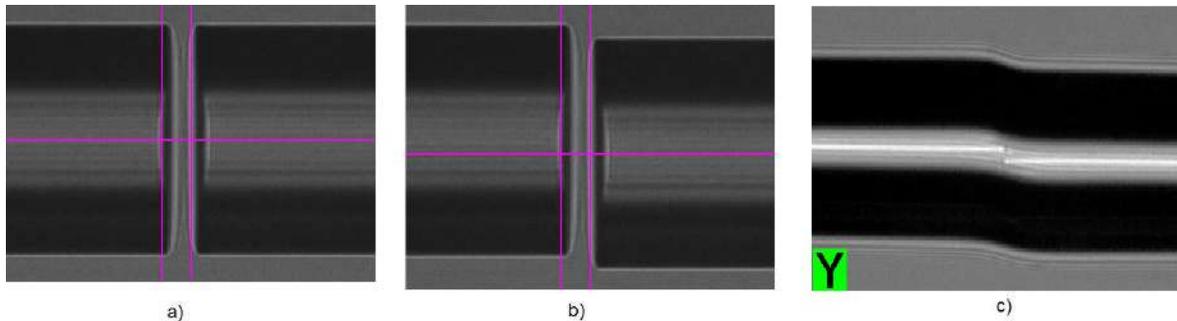


Figura 2.-Proceso de fabricación de interferómetro de Michelson

Siguiendo este proceso, se fabricó una amplia gama de sensores en los cuales se varió el desalineamiento d en 2,3,6,9 y 12 μm y la longitud L para 5,7,10 y 15 mm para poder determinar experimentalmente las características adecuadas del sensor. Los resultados arrojaron que el interferómetro que presenta un mejor contraste, un FSR amplio y una mayor intensidad se obtiene con los parámetros de 2 μm de desalineamiento y una longitud L de 7 mm.

Una vez que se obtuvieron estos parámetros, se procedió a realizar la caracterización del dispositivo ante cambios de pH. El montaje experimental se muestra en la figura 3, como fuente se usa un Diodo superluminiscente centrado en 1550 nm conectado a la terminal 1 de un circulador óptico de 3 puertos, en el puerto 2, se coloca nuestro interferómetro de Michelson, finalmente en el puerto 3, se conecta el Analizador de Espectros Ópticos (OSA, por sus siglas en inglés). Para una mayor estabilidad y mejor control a la hora de sumergir la punta de la fibra en las diferentes muestras, se colocó el dispositivo sobre una base micrométrica para poder sumergirla poco a poco en diversos líquidos con diferentes valores de pH.

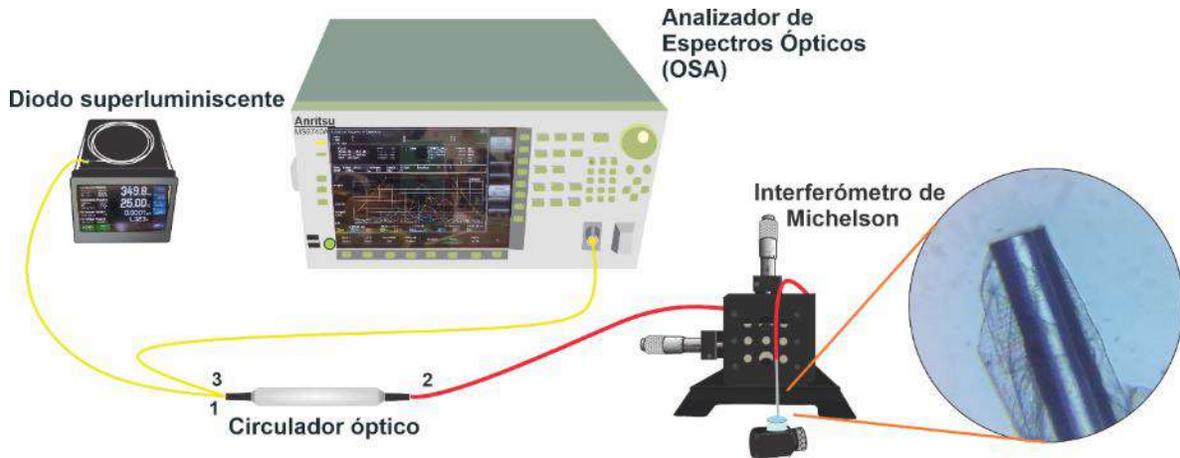


Figura 3.-Montaje experimental.

RESULTADOS

Con el montaje experimental antes mencionado se realizaron las primeras pruebas del sensor sin ningún tipo de recubrimiento ante distintas soluciones con diferentes valores de pH. La Figura 4 muestra los resultados obtenidos.

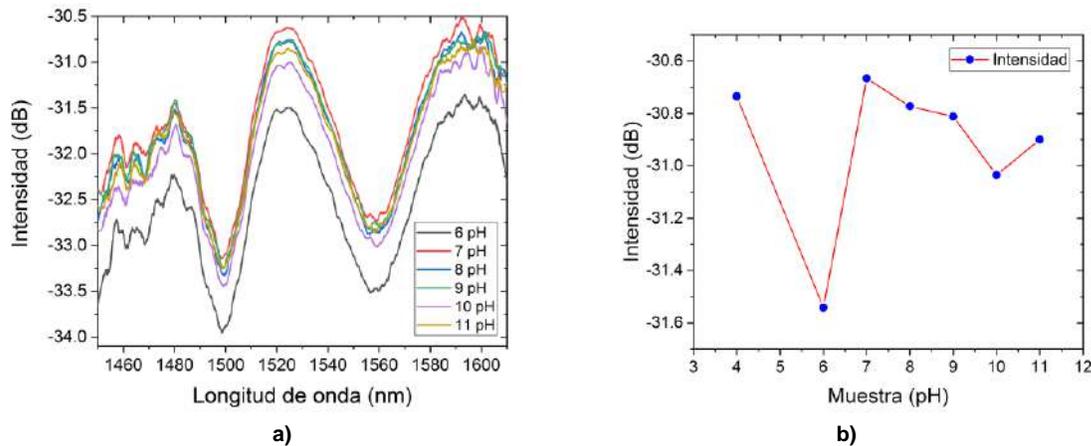


Figura 4.- a) Pruebas de pH del sensor sin recubrimiento alguno. b) Comportamiento de intensidad ante cambios de pH

Se puede observar que los puntos obtenidos son muy dispersos con una baja sensibilidad, además se puede notar que el punto para pH igual a 6 se encuentra muy distante de los demás, lo cual se observó en todas las repeticiones llevadas a cabo en esta etapa.

Como paso siguiente se planteó el aumentar la sensibilidad del dispositivo, por lo que se optó por cubrir la cara reflectora con una capa de grafeno funcionalizado con polimetilmetacrilato (PMMA) en la punta del sensor, aprovechando que este se usa como polímero de sacrificio en la transferencia de grafeno a sustratos duros.

Para llevar a cabo esta deposición se empleó grafeno comercial (graphene supermarket) obtenido mediante técnicas de deposición química de vapor (CVD, de sus siglas en inglés, Chemical Vapor Deposition). El cual durante el proceso de crecimiento se obtiene en superficies metálicas, en este caso, sobre cobre (Cu). El método empleado para depositarlo en la fibra es el llamado "método de

transferencia húmeda”, ya que se utilizan diversos químicos durante el proceso, el cual consiste en el depósito de una película de 300 nm de grosor PMMA, creada con la ayuda de un spin-coater, sobre la superficie de cobre que contiene el grafeno. Con esto se obtiene un apilamiento PMMA/Grafeno/Cu que, al colocarse en una solución de persulfato de amonio, se consigue la corrosión del cobre dejando únicamente la composición de PMMA/Grafeno, como paso siguiente la muestra es cambiada a un recipiente con agua desionizada donde se sigue un procedimiento de limpieza de los residuos de cobre que pudiera contener. Finalmente, el grafeno cubierto con PMMA se transfiere mediante un proceso de pesca hacia la punta de la fibra, como se muestra en la Figura 3.

La caracterización del dispositivo se llevó a cabo en tres partes, la primera consistió en hacer todo el proceso de transferencia descrito anteriormente, pero se removió el PMMA de la punta de la fibra, sumergiéndola en acetona quedando de esta forma expuesto el grafeno, después de esto se hicieron pruebas para distintos valores de pH. En la Figura 5 se muestran los resultados obtenidos, donde se puede observar una baja sensibilidad del dispositivo, lo cual era de esperarse ya que el grafeno debe ser funcionalizado para potenciar su respuesta a cambios de pH.

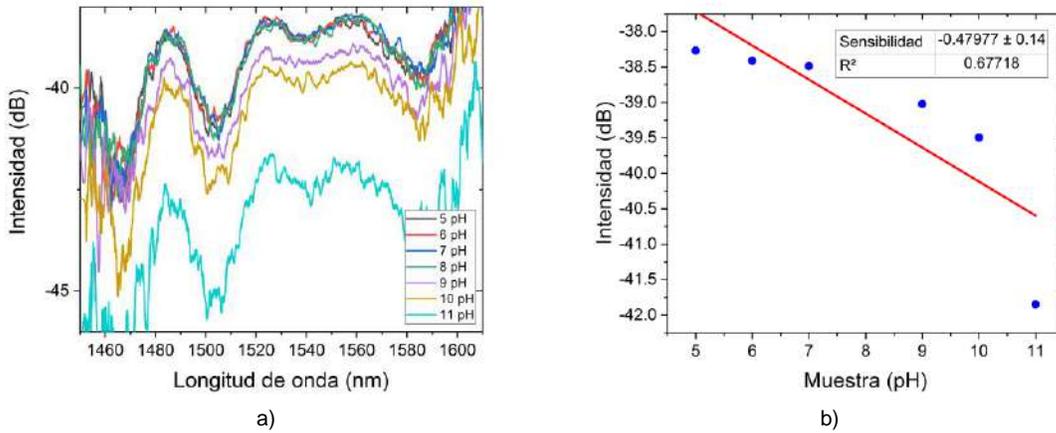
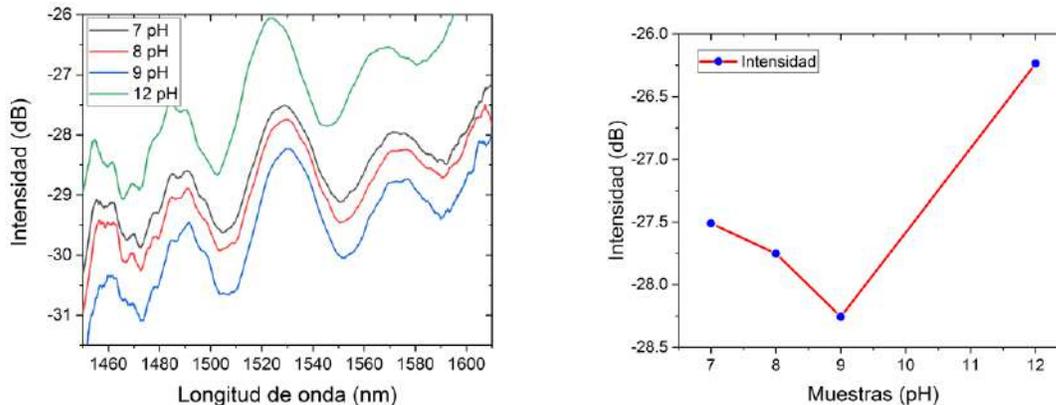


Figura 5.- Respuesta espectral del sensor con grafeno en la punta reflectora (izquierda); Ajuste lineal (derecha)

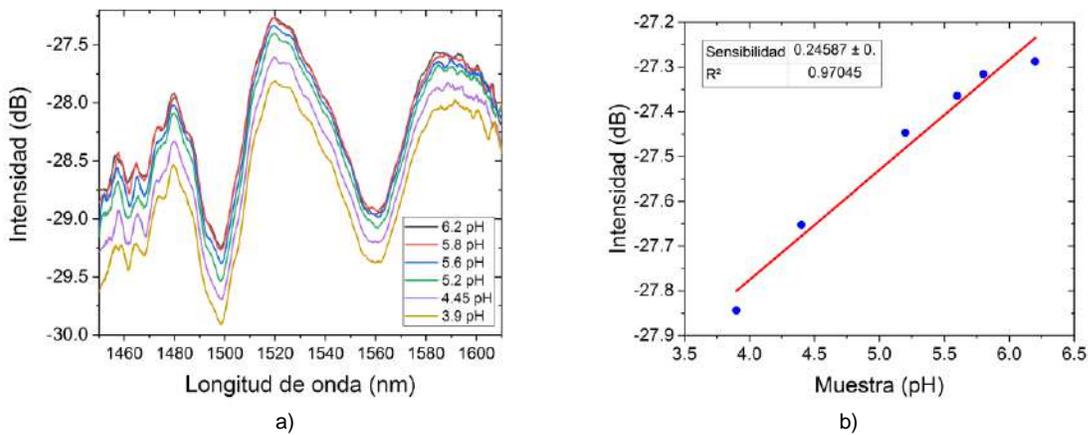
La segunda parte de la caracterización fue hecha transfiriendo sólo PMMA a la punta de la fibra, el proceso es similar al ya descrito, con la diferencia que para esta parte se utilizó cobre sin grafeno, que al ser corroído, permitió hacer la transferencia únicamente del polímero a la punta de la fibra. En la Figura 6 se presentan los resultados obtenidos,



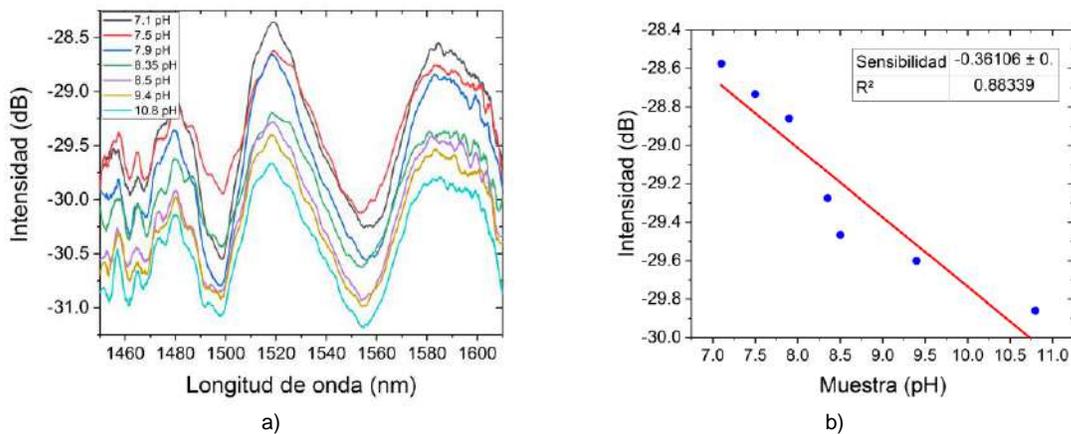
a) b)
 Figura 6.- a) Respuesta del sensor únicamente con PMMA en la punta sensora; b) Puntos obtenidos durante la prueba.

En esta parte se observa un incremento en la sensibilidad, pero durante las pruebas la estabilidad del sensor era baja, esto debido a que el polímero por sí sólo no tiene buena adherencia a la fibra óptica, lo cual imposibilita tener mediciones repetibles.

Finalmente siguiendo nuevamente el procedimiento de transferencia húmeda se fabricó un dispositivo con la composición PMMA/Grafeno en la punta reflectora del sensor. Esta combinación además de presentar una mayor respuesta a cambios de pH, también soluciona el problema de adherencia, ya que la muestra presentó estabilidad y buena adherencia a la fibra óptica. En la figura 7 se muestran los resultados de la caracterización del sensor en sustancias ácidas (4,5 6 pH) y en la Figura 8 se presentan los resultados ante variaciones de pH's alcalinos (7,8,9,10,11 y 12 pH)



a) b)
 Figura 7.- a) Resultados ante pH's ácidos con recubrimiento PMMA/Grafeno; b) Ajuste lineal, con una sensibilidad de 0.245 dB/pH.



a) b)
 Figura 8.- a) Resultados espectrales ante valores de pH alcalinos, con recubrimiento PMMA/Grafeno en la punta. b) Ajuste lineal con una sensibilidad de -0.361 dB/pH.

En las Figuras 7b) y 8b) se observa un incremento en la sensibilidad del dispositivo, además de un comportamiento lineal tanto para los valores ácido como alcalinos, con respecto a las dos pruebas

anteriores. Se optó por separar las pruebas en dos rangos ya que el valor de la pendiente cambia cuando pasa de ácidos a alcalinos, lo cual abre la posibilidad de estudio de esta combinación PMMA/Grafeno para trabajo futuro. Sin embargo el sensor propuesto aún puede encontrar uso significativo para aplicaciones en donde estos rangos de pH son requeridos, ya que como puede notarse a pesar del cambio en la pendiente, cada uno de los rangos está bien definido y no existe ambigüedad alguna.

CONCLUSIONES

En conclusión, se diseñó, construyó y caracterizó un sensor de fibra óptica para medición de pH compacto, basado en un interferómetro de Michelson con una composición de PMMA/grafeno como elemento sensible. Los parámetros de longitud y desalineamiento se determinaron experimentalmente, con valores de 7mm y 2 μm , respectivamente. El sensor sin recubrimiento alguno presenta una baja sensibilidad a cambios de pH, se mostró que si se le añade una película de PMMA la sensibilidad aumenta, pero la adherencia a la fibra es débil, ocasionando inestabilidad en las medidas. Sin embargo, cuando se le deposita una composición de PMMA/Grafeno la adherencia es más fuerte y se obtiene un incremento en la sensibilidad a pH de 0.245 dB/pH y -0.361 dB/pH para valores ácidos y alcalinos, respectivamente, además de una respuesta lineal. El sensor anteriormente descrito es de bajo costo, estructura simple y con un desempeño estable, lo que lo hace candidato a incursionar en diversas aplicaciones donde su rango de medición sea requerido.

BIBLIOGRAFÍA

1. W. Spillman, E. Udd, Fiber optic sensors: an introduction for engineers and scientists, New Jersey: John Wiley & Sons, 2011
2. Tian, Z., Yam, S. S., & Loock, H. P. (2008). Single-mode fiber refractive index sensor based on core-offset attenuators. *IEEE Photonics Technology Letters*, 20(16), 1387-1389.
3. Eugene Hecht. *Optics* addison-wesley iberoamericana, 2000
4. Gonzalez-Reyna, M. A., Alvarado-Mendez, E., Estudillo-Ayala, J. M., Vargas-Rodriguez, E., Sosa-Morales, M. E., Sierra-Hernandez, J. M., ... & Rojas-Laguna, R. (2015). Laser temperature sensor based on a fiber Bragg grating. *IEEE Photonics Technology Letters*, 27(11), 1141-1144.
5. Hui, R., & O'Sullivan, M. (2022). *Fiber-Optic Measurement Techniques*. Academic Press.
6. Zhou, J., Wang, Y., Liao, C., Sun, B., He, J., Yin, G., ... & Zhao, J. (2015). Intensity modulated refractive index sensor based on optical fiber Michelson interferometer. *Sensors and Actuators B: Chemical*, 208, 315-319.

DISMINUCIÓN DE LA TEMPERATURA DE TRANSICIÓN MAGNÉTICA DE LA MANGANITA DE LANTANO-ESTRONCIO MEDIANTE DOPAJE CON COBALTO

I. González-García¹, F. Sánchez-De Jesús¹, C.A. Cortés-Escobedo², F. Pedro-García³, O. Rosales-González¹, A.M. Bolarín-Miró¹

¹Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, ²Instituto Politécnico Nacional, ³Centro de Investigaciones en Óptica
anabolarin@msn.com

RESUMEN

Las manganitas de lantano-estroncio con fórmula $\text{La}_{1-x}\text{Sr}_x\text{MnO}_3$, son cerámicos avanzados con un amplio rango de aplicaciones tecnológicas asociadas a sus propiedades, específicamente magnéticas y eléctricas, las cuales están moduladas por las interacciones magnéticas de doble y súper intercambio, las cuales son muy sensibles a modificaciones de la estructura cristalina. En particular la manganita $\text{La}_{0.7}\text{Sr}_{0.3}\text{MnO}_3$, presenta una temperatura de transición ferromagnética a paramagnética (temperatura de Curie, T_c) por encima de los 100 °C, limitando sus aplicaciones a temperatura ambiente. En este trabajo se analiza la disminución de la T_c de la manganita de lantano-estroncio mediante dopaje con diferentes proporciones de cobalto, para que se generen modificaciones en el orden magnético de la manganita. Mezclas estequiométricas de polvos La_2O_3 , Mn_2O_3 , SrO y Co_3O_4 , se sometieron a molienda de alta energía durante 5 h, modificando la concentración de Co^{3+} en 0 y 0.1 molar en sitios B; posteriormente las muestras fueron tratadas térmicamente hasta 1200 °C durante 2 h. Los resultados de DRX confirman la completa incorporación del Co^{3+} en la estructura cristalina de la manganita, para todos los niveles de dopaje, provocando una distorsión en la celda unitaria, misma que se cuantifica mediante refinamiento Rietveld. Todas las muestras presentaron, en el análisis mediante magnetometría de muestra vibrante, orden ferromagnético a temperatura ambiente, y una disminución de la T_c de 375 K a 333 K, para 0 y 0.1 mol de Co^{3+} . Adicionalmente, el análisis de la susceptibilidad magnética versus la temperatura permitió describir el tipo de interacciones magnéticas en este tipo de manganita dopada.

INTRODUCCIÓN

Las manganitas también llamadas óxidos de manganeso con fórmula general AMnO_3 , donde A representa elementos de tierras raras como La, Nd, Gd, Eu, etc., tienen una estructura perovskita donde los cationes de Mn más pequeños se ubican rodeados por octaedros de oxígeno quedando hexacoordinados y los cationes A más voluminosos, quedan a su vez dodecaordinados unidos por los vértices (Figura 1) [1]. Estas estructuras han atraído recientemente la atención debido a las propiedades magnéticas que presentan, las cuales pueden ser controladas al doparla en distintas posiciones de su estructura cristalina.

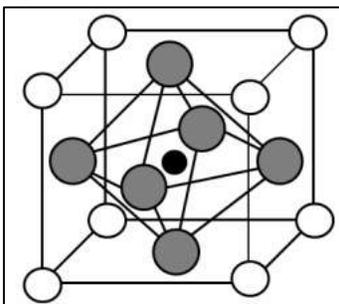


Figura 1. Celda unitaria de la manganita, cationes Mn (negro) rodeados de los aniones O^{2-} (gris) y en las aristas los cationes A más grandes (blancos)

La sustitución catiónica o dopaje afecta en gran medida la amplia variedad de transiciones magnéticas y estructurales que presentan estos compuestos en función tanto del contenido y posición del o los cationes dopantes, así como del método de síntesis [2], modificando como resultado la extensa fenomenología que caracteriza a estos materiales: interacciones de doble intercambio, superintercambio, entre otras.

En particular las manganitas del tipo $\text{La}_{1-x}\text{A}_x\text{MnO}_3$ donde A es un elemento divalente como Ca^{2+} , Sr^{2+} , Ba^{2+} , Pb^{2+} , han sido investigadas con gran interés desde hace tiempo debido a sus propiedades magnéticas y de transporte únicas [3–6]. Un ejemplo, para $\text{A} = \text{Sr}$, Ca , estas manganitas presentan una variedad importante de transiciones magnéticas y eléctricas en función del contenido de dopaje, como son: paramagnético (PM) aislante–PM metal y FM aislante-FM metal, donde su comportamiento eléctrico es el de un material aislante y a cierta temperatura se observa una disminución significativa en la resistencia y pasa a tener un comportamiento de un material conductor, o viceversa, (en manganitas $\text{La}_{1-x}\text{Sr}_x\text{MnO}_3$), así como antiferromagnético (AFM) aislante – FM metal – AFM aislante (en manganitas $\text{La}_{1-x}\text{Ca}_x\text{MnO}_3$).

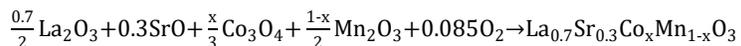
La manganita de lantano-estroncio ($\text{La}_{1-x}\text{Sr}_x\text{MnO}_3$) en la proporción 7:3 ha sido ampliamente estudiada debido a sus propiedades estructurales y magnéticas, al dopar la manganita en posiciones de La^{3+} con un elemento divalente como lo es el Sr^{2+} se genera un desequilibrio en las cargas y el mecanismo de compensación es la generación de Mn^{4+} , la consecuencia de esto es una interacción magnética denominada doble intercambio, que es la transferencia de un electrón de los niveles energéticos e_g del Mn^{3+} hacia el Mn^{4+} a través del O^{2-} , esta transferencia de electrones, es la que propicia propiedades como la conductividad y la temperatura de transición magnética, muy importantes para su aplicación en nuevas tecnologías, sin embargo la temperatura de transición magnética de esta manganita se encuentra alrededor de los 383 K, lo que dificulta su aplicación, por esta razón los estudios se han centrado en la búsqueda de la disminución de esta temperatura por medio de la sustitución en posiciones B.

TEORÍA

Se han realizado diferentes estudios de la sustitución en posiciones B de la manganita para lograr disminuir la temperatura de transición magnética, entre los posibles dopantes, el Co^{3+} destaca debido a que no sigue la regla de Hund por lo que presenta diferentes estados de espín como se analizó en un trabajo previo [7], a bajas concentraciones ($x = 0, 0.025, 0.05$ y 0.1) presenta bajo espín y al enlazarse con el Mn^{3+} se producirán interacciones antiferromagnéticas que afectarán la temperatura de transición debido a la competencia con el doble intercambio ferromagnético.

PARTE EXPERIMENTAL

Se utilizaron óxidos precursores para la fabricación de las muestras, Mn_2O_3 (Sigma-Aldrich, pureza 99%), La_2O_3 (Sigma-Aldrich, pureza 99.99%), Co_3O_4 (Sigma-Aldrich, pureza ~99%) y SrO (Sigma-Aldrich, pureza 99%), se mezclaron en una proporción estequiométrica para concentraciones de $x = 0, 0.025, 0.05$ y 0.1 de acuerdo a la siguiente ecuación:



Las mezclas con diferentes concentraciones de polvos se depositaron en un vial de acero con un volumen de $60 \times 10^3 \text{ mm}^3$ con bolas de acero de 12.7 mm de diámetro en una relación en peso bolas:polvo de 10:1, los viales se sellaron y dispusieron en un molino de alta energía por 5 h en intervalos de 90 min con 30 minutos de descanso entre cada intervalo y se obtuvieron los polvos químicamente activados. Estos polvos activados fueron tratados térmicamente a 1200 °C durante dos horas para garantizar su cristalinidad. Las fases y la estructura cristalina de las muestras fueron caracterizadas por difracción de rayos X (DRX) en un difractómetro Inel equinox 2000 equipado con una fuente de radiación de $\text{Co K}\alpha$ (1.789 Å), en un intervalo de 20° a 80° (2θ). Los patrones de DRX se refinaron mediante refinamiento Rietveld usando el programa MAUD. Las mediciones magnéticas

como ciclos de histéresis y temperatura de transición magnética fueron obtenidas con un magnetómetro de muestra vibrante (VSM) bajo un campo magnético externo de ±18 kOe.

RESULTADOS

Estructura Cristalina

Los difractogramas de los polvos sinterizados a 1200 °C por 2h se presentan en la Figura 2. Las muestras no presentan impurezas y se distinguen los picos principales de la fase romboédrica con grupo espacial R-3c para todas las concentraciones. Además, se observa el aumento en la intensidad de los picos en los planos (1 1 3), (2 0 2) y (0 0 6) esto debido a que la introducción de Co en la estructura promueve el crecimiento preferencial. Los parámetros estructurales y el ajuste de refinamiento Rietveld se resumen en la tabla 1.

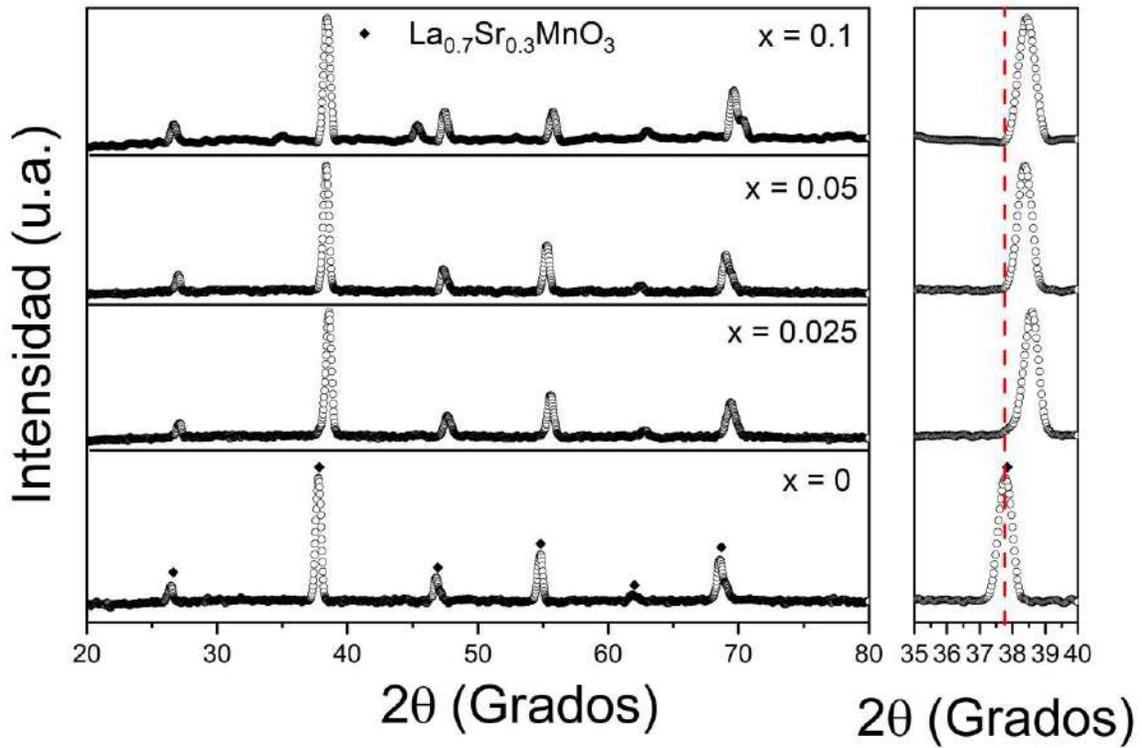


Figura 2. Patrones de difracción de las muestras cristalinas

Tabla 1. Parámetros de Refinamiento Rietveld

Contenido de Co (mol)	Parámetros de red (Å)		Volumen de celda (Å ³)
	a	c	
0	5.502	13.361	404.464
0.025	5.501	13.334	403.500
0.05	5.498	13.336	403.120
0.1	5.496	13.345	403.090

En la tabla 1. Se observa que al incrementar el contenido de Co se produce una disminución de los parámetros estructurales, las constantes de red, así como el volumen de celda, esto debido a que el radio iónico del Co es menor que el del Mn (0.545 Å para Co y 0.55 Å Mn respectivamente), el ángulo de enlace entre $Mn^{3+}-O-Mn^{4+}$ también se ve disminuido, lo que afecta la interacción de doble intercambio.

Propiedades magnéticas

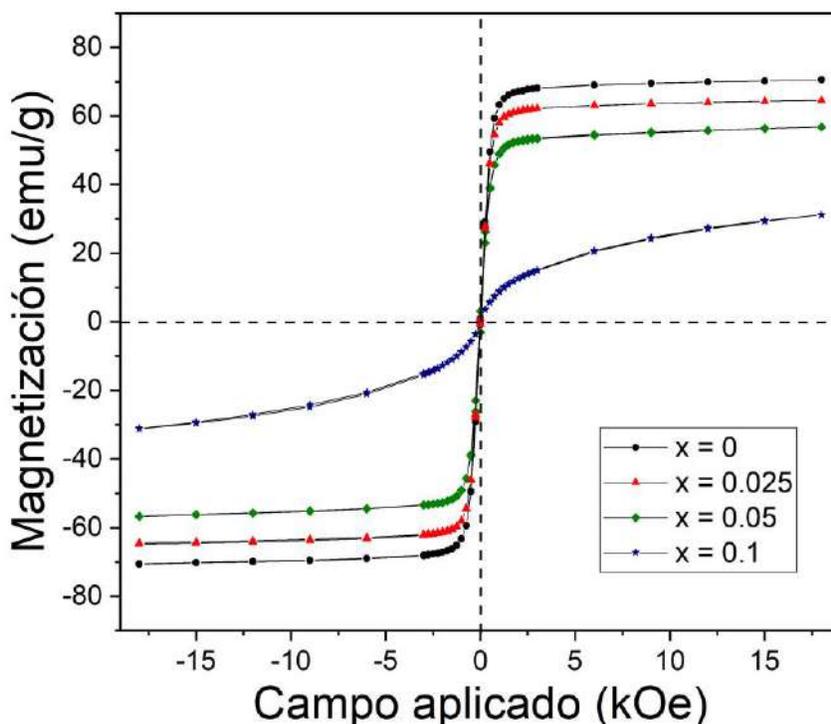


Figura 3. Ciclos de histéresis magnética para las muestras cerámicas, bajo un campo magnético aplicado de 18 kOe.

Como se observa en la Figura 3, los ciclos de histéresis presentan un comportamiento ferromagnético a temperatura ambiente con una ligera disminución en la magnetización específica para bajas concentraciones de cobalto. La muestra de mayor concentración de Co posee un comportamiento ferromagnético con un salto en la magnetización, dicho comportamiento puede deberse a dos efectos, uno es la competencia de interacciones ferromagnéticas y antiferromagnéticas y el segundo es que se aproxima a su temperatura de transición.

Para poder conocer más sobre las interacciones magnéticas presentes en las composiciones se realizó un estudio del inverso de la susceptibilidad.

Temperatura de transición magnética

La Figura 4 muestra el comportamiento de la magnetización con respecto a la temperatura. Conforme se incrementa el contenido de Co se observa una disminución de la temperatura de transición magnética, pasando de un comportamiento ferromagnético a paramagnética. Esto se debe a la

competencia entre interacciones antiferromagnéticas que provoca la introducción de Co frustrando la interacción de doble intercambio, lo que confirma los resultados obtenidos de las pruebas anteriores.

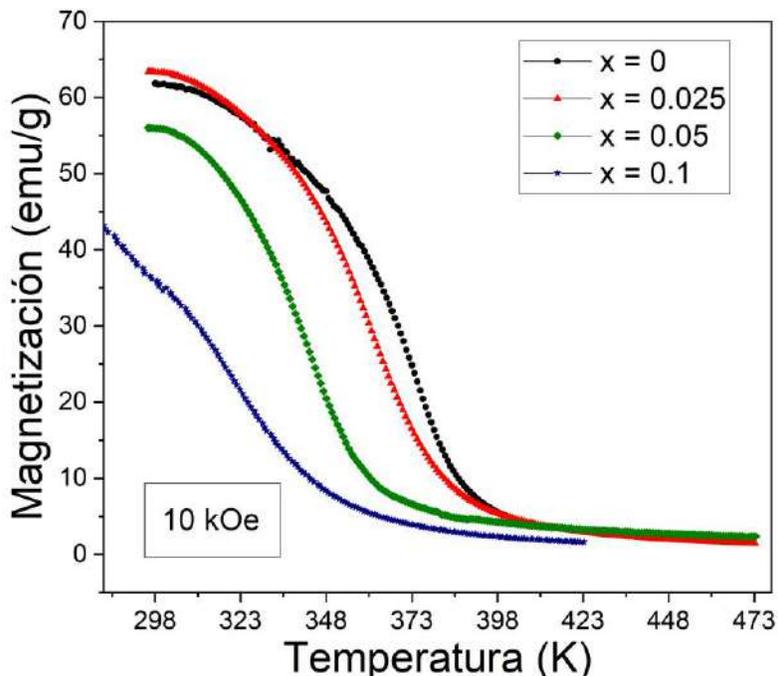


Figura 4. Magnetización en función de la temperatura bajo un campo magnético externo de 10 kOe.

En la Figura 5 se obtuvo el inverso de la susceptibilidad magnética con respecto a la temperatura para estudiar las interacciones magnéticas de las composiciones, las muestras con bajas concentraciones de Co presentan una mínima desviación del comportamiento lineal siguiendo la ley de Weiss-Curie esto debido a que solo hay una interacción dominante, sin embargo, la muestra de $x = 0.1$ la desviación es mayor debido a que la interacción de doble intercambio ya no es la dominante.

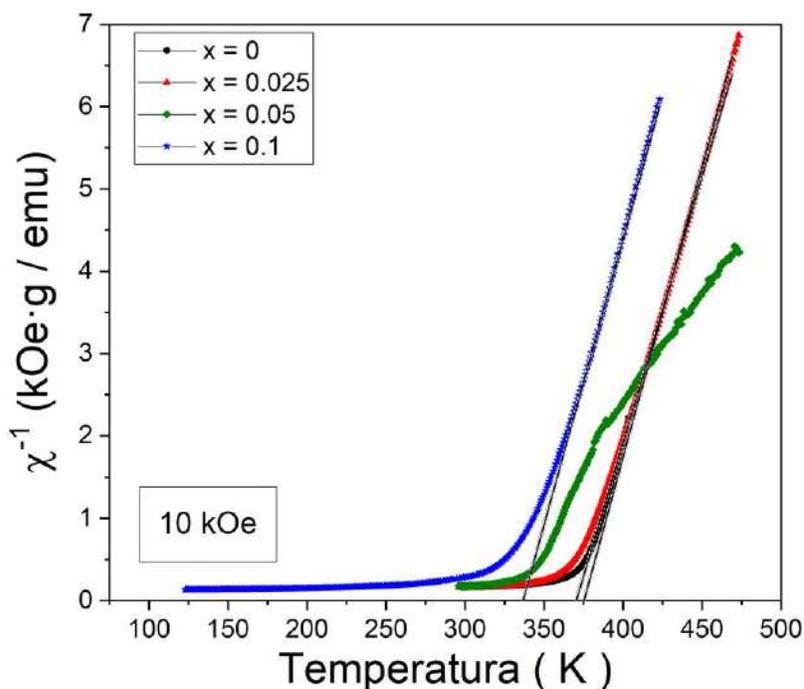


Figura 5. Curvas de inverso de susceptibilidad magnética para todas las muestras bajo un campo magnético externo de 10 kOe

CONCLUSIONES

La sustitución de cobalto en posiciones del manganeso mantiene la estructura cristalina de la manganita de lantano-estroncio produciendo una distorsión de la red, que se observa como una modificación en el ángulo de enlace Mn-O-Mn, debido a que el radio del Co^{3+} es menor al radio del Mn^{3+} . Adicionalmente, la presencia de cobalto provoca una disminución en la magnetización y en la temperatura de transición magnética, que se atribuye a la generación de nuevas interacciones antiferromagnéticas entre el Co^{3+} y el Mn^{3+} . Los resultados obtenidos permiten concluir que este material es un buen candidato para aplicaciones tecnológicas debido a que su temperatura de transición magnética se encuentra casi a temperatura ambiente.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo financiero del Consejo Nacional de Humanidades, Ciencia y Tecnología de México (CONAHCyT) bajo el proyecto CF-2023-G-76. I. González-García agradece al CONAHCyT la beca otorgada para realizar sus estudios de maestría.

BIBLIOGRAFÍA

1. M. E. Amano, I. Betancourt, M. P. Gutiérrez, "Síntesis, estructura y propiedades magnéticas de manganitas $\text{La}_{0.80}(\text{Ag}_{1-x}\text{Sr}_x)_{0.20}\text{MnO}_3$ ($x = 0.00-1.00$)", *Sup. y Vac.*, Vol. 23, 2010, pp. 127-131.
2. J. B. Goodenough, "Theory of the Role of Covalence in the Perovskite-Type Manganites $[\text{La}, \text{M}(\text{II})]\text{MnO}_3$ ", *Physc. Rev.*, Vol. 100, 1955, pp. 564-573.
3. C. J. Howard, Z. Zhang, "Structure for perovskites with layered ordering of A-site cations", *Acta Crystallogr B.*, Vol. 60, 2004, pp. 249-251.
4. A. M. Bolarín-Miró, C. A. Taboada-Moreno, C. A. Cortés-Escobedo, O. Rosales-González, G. Torres-Villaseñor, F. Sánchez-De Jesús, "Effect of high-energy ball milling on the

- magnetocaloric properties of $\text{La}_{0.7}\text{Ca}_{0.2}\text{Sr}_{0.1}\text{MnO}_3$ ", *Appl Phys A Mater Sci Process*, Vol. 126, 2020, pp. 369.
5. A. M. Bolarín, F. Sánchez, A. Ponce, E. E. Martínez, "Mechanosynthesis of lanthanum manganite", *Materials Science and Engineering A*, Vol. 454–455, 2007, pp. 69–74.
 6. C. A. Taboada-Moreno, F. Sánchez-De Jesús, F. Pedro-García, C. A. Cortés-Escobedo, J. A. Betancourt-Cantera, M. Ramírez-Cardona, A. M. Bolarín-Miró, "Large magnetocaloric effect near to room temperature in Sr doped $\text{La}_{0.7}\text{Ca}_{0.3}\text{MnO}_3$ ", *J. Magn. Magn. Mater.*, Vol. 496, 2020, pp. 165887.
 7. I. González-García, F. Sánchez-De Jesús, O. Rosales-González, C. A. Cortés-Escobedo, A. M. Bolarín-Miró, "Comportamiento magnetocalórico en manganitas lantano-estroncio dopadas con cobalto", *Boletín Científico de Ciencias Básicas e Ingenierías Del ICBI*, Vol. 10, 2022, pp. 109–112.

HIGROMETRO OPTICO CON TRANSDUCTOR DE CAPA DE GELATINA

Sergio Calixto Carrera

Centro de Investigaciones en Optica Loma del Bosque 115, Leon, Gto., c.p. 37150, Mexico.
scalixto@cio.mx

RESUMEN

Entre las cantidades mas comunes que se miden tenemos el tiempo, la temperatura, la presión y la humedad relativa por mencionar algunas. Cuando tratamos la humedad relativa estamos considerando el vapor de agua que es un gas y el instrumento que se usa para medirlo es un higrómetro. Este instrumento puede tener como base la electrónica (MEMS o MOEMS), la mecánica, la química o la óptica, entre otras disciplinas. Aquí proponemos el uso de un interferómetro Fabry-Perot (FP) para medir la humedad relativa. La componente principal de cualquier equipo de medición es el transductor que interactúa con el medio al cual se va medir. En el caso de un instrumento que mide la humedad relativa el transductor interactúa con las moléculas de agua. Los transductores que proponemos para ser usados en el FP son capas delgadas de gelatina de unas micras de espesor que es un material hidrofílico. El interferómetro FP consiste de dos espejos altamente reflectores dispuestos uno enfrente del otro. Entre ellos se coloca una capa delgada de gelatina. La luz atraviesa los dos espejos y la capa de gelatina y al salir del FP forma un patrón de interferencia consistente de círculos concéntricos. La capa de gelatina al absorber las moléculas de agua sufre un cambio de índice de refracción y un aumento de grosor. Esos cambios físicos darán como resultado el movimiento de las franjas de interferencia. Si medimos la distancia que se mueve una franja en función de la humedad relativa tendremos un higrómetro óptico que tiene como transductor capas delgadas de gelatina. Se muestra una grafica de calibración del higrómetro.

INTRODUCCIÓN

Para monitorear la humedad relativa existen diferentes instrumentos, unos basados en electrónica con tamaño miniatura, otros que miden el cambio de peso de un material, otros mecánicos, y otros ópticos por mencionar algunos. Entre los ópticos tenemos aquellos que usan fibra óptica y otros usan hologramas.

Si bien existen varios tipos de medidores de humedad relativa cada equipo tiene sus ventajas y desventajas pero ninguno de ellos puede usarse en todos los casos, por lo tanto se necesitan inventar nuevos instrumentos de medición de humedad relativa basados en otras disciplinas, técnicas y configuraciones.

Aquí proponemos el uso de un interferómetro Fabry-Perot¹ acoplado con un elemento transductor que responde absorbiendo/ desabsorbiendo a las moléculas de agua con lo cual obtenemos un medidor de humedad relativa.

EL INTERFEROMETRO FABRY-PEROT

La configuración de un interferómetro Fabry-Perot consta de dos espejos que forman una cavidad donde hay múltiples reflexiones y dispuestos como lo muestra la Figura 1. Las superficies de los espejos que están dentro de la cavidad tienen un apilamiento de capas delgadas con una reflectancia de aproximadamente 99%. Las superficies exteriores tienen una capa antirrefleja ($\lambda = 632.8$ nm). La luz que se usa en los experimentos proviene de un láser de He-Ne ($\lambda = 632.6$ nm). Después de que la luz atraviesa el Fabry-Perot esta es enfocada a la distancia focal de la lente donde se formará una serie de anillos concéntricos o patrón de interferencia. El tamaño y la cantidad de los anillos está en función de la distancia entre los espejos y de la distancia focal de la lente. Asimismo su movimiento depende del cambio en el índice de refracción del material que está entre los espejos.

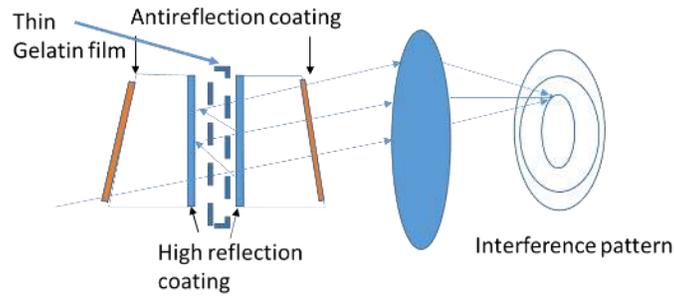


Fig. 1. Esquema de un interferómetro Fabry-Perot.

EL MATERIAL HIGROSCOPICO.

Dado que se necesita un material transductor que sea afectado por la humedad relativa se escogio a la gelatina que es un material hidrofílico. Este material es de origen natural fabricado por medio de hidrólisis de colágeno obtenido de las pieles y huesos de animales. La gelatina esta compuesta por proteínas y sus moléculas largas están sintetizadas en la naturaleza de muchas moléculas de aminoácidos. Al principio de la absorción de moléculas de agua estas son ligadas a los grupos polares y luego las moléculas que llegan se agregan a las moléculas anteriores formando asi capas de moléculas de agua entre los grupos polares. Este fenómeno da como resultado el cambio de índice de refracción y el crecimiento del grosor de una capa de delgada de gelatina.

TEORIA DEL INTERFEROMETRO FABRY-PEROT.

La ecuación que nos describe el comportamiento de las franjas de interferencia del Fabry-Perot es la siguiente:

$$I_T = I_0 / (1 + (4R^2 / (1 - R^2)) \sin^2(\delta/2))$$

donde la fase delta esta dada por la siguiente relacion

$$\delta = (4\pi/\lambda) n d \cos \phi.$$

aqui s es el espacio entre los espejos, n es el índice de refracción del material entre espejos, R² es la reflectancia y λ la longitud de onda. En la Fig. 2 se muestra el comportamiento de la intensidad de las franjas en función de delta, el parámetro es la reflectancia de los espejos.

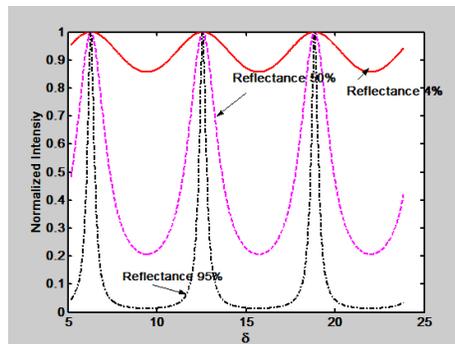


Fig. 2. Intensidad normalizada vs. Delta. El parámetro es la reflectancia de los espejos.

Podemos también conocer el desplazamiento de una franja de interferencia en relación a la separación de los espejos. Esto se muestra en la Fig. 3.

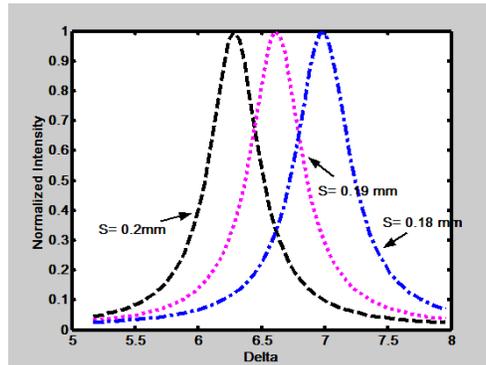


Fig. 3. Intensidad normalizada en función de delta. El parámetro es la distancia entre los espejos.

LA CONFIGURACION DEL FABRY-PEROT EN EL EXPERIMENTO.

El interferómetro consta de dos espejos planos con reflectancia en sus caras de un 99% y una capa antirreflejana en sus superficies exteriores. Entre los espejos se coloca una capa delgada de gelatina que esta fija a un anillo de bronce de 31mm de diámetro y grosor de 1 mm. Las capas de gelatina tienen grosores que van desde 20 micras hasta unas 70 micras. La lente tenía una distancia focal de 1.2 m. Parte del patrón de interferencia se muestra en la Fig. 4. Ahí también vemos la retícula con divisiones de milímetros, 500 micras, 100 micras y 50 micras.

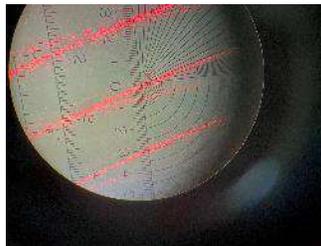


Fig. 4. Fotografía mostrando algunas franjas del patrón de interferencia así como la retícula usada para medir el desplazamiento de una franja conforme aumenta la humedad relativa.

Todo el interferómetro fue colocado en una caja de plástico que actuó como cámara climática donde se podía controlar la humedad relativa. La caja tenía conexiones a un cilindro lleno de sílica gel. Con una bomba de aire se extraía la humedad de la caja y se pasaba por el cilindro para secar el aire y luego se volvía a inyectar en la caja. Así se obtenía una atmósfera con baja humedad. En la caja de plástico había un recipiente Petri con agua y encima de él había una placa de vidrio a manera de tapadera. Esta tapadera se deslizaba y con esto el agua se empezaba a evaporar en la caja y se aumentaba la humedad relativa. La capa de gelatina empezaba a incrementar su grosor, cambiar su índice de refracción y las franjas de interferencia se desplazaban. Tomando como referencia una de estas franjas se medía su desplazamiento y a la vez se tomaba la lectura de la humedad relativa. Se usaron varias capas con diferentes grosores. Los resultados de la curva de calibración se encuentran en la gráfica de la Figura 5.

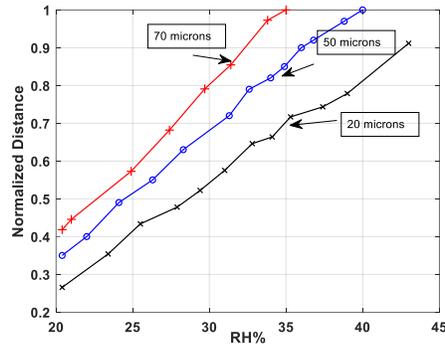


Fig. 5. Distancia (normalizada) vs humedad relativa (%). El parámetro es el grosor de la capa de gelatina.

Como se puede notar cada grafica tiene una pendiente diferente. Las ecuaciones de cada grafica son las siguientes: $Y=0.0447X-0.462$, $Y=0.039X-0.3363$ y $Y=0.0323X-0.346$. Donde X es la humedad relativa y "Y" es la distancia recorrida por una franja. Estas ecuaciones corresponden a las muestras con grosores de 70 micras, 50 micras y 20 micras. La mayor pendiente la muestra la capa de 70 micras de grosor. Con su mayor espesor puede absorber mas moléculas de agua.

CONCLUSIONES.

Se ha presentado un método óptico para medir humedad relativa. El rango de humedades va de un 20% a un 40%. El método descrito aquí puede ser adaptado a las necesidades experimentales. El interferometro Fabry-Perot puede ser acondicionado para mostrar mayor sensibilidad al poder medir el desplazamiento de la franja de interferencia haciéndola esta mas delgada usando espejos con mayor reflectancia. Tambien se puede usar una lente de distancia focal mas larga para que el movimiento de la franja pueda ser medido con mayor presicion con retículas que tengan mayor resolución. Todo el dispositivo puede tener menores dimensiones para colocarse en lugares mas pequeños. En lo que respecta al transductor, la gelatina, se puede variar su composición desde su fabricación o despues de esta con varios métodos.

BIBLIOGRAFIA

1 S Calixto, "Gelatin used as a transducer in an optical hygrometer based on a Fabry-Perot interferometer", Journal in Advances in Materials Science and Engineering, Vol 2022, Article ID 5709126, <https://doi.org/10.115/2022/5709126>

EFFECTO DEL RUIDO EN LA DINÁMICA DEL MAPA LOGÍSTICO

Gabriel Arroyo Correa

Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas, UMSNH
garroyo@umich.mx

RESUMEN

El mapa logístico es un modelo discreto ampliamente conocido y estudiado en la literatura. Este modelo exhibe un mecanismo de doblamiento de periodos que eventualmente lleva hacia el caos, como fue descrito en el trabajo clásico de Robert May. Entre los métodos tradicionales de análisis de este tipo de sistemas dinámicos, se pueden mencionar el cálculo de los exponentes de Liapunov, los espectros de Fourier y los diagramas de bifurcación, por mencionar sólo algunos. En este trabajo se analiza la dinámica del mapa logístico cuando es sujeto a ruido aleatorio uniforme, usando un enfoque basado en el método de descomposición empírica de modos (EMD, por sus siglas en inglés), introducido por Huang y otros, como una técnica alternativa para analizar señales temporales altamente irregulares en términos de una superposición de funciones de media cero, llamadas funciones de modo implícito (IMF, por sus siglas en inglés). Para cada señal de evolución del mapa se obtienen los mapas de retorno y se calculan sus descomposiciones EMD, en función del parámetro de control y de la amplitud del ruido aleatorio. Los resultados obtenidos permiten concluir lo siguiente: i) El efecto del ruido en el mecanismo de doblamiento de periodo muestra que una pequeña adición de ruido evita la extinción de la población que se esperaría en ausencia de ruido; ii) la descomposición EMD exhibe señales IMF a tiempos de escala diferentes en función de la amplitud del ruido; en particular, en la región donde se esperaría la extinción de la población, aparecen señales IMF de periodo cortos y largos que explican la no extinción poblacional, en tanto que en la zona caótica aparecen IMF de periodos muy cortos y largos bien definidas como antesala a la inestabilidad total del mapa.

INTRODUCCIÓN

En la literatura de los sistemas dinámicos no lineales, el mapa logístico constituye un ejemplo de modelo discreto cuya dinámica es conocida [1]. La riqueza de esta dinámica ya había sido señalada en el trabajo clásico de Robert May [2]. Este modelo exhibe un mecanismo de doblamiento de periodos que eventualmente lleva hacia el caos, así como la existencia de ventanas periódicas y comportamientos de intermitencia; características compartidas con la dinámica no lineal de sistemas continuos en tres o más dimensiones, de aquí la importancia del mapa logístico. El objetivo de este trabajo es estudiar numéricamente la dinámica del mapa logístico cuando es sujeto a ruido aleatorio uniforme. En particular, se analiza el efecto del ruido en las regiones características del mapa original no perturbado.

TEORÍA Y MÉTODOS

La dinámica del mapa logístico sujeto a un ruido aleatorio uniforme está descrita por la ecuación:

$$N_{i+1} = a N_i (1 - N_i) + \varepsilon; \quad (i = 0, 1, 2, \dots; 0 \leq a \leq 4; \varepsilon \in [0, 1]) \quad (1)$$

En la Ec. (1), a es el parámetro de control que da origen a la riqueza de la dinámica del mapa y ε es la amplitud del ruido aleatorio uniforme definido en el intervalo unitario. En las Fig. 1 se presentan órbitas típicas del mapa logístico sin ruido ($\varepsilon = 0$), asociadas a algunos valores de a . Así mismo, la Fig. 2 muestra el conocido mapa de bifurcación del mapa en la ausencia de ruido. De esta figura es entendible la basta dinámica exhibida por el mapa logístico: extinción en el rango $0 \leq a \leq 1$, independiente de las condiciones iniciales; un comportamiento estacionario en el rango $1 < a \leq 3$, independiente de las condiciones iniciales; finalmente, en el rango $3 < a \leq 4$, se presenta el mecanismo de desdoblamiento de periodos (2, 4, 8, 16, ...) hasta llegar al inicio de la región caótica

y la aparición de ventanas periódicas, en donde el periodo tres es fácilmente reconocible por la ventana blanca angosta inmediatamente después de terminar la zona caótica.

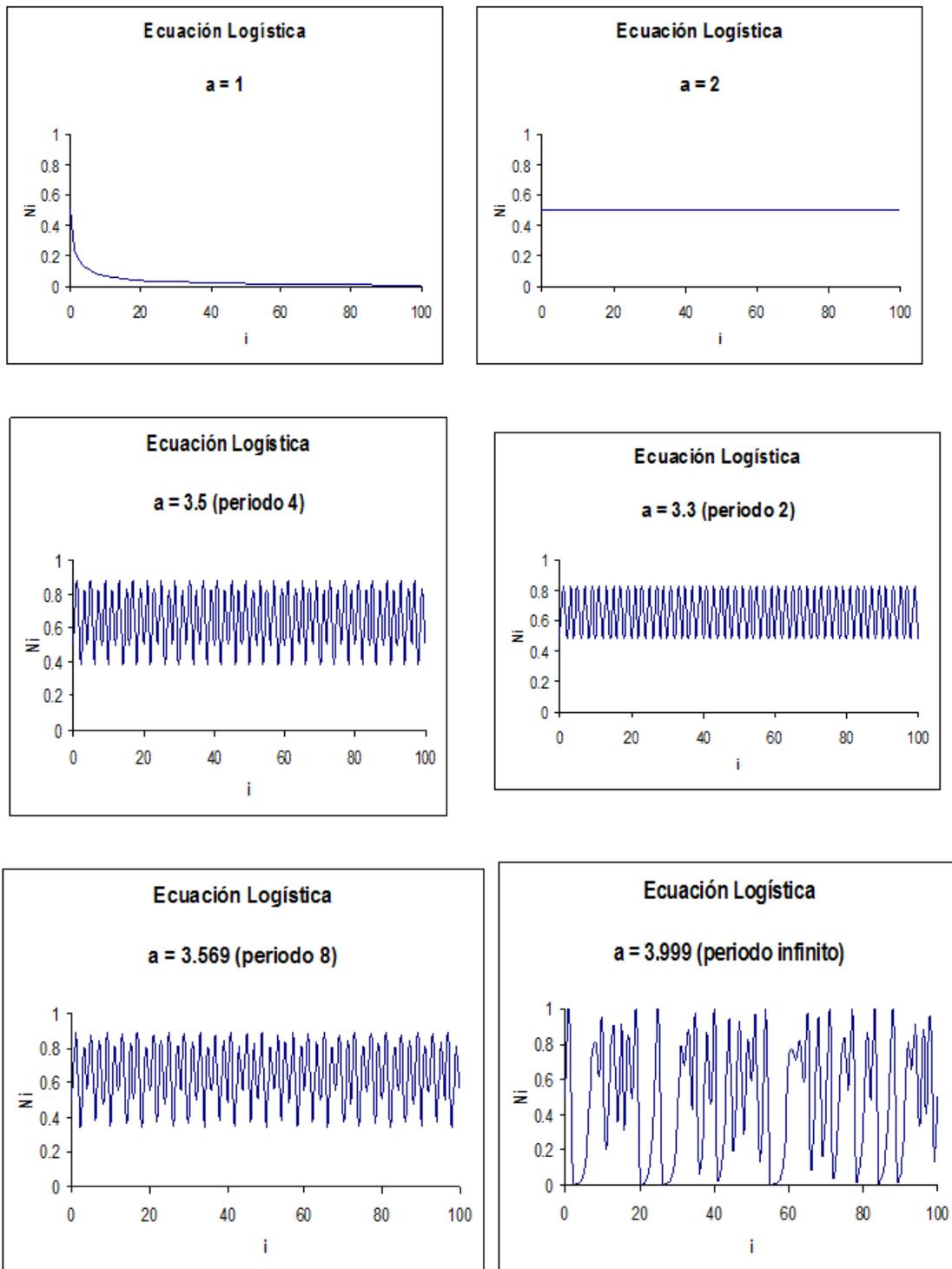


Figura 1. Algunas órbitas típicas de la dinámica del mapa logístico no perturbado.

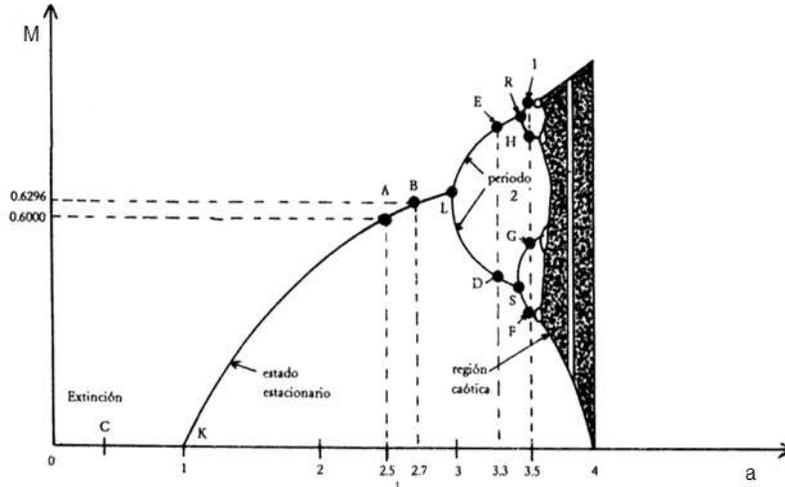


Figura 2. Diagrama de bifurcación del mapa logístico no perturbado.

En este trabajo se analiza el efecto del ruido aleatorio en la dinámica del mapa logístico. La metodología consiste en resolver numéricamente la dinámica del mapa sujeto a la presencia de ruido aleatorio uniforme. Se analiza la dinámica del mapa en las regiones de colapso, estacionariedad, de periodos definidos y caótica, en función de la amplitud del ruido aleatorio. Se construyen los mapas de retorno en las regiones señaladas y se hace una caracterización de las señales de evolución del mapa mediante el método EMD [3]. Este método fue introducido por Huang y otros, como una técnica alternativa para analizar señales temporales altamente irregulares en términos de una superposición de funciones de media cero, llamadas funciones de modo implícito (IMFs, por sus siglas en inglés).

RESULTADOS

En la Fig. 3 se muestran las evoluciones de las órbitas para diferentes valores de a y un nivel de ruido bajo de 0.001. En el acercamiento mostrado por el gráfico de la derecha de esta figura, es evidente como la adición de un poco de ruido evita el colapso de la población para cuando $a=1$; compárese este comportamiento con lo mostrado en la Fig. 2 que exhibe una extinción total. Para los casos en donde se presenta estacionariedad ($a=2$) y duplicación de periodos ($a=3.3, 3.5, 3.569$), como es de esperarse, el nivel de un ruido bajo mantiene básicamente el mismo comportamiento que en el caso no perturbado. En la región caótica ($a=3.999$) es comportamiento es aún más errático.

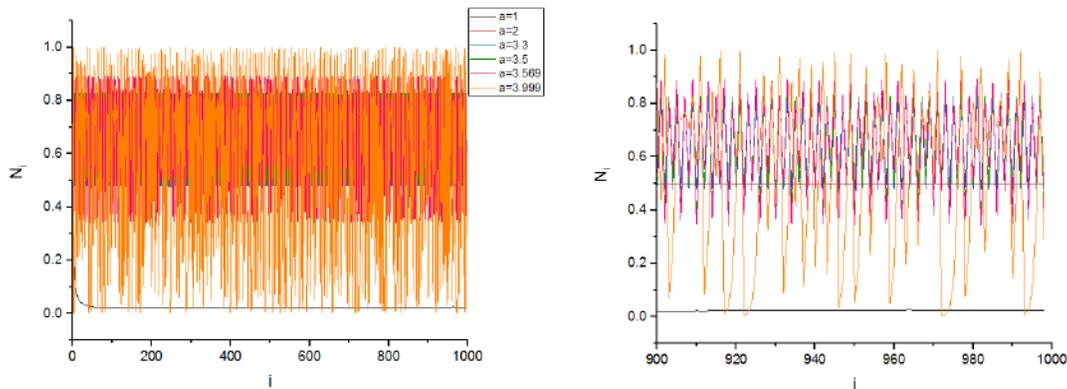


Figura 3. Evolución de las órbitas del mapa logístico perturbado para diferentes valores del parámetro de control a y para una ventana de tiempo (discreto) de 1000 unidades. En todos los casos se supone que $N_0=0.5$ y $\varepsilon=.001$. El gráfico de la derecha es un acercamiento para los últimos 100 valores de tiempo.

Para tener una idea del efecto de la amplitud de ruido, en la Fig. 4 se muestran los mapas de retorno para diferentes niveles de ruido. Son de notarse las diferencias en los mapas de retorno en la región de colapso y estacionariedad ($a=1$ y $a=2$, respectivamente), que muestran cómo afecta el nivel de ruido. En la región de desdoblamiento de periodos ($a=3.3, 3.5, 3.569$), el efecto del ruido es inducir una banda de dispersión que aumenta con su amplitud. Finalmente, en la región caótica ($a=3.999$) se puede notar que el nivel del ruido no altera drásticamente el comportamiento irregular característico de esta zona, como es evidenciado por la anchura de las bandas de dispersión en este caso.

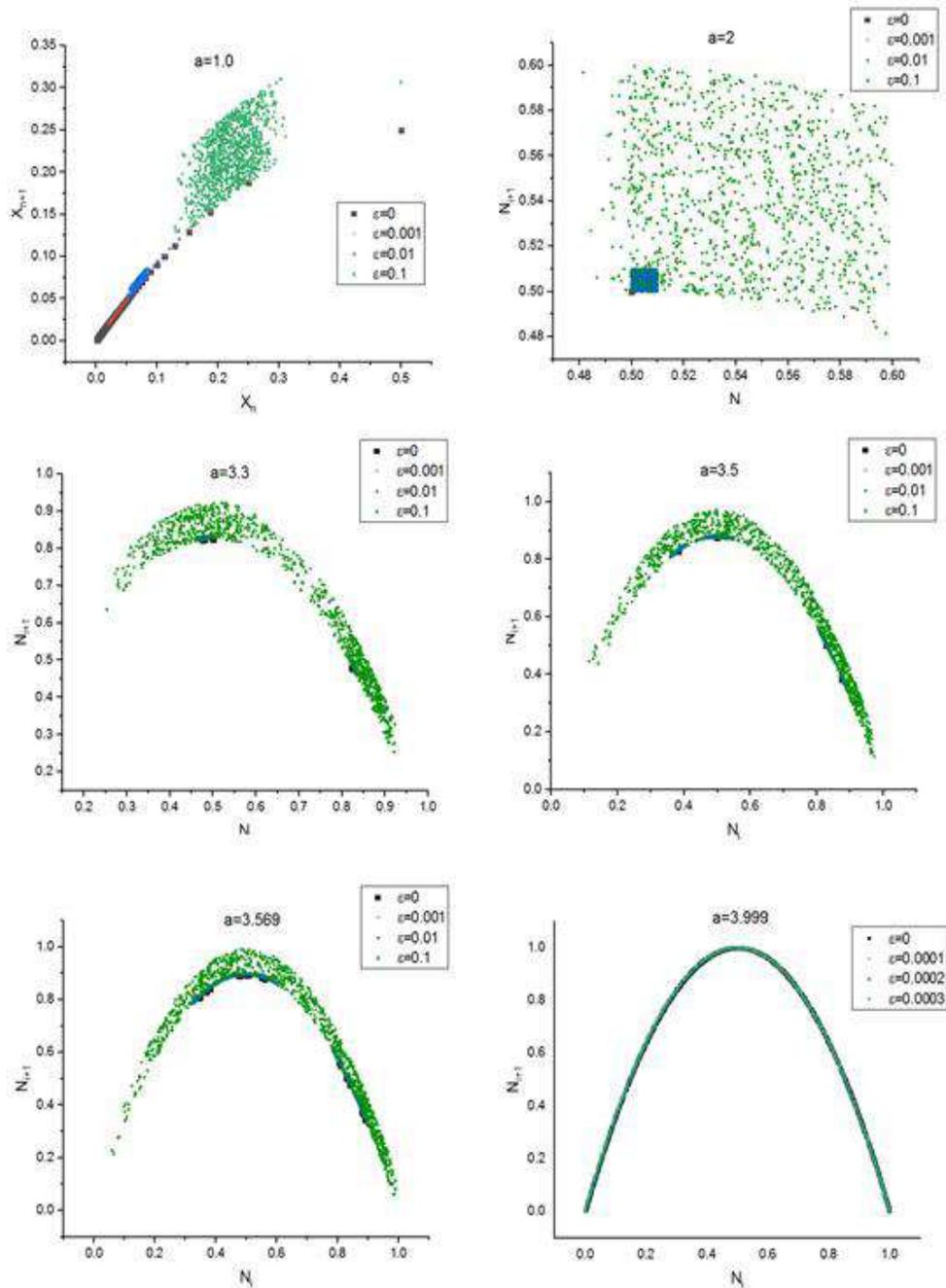


Figura 4. Mapas de retorno del mapa logístico perturbado para diferentes valores de la amplitud del ruido ε y para los valores de a de las órbitas de la Fig. 3.

Finalmente, las Figs. 5-8 presentan las descomposiciones por el método EMD de las señales asociadas a varios valores del parámetro de control a y para un nivel de ruido de 0.001.

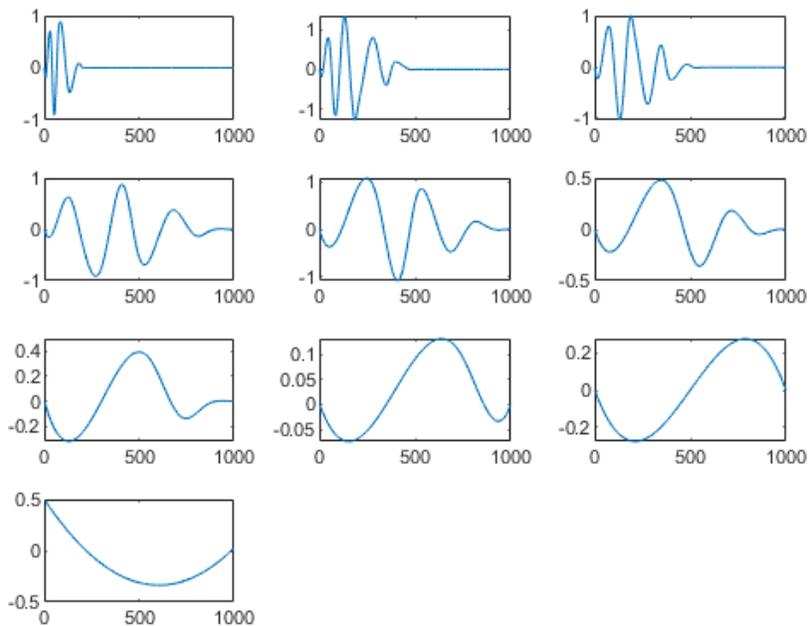


Figura 5. Descomposición EMD para $a=1$.

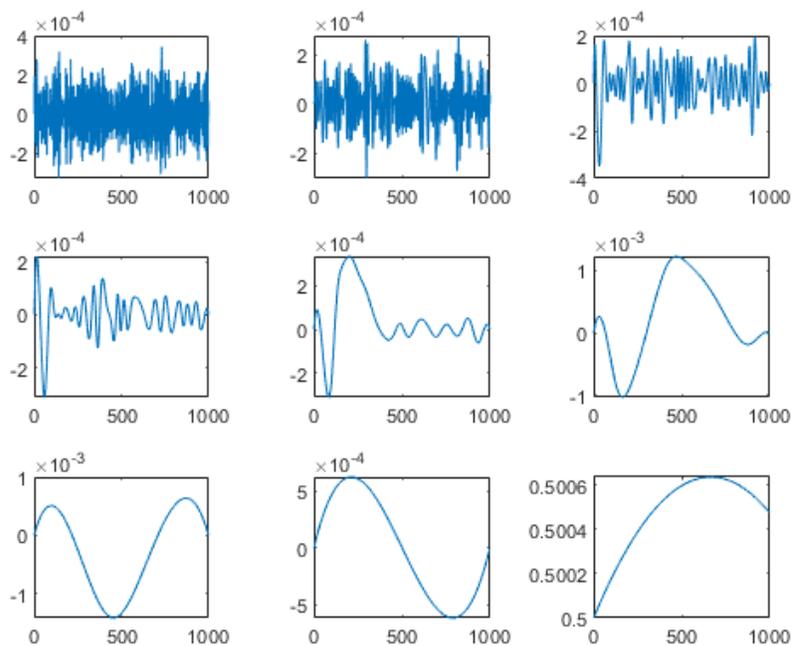


Figura 6. Descomposición EMD para $a=2$.

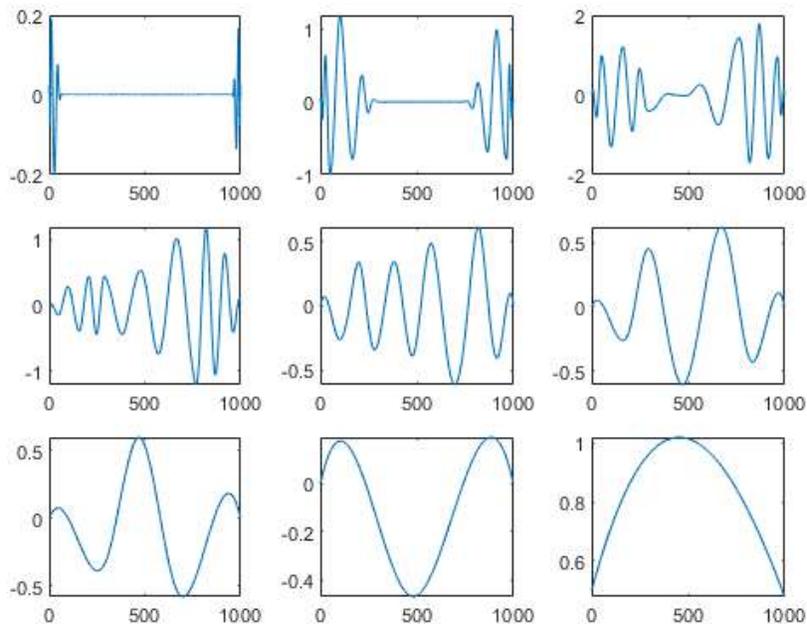


Figura 7. Descomposición EMD para $a=3.3$.

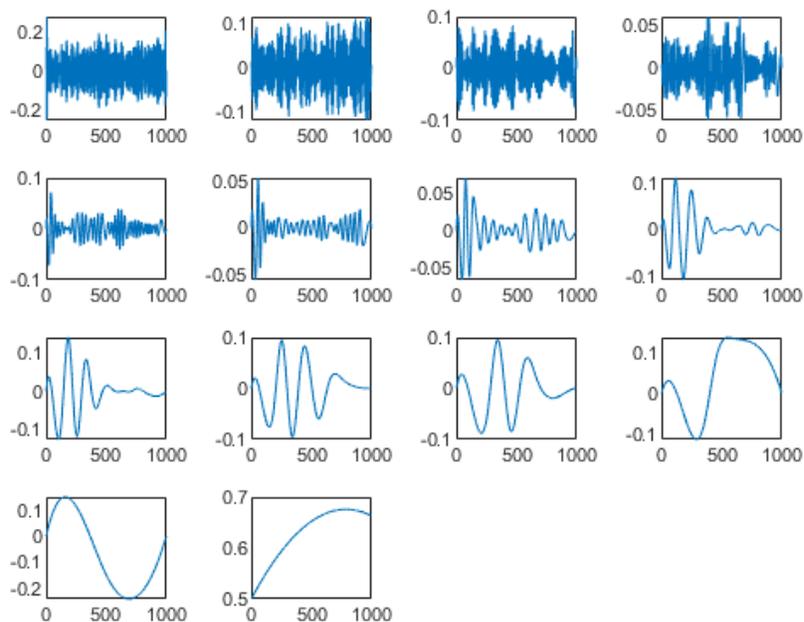


Figura 8. Descomposición EMD para $a=3.9$.

De estas figuras, se puede notar como en el caso $a=1$ (región de colapso) la descomposición EMD exhibe señales IMFs de gran amplitud, tanto de periodos cortos como largos. En contraste,

para el caso $a=2$ (región de estacionariedad) la descomposición EMD exhibe señales IMFs de muy baja amplitud, tanto de periodos muy cortos como largos. El caso $a=3.3$ (región de periodo-2) la descomposición EMD exhibe señales IMFs de gran amplitud simétricas de periodo corto y largo, así como señales IMFs no simétricas tanto de periodos cortos como largos. En el caso $a=3.9$ (comportamiento caótico), es evidente la aparición mayoritariamente de señales IMFs de periodos muy cortos (frecuencias grandes).

CONCLUSIONES

En este trabajo se analizó la dinámica del mapa logístico sujeto a ruido aleatorio uniforme. Los mapas de retorno y la evolución de las órbitas demuestran cómo una pequeña adición de ruido evita la extinción de la población que se esperaría en ausencia de ruido. La descomposición de la órbita por el método EMD, muestra señales IMFs a tiempos de escala diferentes en función del valor del parámetro de control y de la amplitud del ruido. En la región donde se esperaría la extinción de la población ($a=1$), aparecen señales IMFs de periodo cortos y largos que explican la no extinción. En la región de estacionariedad las señales IMFs son de muy baja amplitud. En la zona caótica aparecen IMFs esencialmente de periodos muy cortos y largos, como antesala a la inestabilidad total del mapa.

Trabajo apoyado por el Programa de Investigación CIC-UMSNH 2023.

BIBLIOGRAFÍA

1. S. H. Strogatz, "One-Dimensional Maps", in *Nonlinear Dynamics and Chaos* (Perseus Books Publishing, LLC, 2000), Chapter 10, pp. 348–397.
2. R. M. May, "Nature", Vol. 261, 1976, p. 459.
3. N. E. Huang, et al., Proc. R. Soc. A, Vol. 454, 1998, pp. 903–995.

PROYECCIÓN DE VENTAS CON CADENA DE MÁRKOV

José Nahum Carmona Borjón^{1,*}, Marlen Hernández Ortiz³, Leticia Adriana Ramírez Hernández² y Héctor A. Durán Muñoz⁴

¹Estudiante de la Licenciatura en Actuaría, ²Unidad Académica de Matemáticas, Universidad Autónoma de Zacatecas (UAZ). ³Unidad Académica de Economía, UAZ. ⁴Unidad Académica de Ingeniería Eléctrica, UAZ.

*jnahumcarbor@gmail.com

RESUMEN

Aplicar las cadenas de Márkov para proyectar las ventas de una PyME. El tiempo de vida de una PyME es considerado como corto, además el grueso del sector terciario está emprendiendo en una PyME. Por lo tanto, gran parte de esta población económicamente activa desaparece. Problemática que se puede evitar desde la óptica de este estudio. Los datos a analizar corroboran las ventas de una PyME enfocada a vender computadoras portátiles de diferentes marcas, de las cuales se quiere observar la participación de mercado mediante el método de las cadenas de Márkov. Se llega al resultado de que las computadoras HP predominarán como favoritas para el cliente. Con la información obtenida se mejora la toma de decisiones en cuanto a la inversión de recurso disponible por parte de la PyME para evitar pérdida de insumos y seguir vigente en el mercado.

INTRODUCCIÓN

Las ventas son las actividades realizadas para incentivar a los clientes a realizar una determinada compra; básicamente consiste en el acto de negociación en el cual una parte es el vendedor y la otra el comprador, esto siendo de las actividades más antiguas del mundo, empleando el trueque (1).

Con el avance de la tecnología y la reciente pandemia COVID-19, las empresas empiezan a enfocarse en el mercado digital (2). El mundo tecnológico es cada vez más competitivo, a medida que se desarrolla tanto la globalización como la liberalización comercial (3). Por lo tanto, una de las herramientas tangibles para entrar a esta revolución de mercado es la computadora. La cual está siendo empleada en todos los campos laborales y que, sin ella, además de los celulares, sería complicado competir en el comercio de hoy en día.

Así, la computadora ha tenido una demanda muy alta en el mercado (4). Varios negocios, tipo PyME, han decidido o están decidiendo invertir en este producto para ponerlo en venta. Este trabajo considera analizar las entradas y salidas de las marcas preferentes en computadoras portátiles, con el uso analítico de las cadenas de Márkov.

Las cadenas de Márkov son matrices de cambio o de permanencia, su característica es que la suma de sus renglones de un total de 1, además, al elevar esta matriz a una potencia (tiempo) se obtienen tendencias de permanencia en cada campo (5).

Este estudio se realizó para que cada PyME o negocio de computadoras, tenga la visión de saber que marca de computadora es más recomendable comprar en un futuro.

PARTE EXPERIMENTAL

Primeramente, se obtuvieron los datos sobre el porcentaje de mercado que ocupaban algunas marcas durante los últimos 4 años (6, 7). En este caso, se consideran dos marcas (Lenovo y HP) y el resto de competencia se incluye en un aspecto llamado "otros". Información que se coloca en una

matriz cuadrada cuyas columnas y filas corresponden a las marcas de las computadoras elegidas. Con estos datos presentados en la Tabla 1, los cuales muestran las proporciones de tendencia en compra de computadoras Lenovo, HP INC. y Otros para los años del 2019 al 2022, se pudo sacar una matriz de varianza y covarianza mostrada en la tabla 2. En dicha tabla se observa que no hay correlación entre las variables o marcas de estudio, ya que los valores de la matriz resultaron en casi 0. Por lo tanto, al ver que la varianza es no representativa, podemos concluir que casi no hay cambio, por lo que se puede utilizar métodos lineales para la resolución del problema

Tabla 1. Proporción de las compras de PC (2019-2022).

	Lenovo	Hp INC.	Otros	Total
2019	0.242	0.235	0.523	1
2020	0.24	0.224	0.536	1
2021	0.25	0.231	0.519	1
2022	0.236	21%	55.90%	1

Tabla 2. Matriz de covarianzas.

	Lenovo	Hp INC.	Otros
Lenovo	3.46667E-05		
Hp INC.	5.66667E-05	0.000120667	
Otros	-9.13333E-05	-0.000177333	0.00026867

Así que, manos a la obra, se inicia partiendo la matriz de datos históricos con los 3 años más antiguos, ya que el vector del 2022 (ver tabla 3) se reserva, porque será por el que se multiplica la matriz de Márkov, para determinar cuántos clientes se quedan o se van de la marca. Al ser los datos más recientes, se obtiene el promedio de estos tres datos, a esto se le llama “clientes esperados” ya que son los que la marca suele tener.

Tabla 3. Participación en el mercado 2022.

	Lenovo	Hp INC.	Otros	Total
2022	0.236	0.205	0.559	1

Se calculan los “clientes fieles” que estarán en la diagonal principal de la matriz de Márkov. Estas probabilidades se obtuvieron de dividir los “clientes esperados” (ver tabla 4) sobre la participación del mercado (datos de la tabla 3), en excepción de “otros” ya que al ser el denominador más pequeño que el numerador la probabilidad sería mayor que 1, por lo tanto, se invierten el denominador y numerador. Como se observa en la ecuación 1.

$$\text{Clientes fieles} = \frac{\text{clientes esperados}_{1,marca}}{\text{participacion del mercado}_{1,marca}} \tag{1}$$

Tabla 4. Clientes esperados.

Lenovo	Hp INC.	Otros
0.244	0.23	0.526

Del cálculo anterior, se obtiene la tabla 5 como siguiente paso metodológico, la cual representa los clientes fieles, la cual representa el promedio de todos los años de la participación del mercado.

Tabla 5. Clientes fieles.

Lenovo	Hp INC.	Otros
0.967213115	0.89130435	0.94096601

Un vector auxiliar se determina, denominado “fuga de clientes” (ver tabla 6), que no es más que el complemento de la probabilidad de “clientes fieles” calculada con la ecuación 2.

$$fuga\ de\ clientes = 1 - clientes\ fieles$$

(2)

Tabla 6. Fuga de clientes.

Lenovo	HP	Otros
0.032786885	0.10869565	0.05903399

También, se calcula el mercado disponible para la marca, que es la suma de la cantidad relativa de ocupación del mercado que tienen las otras marcas en ese mismo año, es presentado en la tabla 7. Esto se determina utilizando la ecuación 3.

$$Mercado\ disp(marca_a) = ocupacionen\ el\ mercado(marca_b) + ocupacionen\ el\ mercado(marca_c)$$

(3)

Tabla 7. Total mercado disponible.

Lenovo	Hp INC.	Otros
0.75	0.769	0.481

Se sabe que los clientes o usuarios de marcas cambian de marca y no tanto de producto, ya que una vez que las personas compran una computadora difícilmente la dejan de usar, solamente cambiaran de marca. Bajo esta idea se deduce la “proporción de fuga” de clientes (ver tabla 8), que significa indicar cuál marca dejan y a cuál marca se van (de Lenovo a HP o a otros, de HP a Lenovo y a otros, y de otros a Lenovo o a HP). Esto se deduce a una división de la participación del mercado del último año sobre el total de mercado disponible del objetivo (ecuación 4).

$$Proporcion\ de\ fuga = \frac{participacion\ en\ el\ mercado}{mercado\ disp(marca_a)}$$

(4)

Tabla 8. Proporción de fuga.

	Lenovo	Hp INC.	Otros
Lenovo	-	0.33	0.5198
Hp INC.	0.308	-	0.0391
Otros	0.692	0.67	-

Teniendo todo lo anterior, se puede complementar la matriz de cambio o permanencia (ver tabla 9) de las marcas. Hasta el momento se tiene diagonal principal con la probabilidad de clientes fieles. Los demás lugares se calculan pensando ¿De dónde vienen? (O) y ¿A dónde van? (D). Por lo tanto, de donde vienen (fuga de clientes) se multiplica por la proporción de fuga correspondiente, esto con Lenovo y HP, en el caso de Otros se tiene que elevar al cuadrado para que cuadre en la matriz de cambio y así su diagonal sume 1, esto se obtiene utilizando la ecuación 5.

$$M_{O,D} = \text{fuga de clientes} * \text{proporcion de fuga} \tag{5}$$

Tabla 9. Matriz de cambio o permanencia

Origen\destino	Lenovo	Hp INC.	Otros
Lenovo	0.967213115	0.01009836	0.02268852
Hp INC.	0.035336688	0.89130435	0.07335896
Otros	0.000941443	0.053361	0.94096601

Una vez terminada esta matriz de cambio y permanencia solo queda elevarla al tiempo o periodo t para saber la ocupación de mercado del año (2022+t).

RESULTADOS

Al multiplicar el vector o tendencia inicial (vector del 2022) por la matriz de Márkov elevada a su respectivo t. Se obtienen los resultados porcentuales obtenidos en las tablas 10 - 14. Se observa como la tendencia porcentual de compra de equipos de computo de las marcas consideradas es alrededor de 25% de los compradores se inclinan a la marca Lenovo y el mismo grado porcentual para la marca HP, mientras que el 50% prefiere cualquier otra marca diferente a las anteriores. Sin embargo, para confirmar dicha tendencia se necesita aumentar el valor t, para precisar el valor convergente.

Tabla 10. Resultado de la elección porcentual al año predicho 2023 (t=1).

			2023 (t=1)	Lenovo	Hp INC.	Otros					
2022			Lenovo	96.7%	1.0%	2.3%	2023				
23.6%	20.5%	55.9%	X	Hp INC.	3.5%	89.1%	7.3%	=	23.60%	21.49%	54.64%
Lenovo	Hp INC.	Otros		Otros	0.1%	5.3%	94.1%		Lenovo	Hp INC.	Otros

Tabla 11. Cadena de Márkov aplicada a la temporalidad dos.

			2024 (t=2)	Lenovo	Hp INC.	Otros					
2022			Lenovo	93.6%	2.0%	4.4%	2024				
23.6%	20.5%	55.9%	X	Hp INC.	6.6%	79.9%	13.5%	=	23.63%	22.31%	53.53%
Lenovo	Hp INC.	Otros		Otros	0.4%	9.8%	88.9%		Lenovo	Hp INC.	Otros

Tabla 12. Resultado de la elección porcentual al año predicho 2025 (t=3).

			2025 (t=3)	Lenovo	Hp INC.	Otros					
2022			Lenovo	90.6%	3.0%	6.4%	2025				
23.6%	20.5%	55.9%	X	Hp INC.	9.2%	72.0%	18.7%	=	23.69%	22.98%	52.54%
Lenovo	Hp INC.	Otros		Otros	0.8%	13.5%	84.4%		Lenovo	Hp INC.	Otros

Tabla 13. Resultado al año 2026 sobre la preferencia de marcas en computadoras.

			2026 (t=4)	Lenovo	Hp INC.	Otros					
2022			Lenovo	87.7%	3.9%	8.3%	2026				
23.6%	20.5%	55.9%	X	Hp INC.	11.5%	65.2%	23.1%	=	23.78%	23.53%	51.66%
Lenovo	Hp INC.	Otros		Otros	1.3%	16.5%	80.4%		Lenovo	Hp INC.	Otros

Tabla 14. Cadena de Márkov aplicada al tiempo cinco (2027).

			2027 (t=5)	Lenovo	Hp INC.	Otros					
2022			Lenovo	85.0%	4.8%	10.1%	2027				
23.6%	20.5%	55.9%	X	Hp INC.	13.4%	59.5%	26.8%	=	23.87%	23.97%	50.88%
Lenovo	Hp INC.	Otros		Otros	1.9%	19.0%	76.9%		Lenovo	Hp INC.	Otros

En la tabla 15 se muestra un resumen de los valores porcentuales del grado de elección correspondiente a las marcas de computadoras. Como resumen de las tablas anteriores (tabla 10-14) se confirma lo comentado en el párrafo anterior.

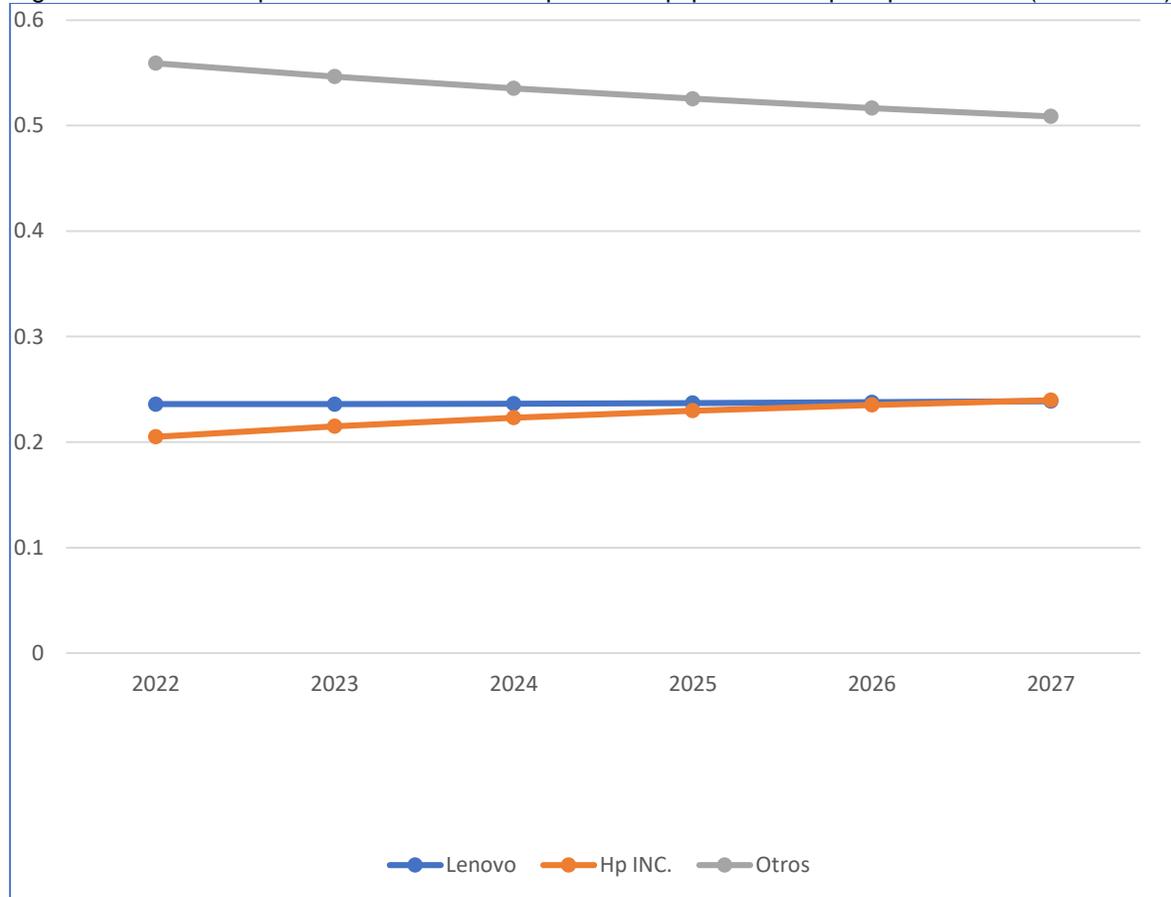
Tabla 15. Resumen de la tendencia a elegir una marca de computadora, 2022 al 2027.

Año	Lenovo	Hp INC.	Otros
2022	0.236	0.205	0.559
2023	0.23599944	0.2149294	0.54639308
2024	0.23633865	0.2231068	0.53525879
2025	0.23694588	0.22980464	0.52538939
2026	0.23776117	0.23525394	0.51660774
2027	0.23873455	0.23965056	0.50876276

En la figura 1 se grafican dichas tendencias. Como se observa en ambos resultados, la participación de 2022 a 2027 en otros ha bajado de manera significativa. Lenovo y otros van a la baja. Sin embargo, la marca HP, a pesar de vender menos, la tendencia general va al alza. Con el método que se utilizó, cadena de Márkov, se trata de dar resultados que hasta cierto punto puedan predecir

los datos que se obtendrán en años siguientes y que sean los más acertados para el mercado. Así ayudarán a los pequeños negocios a invertir, de manera más certera, en este tipo de tecnología que constantemente se actualiza.

Figura1. Tendencias porcentuales de las compras de equipos de computo por marcas (2022-2027).



CONCLUSIONES

Se realiza este modelo con el fin de obtener las predicciones de las futuras ventas de las diferentes marcas de computadoras que se manejan dentro del mercado. El estudio se enfoca en las de más competencia como HP Y Lenovo, ya que su gama es muy extensa.

La marca HP con base a los resultados obtenidos está ganando terreno frente al resto de la competencia ya que es muy mínimo su aumento, pero esto hace que se genere un mejor rendimiento sobre esa marca. Por lo tanto, la recomendación para la PyME sería que comprara menos de otras marcas y que estas las sustituya por computadoras HP. Ya que Lenovo casi no va a sufrir cambios

BIBLIOGRAFÍA

1. Equipo Vértice, "El proceso de venta", Editorial Vértice, España, 2008.
2. C. Pastor Sempere, "La digitalización del dinero y los pagos en la economía de mercado digital pos-COVID", Ekonomiaz, Vol. 98, 2, 2020, pp. 296-321.
3. Gerencia de Promoción y Difusión, I. N. D. E. C. O. P. I. "HP Inc. Perú continúa con el retiro del mercado de baterías de computadoras y notebooks de la marca HP." (2019).

4. O. D. Fernández Jiménez, "Oferta y Demanda de Productos Electrónicos,(computadoras, celulares) Pilar, Paraguay; durante la Pandemia Covid-19." Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar 5.3 (2021): 2991-3012.
5. A. C., Chiang, "Métodos fundamentales de la economía matemática", McGraw-Hill/Interamericana Editores, México, 2006.
6. A. García. 13 de enero 2021. AZadslzone. 30 de mayo 2023. <https://www.adslzone.net/noticias/productos/ventas-pc-2020-crecimiento-lenovo-hp/>
7. P. Petovel. 13 de abril 2022. Merca2.0. 30 de mayo 2023. <https://www.merca20.com/marcas-ventas-computadoras-pc-2022/>

ANÁLISIS DEL EFECTO CAÓTICO EN GUÍA DE ONDAS DE CRISTAL FONÓNICO CON INCLUSIONES CILÍNDRICAS DE MATERIALES REALES

Alejandro Bucio Gutiérrez¹, Karla Ivonne Serrano Arévalo¹, Casandra Herrejón Calderón¹, Héctor Pérez Aguilar¹, Hugo Enrique Alva Medrano²

¹Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo,

²Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de Morelia.

1207258b@umich.mx

RESUMEN

La acústica estudia la generación y evolución espacio-temporal de pequeñas perturbaciones mecánicas (vibraciones) en un fluido (ondas sonoras o acústicas) o en un sólido (ondas elásticas) [1]. Por ello, se tiene interés en diseñar sistemas capaces de controlar la dirección de propagación de ondas mecánicas con una longitud de onda específica [2]. Entre estos sistemas se encuentran las guías de ondas de cristal fonónico (PnCW) [3]. Estos sistemas se utilizan para estudiar posibles aplicaciones tecnológicas como diagnóstico médico y teledetección [4]. De igual manera se ha investigado la presencia del fenómeno del caos en el transporte clásico de partículas a través de guías de ondas [5]. Teniendo esto en cuenta, en nuestro trabajo consideramos un sistema acústico idealizado de una PnCW bidimensional, compuesta por dos superficies acústicas suaves o duras y un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas circulares de materiales reales. Este sistema periódico es caracterizado por una celda unitaria que no es única y con la cual se encuentra la estructura de bandas dada por una relación de dispersión que nos permite caracterizar los modos normales del sistema. Para calcular las intensidades del campo de presiones en ambos sistemas se utiliza la técnica numérica conocida como el Método de la Ecuación Integral [6], la cual nos permite obtener el campo de presiones correspondientes a los modos normales en un rango de frecuencias. Además, fueron calculadas propiedades estadísticas espaciales de la intensidad de la presión como la función de autocorrelación (ACF) [7] y su desviación estándar denominada longitud de correlación [8]. Los resultados muestran que cuando la longitud de correlación es muy pequeña, el sistema presenta patrones desordenados de intensidades de campo. Así bajo ciertas condiciones, el sistema en cuestión presenta un comportamiento caótico, similar al sistema clásico correspondiente. Por lo tanto, se puede concluir que el efecto del caos en el sistema acústico contribuye a la presencia de patrones de campo desordenados.

INTRODUCCIÓN

Un cristal fonónico (PnC) es un material periódico que exhibe una estructura de banda prohibida para ciertos rangos de frecuencia de las ondas acústicas. Esta característica permite el control efectivo de la propagación del sonido, ya que las ondas no pueden propagarse en ciertas direcciones o rangos de frecuencia específicos [9]. El continuo estudio de las propiedades de los PnCs permite producir estructuras que controlen el modo en que se propaga la onda de manera más óptima. Esto permite fabricar dispositivos como diodos acústicos, guías de ondas [10], filtros selectivos, superlentes acústicas [11], entre otros.

Es por ello que, los sistemas de guías de ondas de cristal fonónico (PnCW) han emergido como una fascinante área de investigación en los últimos años. Los cuales tienen propiedades como la manipulación de propagación de ondas acústicas, lo que ha mostrado un gran potencial para el control y direccionamiento de las ondas acústicas en una amplia gama de aplicaciones. El diseño de PnCW involucra la manipulación de parámetros como la geometría, el espaciado y la composición del material [12]. Esto permite la creación de bandas de frecuencia específicas donde las ondas acústicas pueden ser confinadas y guiadas a lo largo de caminos predeterminados. Esta capacidad de controlar la propagación del sonido abre un amplio abanico de aplicaciones potenciales, que van desde dispositivos de procesamiento de señales acústicas [13] hasta sistemas de aislamiento de

ruido [14]. En los últimos años, se han realizado avances significativos en la comprensión teórica, la simulación y la fabricación de guías de ondas de cristal fonónico. Se han explorado diversas configuraciones de guías de ondas, incluyendo guías de ondas unidimensionales, bidimensionales y tridimensionales [15].

Además, los PnCs comparten varias similitudes con los cristales fotónicos (PCs), como la existencia simultánea de las bandas prohibidas fotónicas y fonónicas [16]. Por lo que una de nuestras hipótesis es que los PnCs comparten la dinámica caótica de los PCs en sistemas de geometrías similares [17]. Bajo este contexto, el análisis de la función de autocorrelación (ACF) ha demostrado ser una herramienta útil para comprender y caracterizar de manera teórica y experimental el comportamiento caótico; en particular, en fibras ópticas con sección transversal no circulares donde los rayos de luz exhiben una dinámica caótica [18, 7]. La función de autocorrelación proporciona información sobre las propiedades estadísticas de la respuesta acústica del sistema. La ACF permite evaluar la similitud de una señal consigo misma a medida que se desplaza en el tiempo o el espacio (en el caso estacionario).

En nuestro trabajo consideramos dos sistemas acústicos de PnCWs bidimensionales de longitud infinita y finita, compuestos por dos superficies acústicas suaves y un arreglo periódico de inclusiones cilíndricas circulares de latón como muestra la *Figura 19*. Las inclusiones actúan como reflectores y difractores de las ondas, lo que resulta en una modificación del campo de presiones en comparación con el caso de superficies acústicas suaves sin inclusiones.

Para las simulaciones numéricas se utiliza el Método de la Ecuación Integral (IEM) [19], el cual es una herramienta poderosa para el análisis de la respuesta acústica, ya que considera la interacción entre las superficies y las inclusiones cilíndricas. Además, permite estudiar el comportamiento de los modos normales en diferentes configuraciones geométricas y espectros de frecuencias, como nuestro sistema en particular.

En nuestras simulaciones, hemos observado que el arreglo periódico de inclusiones cilíndricas circulares de latón tiene un efecto con cambios significativos en los patrones de la intensidad del campo de presión al aumentar la frecuencia. Éste es analizado con la ACF y su longitud de correlación que decae a frecuencias más altas para ambos sistemas. Esto es un indicativo de un comportamiento caótico del sistema.

El fenómeno de la dinámica caótica en la PnCW podría conllevar a aplicaciones como la detección de defectos en la geometría de los cristales con la ACF, la transmisión y el control de las ondas acústicas con metamateriales o la encriptación de la información.

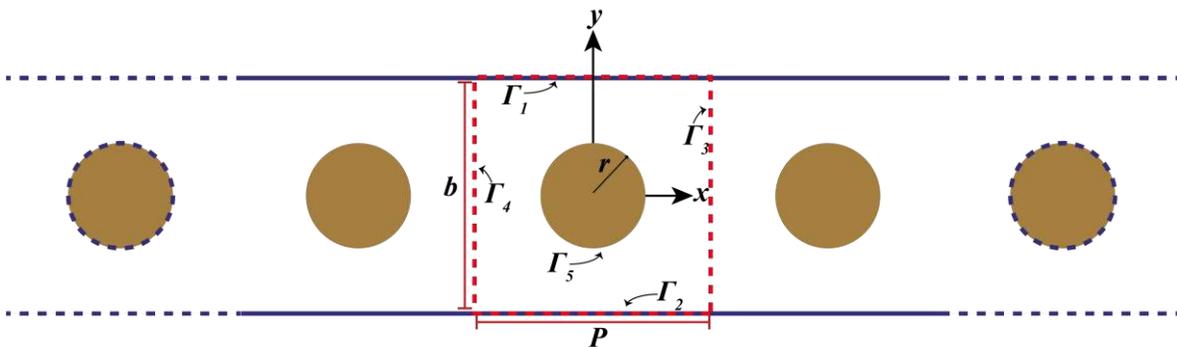


Figura 19. Diagrama de una PnCW con inclusiones de superficies acústicas.

METODOLOGÍA

En primera instancia es necesario encontrar la ecuación que caracteriza al problema planteado. La ecuación de onda es el elemento central que determina y condiciona la propagación de ondas acústicas en un medio determinado. Para ello consideramos la teoría de los continuos en un medio homogéneo, lo que significa que sus propiedades en el estado no perturbado son las mismas en todas partes. También consideramos el caso de fluidos perfectos, ya que estos no se deforman ni

permiten la propagación de ondas mecánicas transversales por lo que se ignoran procesos como la disipación de energía debida a la viscosidad. Por lo que, se realiza una aproximación lineal en la ecuación de continuidad de la masa, la ecuación de fuerza no viscosa y ecuación de estado entorno a un estado estacionario inicial del sistema [20], obteniendo

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

$$-\nabla p(\mathbf{r}, t) = \rho_0 \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\mathbf{p} = B s, \quad (3)$$

donde \mathbf{u} es la velocidad vectorial media del fluido, B es llamado el módulo volumétrico adiabático, s es la condensación en cualquier punto y \mathbf{p} es la presión acústica en cualquier punto, considerada armónica en el tiempo. Así, de las Ecs. (1), (2) y (3) obtenemos la ecuación de onda

$$\nabla^2 p(\mathbf{r}) + k^2 p(\mathbf{r}) = 0, \quad (4)$$

siendo

$$k^2 = \left(\frac{\omega}{c_m} \right)^2, \quad (5)$$

la magnitud del vector de onda que nos da la relación de dispersión en función de la frecuencia ω y la velocidad de la onda en el medio c_m . La única propiedad del medio que aparece en la Ec. (4) es la velocidad de la onda, la cual depende de condiciones como temperatura y presión del laboratorio y que se encuentra estrechamente relacionada con la oposición que presenta el medio a la propagación de la onda de presión. Es por ello que la impedancia acústica específica toma un papel fundamental ya que es el cociente entre la presión acústica en un punto del medio y la velocidad instantánea de las partículas en ese punto,

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{p}}{\mathbf{u}}. \quad (6)$$

Hay tres casos límite para la impedancia acústica de una superficie [21]: cuando la oposición del medio es enorme; es decir, no es posible perturbar el medio para ninguna presión se dice que la impedancia $\mathbf{Z} \rightarrow \infty$ y la superficie es rígida. El caso contrario de la superficie suave ocurre cuando $\mathbf{Z} \rightarrow 0$ por lo que una pequeña presión sobre superficie induce una gran velocidad. El tercer caso es cuando el cociente de la impedancia es uno, lo que representa que es un medio no reflectante. Además, cuando la impedancia es finita y distinta de cero se considerará un material real, y debido a que consideramos ondas planas y armónicas en el tiempo, la impedancia acústica característica viene dada por [22]

$$\mathbf{Z}_m = \rho c_m, \quad (7)$$

siendo la densidad ρ el principal parámetro constitutivo que determina las características de la propagación de las ondas acústicas en el medio. Se obtiene la relación de dispersión para medios acústicos reales para medios constitutivos reales al sustituir la Ec. (7) en la Ec. (5), se tiene que

$$k = \frac{\rho_r \omega}{\mathbf{Z}_r c_m}, \quad (8)$$

Siendo ρ_r y \mathbf{Z}_r la densidad relativa y la impedancia acústica característica relativa del medio respecto al aire, respectivamente. Finalmente, al tratar un sistema de este tipo es necesario considerar las condiciones de frontera sobre la interfaz de medios involucrados [23]:

$$p^{(1)} = p^{(2)}, \quad (9)$$

$$\frac{c_{m_1}}{\mathbf{Z}_{m_1}} \frac{\partial p^{(1)}}{\partial n} = \frac{c_{m_2}}{\mathbf{Z}_{m_2}} \frac{\partial p^{(2)}}{\partial n}. \quad (10)$$

La primera condición nos dice que la presión es continua sobre la interfaz; esto es, que no existe ninguna fuerza neta en la interfaz que separe a los medios. La segunda condición nos dice que la componente normal de la presión es continua y exige que los medios involucrados permanezcan en contacto [24].

GUÍA INFINITA

Considerando que el sistema de una PnCW (como se muestra en la Fig. 1) es periódico a lo largo de la dirección de la guía de ondas, es posible aplicar el teorema de Bloch [25]. El cual establece que el campo puede escribirse como producto de una onda plana y una función periódica a lo largo de su dirección de periodicidad, $\mathbf{p}(x, y) = \mathbf{p}(x + \mathbf{P}, y)$, como

$$\mathbf{p}(x + \mathbf{P}, y) = \mathbf{p}(x, y) \exp(-i\mathbf{K}\mathbf{P}) \quad (11)$$

donde \mathbf{K} es el vector unidimensional de Bloch.

Para calcular numéricamente las intensidades de presiones correspondientes de los modos propios del sistema, usamos el IEM [26]. Para cada j -ésimo medio corresponde un término como la Ec. (4) que puede ser representada en forma integral, considerando como solución la función de Green bidimensional y la segunda identidad del teorema de Green [27]. Así, es obtenida la forma general de la ecuación integral de Helmholtz para el j -ésimo medio,

$$\frac{1}{4\pi} \oint_{\Gamma} \left[G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial p(\mathbf{r}')}{\partial n'} - p(\mathbf{r}') \frac{\partial G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n'} \right] ds' = p(\mathbf{r}) \theta(\mathbf{r}), \quad (12)$$

con

$$\mathbf{G}(\mathbf{R}) = \frac{i}{4} H_0^1(kR), \quad (13)$$

siendo $H_0^1(\zeta)$ la función de Hankel de primer tipo y orden cero, $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ y $\theta(\mathbf{r}) = 1$ si \mathbf{r} está dentro de la región j y $\theta(\mathbf{r}) = 0$ en caso contrario. Dada la geometría, el problema se debe plantear como un sistema de n ecuaciones (una por cada región o interfaz entre medios homogéneos distintos) en las que se deben satisfacer las condiciones de frontera anteriormente mencionadas que son

$$\mathbf{p}^{(1)} = \mathbf{p}^{(2)}, \quad (14)$$

$$\frac{c_{m1}}{Z_{m1}} \frac{\partial \mathbf{p}^{(1)}}{\partial n} = \frac{c_{m2}}{Z_{m2}} \frac{\partial \mathbf{p}^{(2)}}{\partial n}. \quad (15)$$

Para los casos idealizados en los que se tienen superficies acústicas suaves o rígidas, las cuales se caracterizan por tener impedancia nula e infinita respectivamente, el problema se simplifica notablemente. Por ejemplo, en el caso de la superficie suave, el campo es cero por lo que no hay presión dentro de la superficie. Por otro lado, en el caso de la superficie rígida, la derivada normal del campo es nula, por lo que los modos se propagan incluso con la superficie [28]. Para resolver la Ec. (12) numéricamente, es necesario hacer una discretización dividiendo la curva Γ de la región j en segmentos de curva Γ_i de longitud de arco Δs lo suficientemente pequeños para que el campo y su derivada normal sean constantes. Así, las integrales de la Ec. (12) para la región j pueden aproximarse como sigue:

$$\oint_{\Gamma} \left[G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial E(\mathbf{r}')}{\partial n'} \right] ds' \approx \sum_n \Phi_n L_{mn}, \quad (16)$$

$$\oint_{\Gamma} \left[p(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial G(\mathbf{r}')}{\partial n'} \right] ds' \approx \sum_n \Psi_n N_{mn}, \quad (17)$$

siendo

$$\Phi_n = \frac{\partial p(\mathbf{r}')}{\partial n'} \Big|_{\mathbf{r}'=\mathbf{r}'_n}, \quad (18)$$

$$\Psi_n = p(\mathbf{r}') \Big|_{\mathbf{r}'=\mathbf{r}'_n}, \quad (19)$$

$$L_{mn} = \int_{s_n - \Delta s/2}^{s_n + \Delta s/2} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') ds', \quad (20)$$

y

$$N_{mn} = \int_{s_n - \frac{\Delta s}{2}}^{s_n + \frac{\Delta s}{2}} \frac{\partial G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial \mathbf{n}'} ds' \tag{21}$$

En las expresiones anteriores el subíndice m denota el punto de observación y n el de integración. Sustituyendo la Ec. (13) en las Ecs. (20) y (21) para obtener formas explícitas, es necesario además considerar que la función de Green tiene una singularidad removible en el caso bidimensional en $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$; ya que en este punto es donde se localiza la fuente puntual que da origen a esta función. Se llega entonces a que las Ecs. (20) y (21) son respectivamente los elementos de matriz dados por [29]

$$L_{mn} = [1 - \delta_{mn}] \frac{i\Delta s}{4} H_0^{(1)}(k_j |\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_n|) + \left[\frac{i\Delta s}{4} H_0^{(1)}\left(k_j \frac{\Delta s}{2e}\right) \right] \delta_{mn}, \tag{22}$$

$$N_{mn} = [1 - \delta_{mn}] \frac{i\Delta s k_j}{4} \hat{\mathbf{n}}_n \cdot \frac{(\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_n)}{|\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_n|} H_1^{(1)}(k_j |\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_n|) + \left[\frac{1}{2} + \frac{\Delta s}{4\pi} \hat{\mathbf{n}}_n \cdot \hat{\mathbf{t}}_n' \right] \delta_{mn}, \tag{23}$$

siendo $\hat{\mathbf{n}}_n$ la normal y $\hat{\mathbf{t}}_n'$ el vector de curvatura de la superficie punto a punto. Por tanto, hemos convertido el conjunto de ecuaciones integrales de la Ec. (12) en un sistema de ecuaciones lineales homogéneo que puede ser representado por matrices como:

$$M(\mathbf{K}, \omega)F(\mathbf{K}, \omega) = \mathbf{0}, \tag{24}$$

donde M es la matriz representativa asociada al sistema, la cual depende de la frecuencia ω y el vector de Bloch \mathbf{K} . Dado que el sistema de ecuaciones es homogéneo, se puede obtener una solución no trivial si el determinante de dicha matriz es cero. Es posible determinar la estructura de bandas al encontrar la relación de dispersión $\omega = \omega(\mathbf{K})$ y con ella los modos propios del sistema. Para ello, definimos la función determinante:

$$D(\mathbf{K}, \omega) = \text{Ln}(|\det(M(\mathbf{K}, \omega))|) \tag{25}$$

la cual presenta puntos mínimos locales que darán la relación de dispersión numérica $\omega(\mathbf{K})$, que determina los modos propios del sistema al obtener la estructura de bandas y para una frecuencia específica se puede obtener la correspondiente intensidad del campo de presión acústica.

GUÍA FINITA

Debido a que en la naturaleza las dimensiones de este tipo de sistemas son finitas, podemos modelar un sistema más realista al tomar el caso de la PnCW caracterizada por el número de celdas unitarias consecutivas a elegir, por lo que, podemos truncar el sistema infinito para obtener un modelo finito de la guía de ondas como se muestra en la Fig. 2. Además, consideramos una onda plana de presión que interactúa con el sistema a incidencia normal; así que además de la teoría ya mencionada, junto al hecho de que ahora es un problema de inversión de la matriz (esto es, un sistema matricial homogéneo) se considera un haz incidente (en la región R_0) y el cálculo del campo esparcido como respuesta de la guía de ondas.

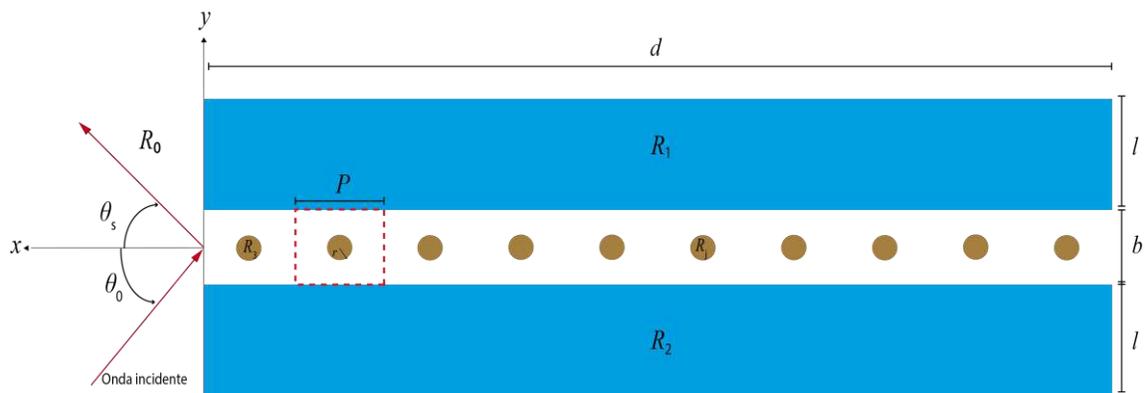


Figura 20. Diagrama de una PnCW finita con inclusiones de superficies acústicas.

Como ya se ha descrito el método numérico integral utilizamos las Ecs. (12) a (21) de tal modo que podemos expresar el campo en la región R_0 como

$$\mathbf{p}^{(0)}(\mathbf{r}) = \mathbf{p}_{inc}^{(0)}(\mathbf{r}) + \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^M \int_{\Gamma_j} \left[G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \mathbf{p}(\mathbf{r}')}{\partial n'} - \mathbf{p}(\mathbf{r}') \frac{\partial G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n'} \right] ds, \quad (26)$$

siendo los términos del lado derecho correspondientes al campo incidente y el campo esparcido, respectivamente. Luego para las demás regiones al hacer una aproximación al punto de observación se tiene

$$\mathbf{p}^{(j)}(\mathbf{r}) \theta_j(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \oint_{\Gamma_j} \left[\frac{\rho_{r,j}}{Z_{r,j}} G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \mathbf{p}_j(\mathbf{r}')}{\partial n'} - \mathbf{p}_j(\mathbf{r}') \frac{\partial G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n'} \right] \delta_{ji} ds, \quad (27)$$

donde $\theta_j(\mathbf{r}) = 1$ si \mathbf{r} está dentro del medio j -ésimo o cero en caso contrario, δ_{ji} es la distribución de Kronecker y $\rho_{r,j}$, $Z_{r,j}$ son la densidad y la impedancia del medio j relativa a la del aire, respectivamente. Con esto se halla el sistema algebraico inhomogéneo que tiene como incógnitas al campo y su derivada normal.

Ya que se debe considerar un haz incidente al sistema; el cual expresamos en términos de un espectro denotado por $A(\mathbf{q}, \mathbf{0})$ [30], de la forma

$$\mathbf{p}_{inc}(\mathbf{r}) = \int_{-\omega/c}^{\omega/c} \frac{d\mathbf{q}}{2\pi} A(\mathbf{q}, \mathbf{0}) e^{i(qx - \alpha_0(q)y)}, \quad (28)$$

siendo

$$\alpha_0(q) = [(\omega/c)^2 - q^2]^{1/2}, \quad (29)$$

y

$$A(\mathbf{q}, \mathbf{0}) = \psi_0 \sqrt{\pi} g \exp \left\{ \frac{-(gq)^2}{4} + i\alpha_0(q)d \right\}, \quad (30)$$

donde la parte real e imaginaria de α_0 son positivos, ψ_0 es una constante con unidades apropiadas y d es la separación de las placas que se muestra en la Fig. 2. Similarmente los campos esparcidos transmitido ($x > d$) y reflejado ($x < 0$), pueden ser escritos con el signo + para el campo reflejado y el - para el transmitido [31],

$$\mathbf{p}_{sc}^{\pm}(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\mathbf{q}}{2\pi} S^{\pm}(\mathbf{q}, \kappa) e^{-i(qx \pm \alpha_0(q)y)}, \quad (31)$$

donde

$$S^{\pm}(\mathbf{q}, \kappa) = \frac{i}{2\alpha_0(q)} \sum_{j=1}^M \left[\int_{\Gamma_j} \left[-\frac{\partial \mathbf{p}^0(\mathbf{r})}{\partial n} \Big|_{\Gamma_j} \right] e^{-i(qx \mp \alpha_0(q)y)} ds \right], \quad (32)$$

siendo M el número de cuerpos existentes que en nuestro caso son 12 (las dos placas y las 10 inclusiones). Para la propagación de ondas, podemos identificar las componentes del vector de onda dado como $\mathbf{q} = k \mathbf{sen}(\theta_s)$ y $\alpha_0(q) = k \mathbf{cos}(\theta_s)$, donde θ_s es el ángulo de esparcimiento ya sea reflejado o el transmitido. Con estas formas de los campos incidente, reflejado y transmitido se pueden obtener las potencias incidente y esparcida y con ello la reflectancia y transmitancia. Las frecuencias de propagación en el sistema son aquellas en las que la reflectancia es mínima.

RESULTADOS

En métodos computacionales es común introducir valores adimensionales, por lo que nuestros resultados fueron calculados en términos de un vector de Bloch reducido dado por $\mathbf{K}_r = (\mathbf{P}/2\pi)\mathbf{K}$ y una frecuencia reducida dada por $\omega_r = (\mathbf{P}/2\pi)\omega$. Para la obtención de resultados confiables en el caso de altas frecuencias, es necesario utilizar intervalos de discretización Δs pequeños. Además, debido a que las propiedades estadísticas vislumbran comportamientos desordenados en los sistemas donde se presenta el fenómeno de caos, calculamos el promedio de la función de

autocorrelación ACF para varios conjuntos de datos. Esto nos dice la similitud entre el comportamiento de la función en cierto punto y su comportamiento en cualquier punto consecutivo. La función de autocorrelación es positiva cuando la relación entre los valores es lineal (son muy similares) y es negativa cuando la relación es lineal e inversa (son muy diferentes) y es nula cuando no existe relación lineal [32, 33]. Para comparar los casos considerados se obtiene la desviación estándar de la ACF (la cual definimos como longitud de correlación) ya que es una medida que se usa para cuantificar la dispersión de un conjunto de datos numéricos [7, 8].

PNCW INFINITA

Consideremos el sistema de la Figura 19 con periodicidad $P = 2\pi \mu\text{m}$ en una sola dirección, con una separación entre las placas $b = 2\pi \mu\text{m}$, un arreglo periódico de inclusiones circulares con fracción de llenado $f = 0.3$ (radio $r = 1.9416 \mu\text{m}$) para un paso de discretización $\Delta s = 0.0126 \mu\text{m}$. Además, la función determinante $D(\mathbf{k}_r = \mathbf{0}, \omega_r)$ fue calculada para un número de frecuencias dado por $n_\omega = 400$ eligiendo un modo particular de propagación dado por $(\mathbf{k}_r = \mathbf{0}, \omega_r)$. Se modela la inclusión del latón ya que en primera instancia nuestra aproximación aplica para distintos tipos de materiales. Considerando su impedancia acústica característica por un valor de $Z = 40$ MRayls, considerada una superficie rígida real; mientras que, las placas superior e inferior del sistema están compuestas por material acústico suave.

Se obtienen así las intensidades del campo de presión así como las ACFs. Cabe mencionar que la fila superior de las figuras siguientes corresponde a resultados sobre toda la celda unitaria y la segunda fila para un cuadrante inferior izquierdo de la celda unitaria. Los resultados numéricos obtenidos van para frecuencias de $\omega = 326$ Hz en la Figura 21 y $\omega = 16.952$ MHz en la Figura 22, $\omega = 66.640$ MHz en la Figura 23 (tres veces más que el rango audible humano). Se toman conjuntos de datos a lo largo de distintos valores de y que equidistan por una distancia $0 < \varepsilon$ cada una de las ACFs son calculadas a partir de $N_p = 3063$ puntos de muestreo. La segunda columna de las Figs. Figura 21 a Figura 23 muestran el caso de 20 ACFs equidistantes, para las cuales son calculadas las longitudes de autocorrelación. La tercera columna de las Figs. Figura 21 a Figura 23 se refieren al promedio de 1200 ACFs exhibiendo comportamiento de decaimiento de ésta con el aumento de la frecuencia.

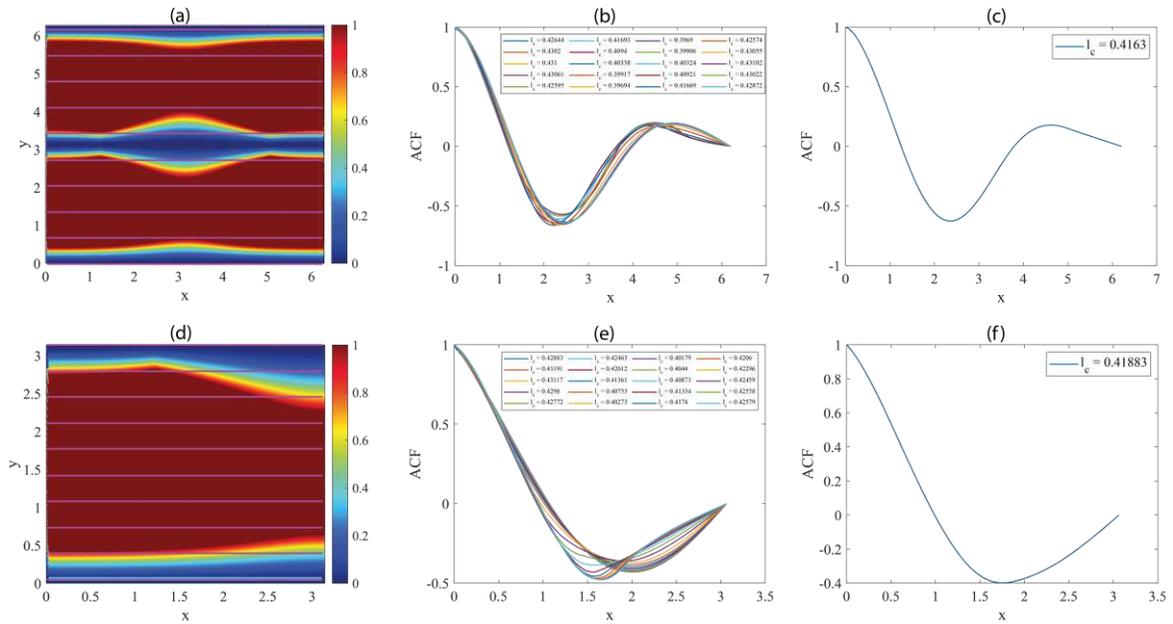


Figura 21. Intensidad de campo para PnCW infinita con ACFs obtenidas para baja frecuencia.

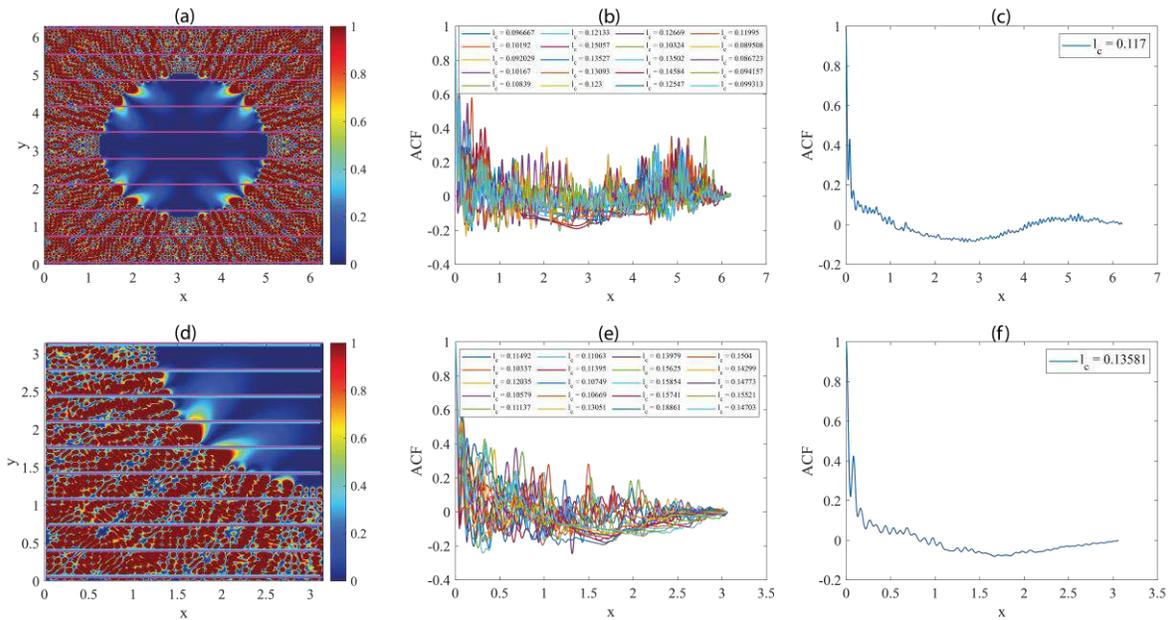


Figura 22. Intensidad de campo para PnCW infinita con ACFs obtenidas para mediana frecuencia.

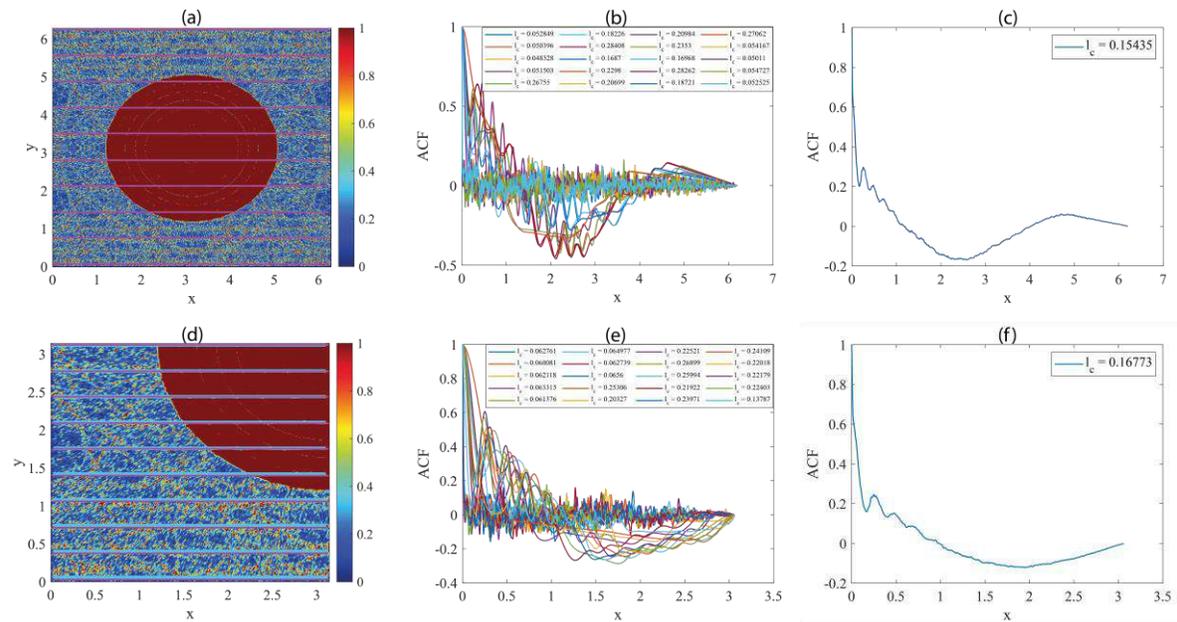


Figura 23. Intensidad de campo para PnCW infinita con ACFs obtenidas para alta frecuencia.

PNCW FINITA

El diagrama esquemático del caso de la guía finita de longitud $d = 20\pi \mu\text{m}$ se muestra en la Figura 20. Los resultados mostrados a continuación son obtenidos considerando la separación de las placas $b = 2\pi \mu\text{m}$, las cuales tienen un espesor de $l = 30 \mu\text{m}$ para evitar efectos de borde, con fracción de llenado $f = 0.3$ ($r = 1.94 \mu\text{m}$) y periodicidad truncada $P = 2\pi \mu\text{m}$ para un paso de discretización $\Delta s = 0.0383 \mu\text{m}$.

Al igual que en el sistema finito se consideran las inclusiones de latón, mientras que las placas son de material acústico suave. Las intensidades del campo de presión obtenidas para frecuencias de $\omega = 724.39 \text{ Hz}$ en la Figura 24, $\omega = 66.255 \text{ MHz}$ en la Figura 25 y $\omega = 33.154 \text{ MHz}$ en la Figura 26 debido a la limitación del recurso computacional. Las ACFs son calculadas a partir de $N_p = 6254$ puntos de muestreo, de igual manera sobre 20 conjuntos de datos en la segunda columna de las figuras y sobre el promedio de 1200 ACFs sobre la tercera columna. A partir del promedio de las ACFs se obtiene la longitud de correlación $l_c = 0.16135$, $l_c = 0.03376$ y $l_c = 0.0509$, correspondiente a cada frecuencia. Similarmente al sistema infinito, en ambos casos el aumento de la frecuencia resulta en una longitud de correlación que tiende a cero excepto en el último caso, lo cual atribuimos a que el paso de discretización no es suficientemente pequeño.

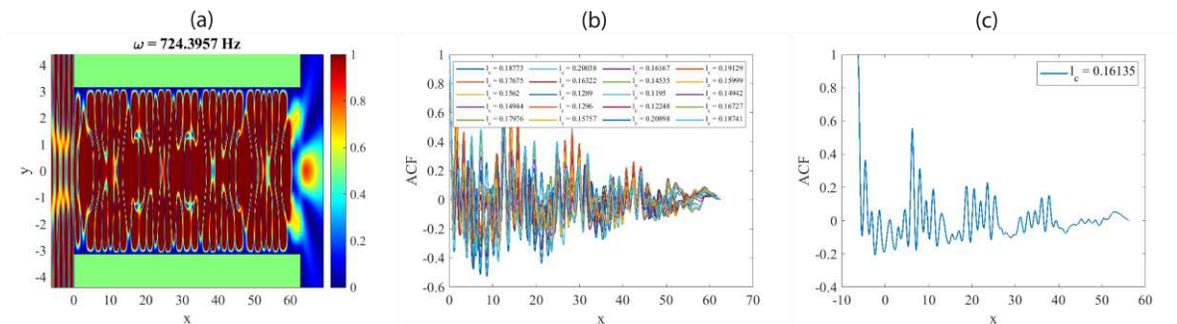


Figura 24. Intensidad de campo para PnCW finita con ACFs obtenidas para baja frecuencia.

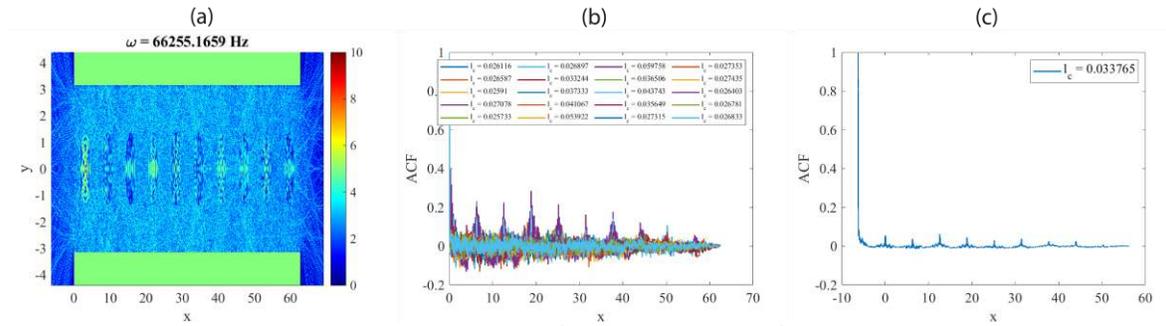


Figura 25. Intensidad de campo para PnCW infinita con ACFs obtenidas para mediana frecuencia.

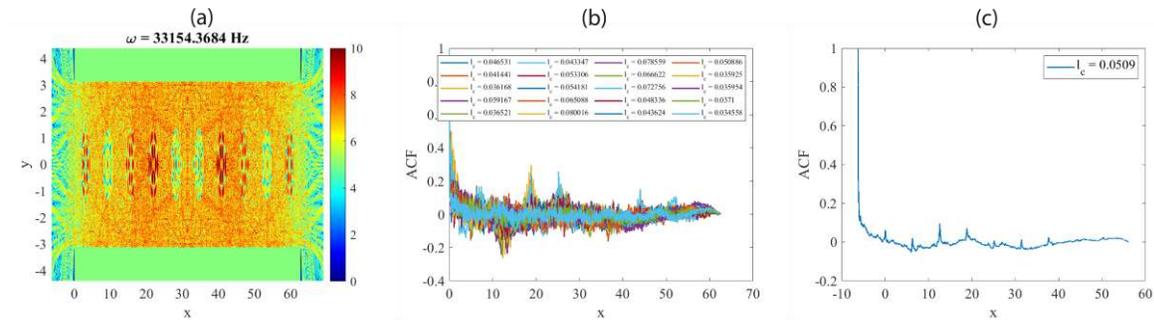


Figura 26. Intensidad de campo para PnCW infinita con ACFs obtenidas para alta frecuencia.

CONCLUSIONES

El método integral numérico es una técnica de solución de ecuaciones diferenciales complejas que no tienen solución analítica. En particular, se utiliza para resolver la ecuación de onda en sistemas complejos de cristales fonónicos. Los cristales fonónicos son materiales artificiales que tienen una estructura periódica y que pueden manipular la propagación de ondas sonoras. Estos cristales se componen de una matriz de material elástico y de un conjunto de objetos dispersores que se encuentran periódicamente distribuidos en la matriz. Los objetos dispersores pueden ser esferas, cilindros o cualquier otra forma geométrica. Es por ello que, se realizó un estudio teórico y numérico sobre los efectos caóticos en guías de ondas de cristal fonónico de tamaño infinito y finito con inclusiones cilíndricas de distintos materiales; específicamente el latón. Aplicando el método integral numérico para estudiar la respuesta acústica del sistema y el fenómeno de caos en el mismo, se encontró que conforme aumenta la frecuencia, se aprecian patrones de campo desordenados; así como un decaimiento en la función de autocorrelación y en la longitud de correlación, lo cual atribuimos a un comportamiento caótico análogo al sistema clásico correspondiente del sistema de billares de Sinai.

BIBLIOGRAFÍA

1. A. R. McGurn., Introduction to photonic and phononic crystals and metamaterials, Synthesis Lectures on Materials and Optics, Vol. 1 (2), pp. 1-209, 2020.
2. Y. Pennec, V. J. O., B. Djafari-Rouhani, L. Dobrzynski y P. A. Deymier, Two-dimensional phononic crystals: Examples and applications, Surface Science Reports, Vol. 65 (8), pp. 229-291, 2010.
3. G. Jiang, Y. Liu, Y. Wu, W. Xu, Q. Kong y C. Zhang, Transmission and radiation of acoustic oblique incident through tube arrays based on phononic crystals theory, Applied Acoustics, vol. 116, p. 117–126, 2017.

4. M. Maldovan, Sound and heat revolutions in phononics, *Nature*, Vol. 503 (7475), pp. 209-217, 2013.
5. R. Markarian, Billares. Modelos con Dinámicas Caóticas, *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, Vol. 9 (2), pp. 109-140, 2002.
6. H. I. Pérez-Aguilar y A. Mendoza-Suárez, Numerical study on a photonic crystal waveguide that includes a dispersive metamaterial, *Óptica pura y aplicada*, Vol. 49 (3), pp. 115-123, 2016.
7. V. Doya, O. Legrand y F. Mortessagne, Light Scarring in an Optical Fiber, *Physical Review Letters*, Vol. 88 (1), p. 014102, 2002.
8. G. Sugihara y R. M. May, Nonlinear forecasting as a way of distinguishing chaos from measurement error in time series, *Nature*, Vol. 344 (6268), p. 734, 1990.
9. A. Khelif, A. Choujaa, S. Benchabane, B. Djafari Rouhani y V. Laude, Guiding and bending of acoustic waves in highly confined phononic crystal waveguides, *Applied physics letters*, vol. 84, nº 00, pp. 4400--4402, 2004.
10. P. H. Otsuka y et al., Broadband evolution of phononic-crystal-waveguide eigenstates in real- and k-spaces, *Scientific reports*, vol. 3, nº 1, p. 3351, 2013.
11. M. Chen, H. Jiang, H. Zhang, D. Li y Y. Wang, Design of an acoustic superlents using single-phase metamaterials with a star-shaped lattice structure, *Scientific reports*, vol. 8, nº 1, pp. 1--8, 2018.
12. Z. Jia, Y. Chen, H. Yang y L. Wang, Designing phononic crystals with wide and robust band gaps, *Physical Review Applied*, vol. 9, nº 4, p. 044021, 2018.
13. I. El Kady, R. H. Olsson III y J. G. Fleming, Phononic band-gap crystals for radio frequency communications, *Applied Physics Letters*, vol. 92, nº 23, p. 233504, 2008.
14. D. Torrent y J. Sánchez Dehesa, Acoustic cloaking in two dimensions: a feasible approach, *New Journal of Physics*, vol. 10, nº 6, p. 063015, 2008.
15. J. Liu, H. Guo y T. Wang, A review of acoustic metamaterials and phononic crystals, *Crystals*, vol. 10, nº 4, p. 305, 2020.
16. Y. Pennec y et. all, Simultaneous existence of phononic and photonic band gaps in periodic crystal slabs, *Optics express*, vol. 18, nº 13, pp. 1430--14310, 2010.
17. D. Navarro Urríos y et. all, Nonlinear dynamics and chaos in an optomechanical beam, *Nature communications*, vol. 8, nº 1, p. 14965, 2017.
18. V. Doya, O. Legrand y F. Mortessagne, Speckle statistics in a chaotic multimode fiber, *Physical Review E*, vol. 65, nº 5, p. 056223, 2002.
19. A. Mendoza Suárez y H. Pérez Aguilar, Numerical integral methods to study plasmonic modes in a photonic crystal waveguide with circular inclusions that involve a metamaterial, *Photonics and Nanostructures-Fundamentals and Applications*, vol. 21, pp. 1--12, 2016.
20. D. T. Blackstock, *Fundamentals of physical acoustics*, A. S. o. America, Ed., 2001.
21. J. H. Ginsberg, *Acoustics: A Textbook for Engineers and Physicists*, vol. 1, Springer, 2018.
22. L. L. Beranek y T. Mellow, *Acoustics: sound fields and transducers.*, Academic Press, 2012.
23. P. Filippi, A. Bergassoli, D. Habault y J. P. Lefebvre., *Acoustics: basic physics, theory, and methods*, 1998.
24. A. R. F. A. B. C. a. J. V. S. Lawrence E. Kinsler, *Fundamentals of acoustics.*, John Wiley & Sons, 2000.
25. F. Bloch, Über die quantenmechanik der elektronen in kristallgittern, *Zeitschrift für physik*, vol. 52, nº 7, pp. 555--600, 1929.
26. H. Pérez-Aguilar, A. Mendoza-Suárez, E. S. Tututi y I. F. Herrera-González, Disordered field patterns in a waveguide with periodic surfaces, *Progress In Electromagnetics Research B.*, Vol. 48, pp. 329-346, 2013.
27. H. Pérez-Aguilar, A. Mendoza-Suárez, E. S. Tututi y I. Herrera-González, Chaotic behavior of a quantum waveguide, *Physica B*, Vol. 411, pp. 93-98, 2013.
28. E. R. Pike y S. Pierre C, *Scattering, Two-Volume Set: Scattering and Inverse Scattering in Pure and Applied Science.*, Elsevier, 2001.

29. A. Mendoza Suárez, F. Villa Villa y J. A. Gaspar Armenta, Numerical method based on the solution of integral equations for the calculation of the band structure and reflectance of one- and two-dimensional photonic crystals, *JOSA B*, vol. 23, nº 10, pp. 2249--2256, 2006.
30. H. Pérez-Aguilar, C. I. Valencia, E. R. Méndez y J. A. Sánchez-Gil, On the transmission of diffuse light through thick slits, *J. Opt. Soc. Am. A.*, Vol. 26 (4), 2009.

VIOLACIÓN DE CP LEPTÓNICA A LA LUZ DE LOS NUEVOS RESULTADOS EXPERIMENTALES

María del Rocío Aparicio-Méndez¹, E. Barradas-Guevara², O. Félix-Beltrán¹, F. González- Canales¹

¹Facultad de Ciencias de la Electrónica

²Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

mariadelrocio.aparicio@correo.buap.mx

RESUMEN

En los últimos meses los análisis globales de los experimentos sobre oscilaciones de neutrinos han predicho que la fase tipo Dirac, δ_{CP} , genera una violación de CP máxima. Además, la existencia de un cuarto neutrino, estéril, ha sido descartada por los experimentos nucleares de oscilación de neutrinos. Sin embargo, a partir de estos experimentos no es posible obtener información sobre las fases de violación de CP tipo Majorana o sobre la anomalía g-2 del muón. En este trabajo se considera un estudio independiente de modelos, en el cual los neutrinos adquieren masa a través del mecanismo seesaw, la matriz de mezclas del sabor leptónico es construida considerando que la matriz unitaria asociada a los neutrinos izquierdo tiene la forma del patrón de sabor democrático, mientras que la matriz asociada a los leptones cargados es representada a con una matriz hermitiana con dos ceros de textura. En este estudio teórico, a través de un análisis numérico, se obtiene que los ángulos de mezcla solar, atmosférico y del reactor, así como la fase de violación de CP tipo Dirac, reproducen correctamente los valores reportados por los ajustes globales. Por consiguiente, se puede obtener una región de valores para las fases de violación de CP tipo Majorana. Además, se analizan las implicaciones fenomenológicas de estos resultados en la desintegración doble beta sin neutrinos y en la anomalía g-2 del muón. Entonces, es fácil concluir que hacer una desviación mínima del patrón del sabor leptónico democrático es un buen punto de partida para construir extensiones del Modelo Estándar de Partículas Elementales.

INTRODUCCIÓN

Aunque el descubrimiento de las masas y mezclas del sabor de los neutrinos puede considerarse como uno de los mayores avances en la comprensión de la física de partículas elementales, ya que fue la primera evidencia experimental a favor de un modelo más allá del Modelo Estándar (BSM) [1-2]. El descubrimiento experimental de un ángulo de mezcla del reactor distinto de cero [3-5] marcó el comienzo de una nueva era en la física de partículas. Estos resultados experimentales han ampliado la estructura del sabor en el sector leptónico, brindándonos la primera indicación de una nueva fuente de violación de CP [6]. Sin embargo, los experimentos de oscilación de neutrinos no resuelven la cuestión de si los neutrinos son partículas Majorana o Dirac, ni nos dan información sobre la escala de la masa absoluta de los neutrinos, ni sobre los factores de fase de tipo Majorana. Las fases de Majorana entran en amplitudes de desintegración que violan el número leptónico, como la desintegración doble beta sin neutrinos [7]. Por lo tanto, una observación experimental de la desintegración doble beta sin neutrinos puede probar la escala absoluta de las masas de los neutrinos y la naturaleza del término de masa de los neutrinos, es decir, los neutrinos serían partículas de Majorana. Ahora es bien sabido que los neutrinos tienen un valor pequeño para sus masas, menos de eV, lo que naturalmente puede explicarse considerando a los neutrinos como partículas de Majorana [8]. El patrón de mezcla Democrático (DC) [8] considera un ángulo máximo de mezcla atmosférica $\theta_{23} = 45^\circ$ y un ángulo solar $\theta_{12} \approx 54.7^\circ$, mientras que el ángulo del reactor se postula como cero. Además, en el marco de DC, la matriz de masa de leptones cargados se considera con una forma diagonal, cuyos elementos son las masas de los leptones cargados. El

patrón de sabor DC fue descartado por la medición experimental del ángulo del reactor, que reporta un ángulo de mezcla del reactor del orden de ocho grados [3-5]. Sin embargo, no todo está perdido con respecto al patrón DC, si recordamos que la matriz de mezcla leptónica, PMNS, surge del desajuste entre la diagonalización de las matrices de masa de los leptones cargados y los neutrinos izquierdos. Entonces, una generalización realista al patrón DC surge al proponer que la matriz de masas de los neutrinos tiene el patrón DC, mientras que la matriz de masas de los leptones cargados es representada a través de una matriz hermitiana, la cual es elemento de una clase de equivalente con dos ceros de textura tipo IV [1, 9, 10].

PRELIMINARES

En el caso particular de considerar a los neutrinos como partículas de Majorana, el fenómeno de oscilación de neutrinos de baja energía es descrito por la densidad Lagrangiana [11]

$$\mathcal{L} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \bar{\ell}_L \gamma^\mu \nu_L W_\mu + \frac{1}{2} \bar{\nu}_R^c M_\nu \nu_L - \bar{\ell}_R M_\ell \ell_L + h. c., \quad (33)$$

la cual está escrita en la base de los eigenestados de sabor. En este Lagrangiano, el primer término corresponde a las corrientes cargadas, el segundo es un término de masa para los neutrinos de Majorana y la tercera parte corresponde al término de masa de leptones cargados. Por lo tanto, M_ν es la matriz de masas de neutrinos, mientras que M_ℓ es la matriz de masas de leptones cargados. Asimismo, M_ν es la matriz de masas de los neutrinos la cual es una matriz simétrica compleja de 3×3 mientras que M_ℓ es la matriz de masas de los leptones cargados que, en general, es una matriz de masas compleja de 3×3 . Las matrices en la ec. (1) puede ser rotada a la base de los eigenestados de masa por medio de las transformaciones unitarias

$$M_\nu = U_\nu^* \Delta_\nu U_\nu^\dagger \quad \text{y} \quad M_\ell = U_\ell \Delta_\ell U_\ell^\dagger. \quad (34)$$

En esta base, las matrices de masa tienen la forma diagonal, $\Delta_\nu = \text{diag}(m_{\nu 1}, m_{\nu 2}, m_{\nu 3})$ y $\Delta_\ell = \text{diag}(m_e, m_\mu, m_\tau)$. Las matrices unitarias en la ecuación (2) se obtienen a partir del teorema de la descomposición en valores singulares. De las ecuaciones (1) y (2) los términos de las corrientes cargadas toman la forma

$$\mathcal{L}_{cc} = \bar{\ell}'_L \gamma^\mu U_{PMNS} \nu'_L, \quad (35)$$

donde $\ell'_L = U_\ell \ell_L$, $\nu'_L = U_\nu \nu_L$ y

$$U_{PMNS} = U_\ell^\dagger U_\nu = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu 1} & U_{\mu 2} & U_{\mu 3} \\ U_{\tau 1} & U_{\tau 2} & U_{\tau 3} \end{pmatrix}, \quad (36)$$

EL PATRÓN DE SABOR LEPTÓNICO DC

En el marco del patrón de mezcla de sabor DC, la matriz de masa de leptones cargados tiene una forma diagonal, mientras que los ángulos de mezcla solar, atmosférico y del reactor tienen los valores

$$\theta_{12} = 45^\circ, \theta_{23} = 54.7^\circ, \quad \text{y} \quad \theta_{13} = 0. \quad (37)$$

Así, la matriz unitaria U_l es igual a la matriz identidad, y la matriz PMNS tiene la forma $U_{TBM} = U_{PMNS} = U_\nu$ [8,14],

$$\mathbf{U}_{\text{DC}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \sqrt{\frac{2}{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}, \quad (38)$$

Además, se conserva la simetría CP, lo que significa que los factores de fase son nulos. En este esquema, la matriz de masas de neutrinos tiene la forma

$$\mathbf{M}_\nu = \begin{pmatrix} b_\nu & a_\nu & -\sqrt{2}a_\nu \\ a_\nu & b_\nu + 2d_\nu & b_\nu + c_\nu \\ -\sqrt{2}a_\nu & b_\nu + c_\nu & b_\nu + d_\nu \end{pmatrix}, \quad (39)$$

donde

$$a_\nu = \frac{m_{\nu 2} - m_{\nu 1}}{2\sqrt{3}}, \quad b_\nu = \frac{m_{\nu 1} + m_{\nu 2}}{2}, \quad c_\nu = -\frac{(\sqrt{2}+3)(m_{\nu 1} + m_{\nu 2})}{6} + \frac{\sqrt{2}m_{\nu 3}}{3}, \quad d_\nu = -\frac{m_{\nu 1} + m_{\nu 2}}{6} + \frac{m_{\nu 3}}{3}. \quad (40)$$

Desafortunadamente, de acuerdo con los datos experimentales actuales sobre las oscilaciones de neutrinos, el patrón de sabor leptónico de DC no puede hacer una descripción correcta de la naturaleza, ya que el ángulo de mezcla del reactor no es nulo. Además, hay una gran cantidad de evidencia en favor de la violación de CP en oscilación de neutrinos. En la tabla 1 se presentan los valores experimentales para los ángulos de mezcla y la diferencia de masas para el orden normal e invertido (BF se refiere a un mejor ajuste) [12]

Parámetro	BFP $\pm 1\sigma$	Rango 3σ
$\Delta m_{21}^2: [10^{-5} \text{eV}^2]$	$7.50_{-0.20}^{+0.22}$	6.94 – 8.14
$\Delta m_{31}^2: [10^{-3} \text{eV}^2]$ (JN)	$2.55_{-0.03}^{+0.02}$	2.47 – 2.63
$\Delta m_{13}^2: [10^{-3} \text{eV}^2]$ (JI)	$2.45_{-0.03}^{+0.02}$	2.37 – 2.53
$\sin^2 \theta_{12}/10^{-1}$	3.18 ± 0.16	2.71 – 3.69
$\sin^2 \theta_{23}/10^{-1}$ (JN)	5.74 ± 0.14	4.34 – 6.10
$\sin^2 \theta_{23}/10^{-1}$ (JI)	$5.78_{-0.17}^{+0.10}$	4.33 – 6.08
$\sin^2 \theta_{13}/10^{-2}$ (JN)	$2.200_{-0.062}^{+0.069}$	2.000 – 2.405
$\sin^2 \theta_{13}/10^{-2}$ (JI)	$2.225_{-0.070}^{+0.064}$	2.018 – 2.424
δ_{CP}/π (JN)	$1.32_{-0.15}^{+0.21}$	0.87 – 1.94
δ_{CP}/π (JI)	$1.56_{-0.15}^{+0.13}$	1.12 – 1.94
m_e MeV	0.5109989461 \pm 000000000031	
m_μ MeV	105.6583 \pm 0.0000024	
m_τ MeV	1776.86 \pm 0.12	

TABLA 1: Parámetros de oscilación de neutrinos para la jerarquía invertida y normal de las masas y los ángulos de mezcla. En las expresiones anteriores $\Delta m_{ij}^2 = m_{\nu i}^2 - m_{\nu j}^2$.

DESINTEGRACIÓN DOBLE BETA SIN NEUTRINOS

La desintegración beta doble sin neutrinos ($0\nu\beta\beta$) es un proceso de segundo orden en el que un núcleo se desintegra en otro por la emisión de dos electrones [15],

$$(A, Z) \rightarrow (A, Z + 2) + e^- + e^- \quad (41)$$

Esta supuesta transición nuclear está prohibida en el marco teórico del Modelo Estándar. En consecuencia, el estudio de todas las variaciones de $0\nu\beta\beta$ es igualmente interesante para investigar la denominada nueva física de partículas (NPP). El descubrimiento experimental de uno de estos procesos podría resolver la cuestión abierta sobre el valor absoluto de las masas de los neutrinos y su jerarquía en el espectro de masas. Además, el $0\nu\beta\beta$ podría ser una herramienta fundamental para el estudio de neutrinos físicos, ya que esta transición nuclear sólo existe si los neutrinos son partículas de Majorana, lo que significa que sería la primera señal de la no conservación del número leptónico. La amplitud para $0\nu\beta\beta$ es proporcional a la masa efectiva de Majorana [16]

$$m_{ee} = \sum_i m_{\nu_i} U_{ei}^2, \quad i = 1, 2, 3, \quad (42)$$

donde m_{ν_i} son las masas de los neutrinos de Majorana y U_{ei} los elementos de la primera fila de matriz de mezcla de sabor leptónico PMNS, ec. (4). En la parametrización simétrica de la matriz de mezclas de sabor leptónico, la masa efectiva de Majorana tiene la forma

$$|m_{ee}| = |m_{\nu_1} c_{12}^2 c_{13}^2 + m_{\nu_2} s_{12}^2 c_{13}^2 e^{-i2\phi_{12}} + m_{\nu_3} s_{13}^2 e^{-i2\phi_{13}}|, \quad (43)$$

donde ϕ_{12} y ϕ_{13} son los factores de fase de Majorana. En la expresión anterior, las masas de los neutrinos m_{ν_i} se pueden escribir en términos de la masa del neutrino más ligero a través de las expresiones

$$m_{\nu_{3[2]}} = \sqrt{m_{\nu_{1[3]}} + \Delta m_{31[23]}^2}, \quad \text{y} \quad m_{\nu_{2[1]}} = \sqrt{m_{\nu_{1[3]}} + \Delta m_{21[31]}^2}, \quad (44)$$

donde $m_{\nu_{1[3]}}$ es la masa del neutrino más ligero para la jerarquía normal [invertida] en el espectro de masas de neutrino. Adicionalmente, la masa $m_{\nu_{1[3]}}$ es considerada como el único parámetro libre en la masa efectiva m_{ee} .

ANOMALÍA $g - 2$

Como es bien sabido, este año el Fermilab publicó sus resultados sobre el momento magnético anómalo del muón [21] que, junto con los datos del BNL [22], mostró una inconsistencia con la predicción del modelo SM. Desde entonces se han propuesto muchas ideas para explicar la discrepancia entre experimento y teoría. En esta línea de pensamiento, en el marco teórico de los modelos de simetría de norma izquierda-derecha, la corriente cargada derecha puede contribuir significativamente a la anomalía $g - 2$. Por esta razón, existen procesos en los que están involucrados el bosón de norma W_R y los neutrinos dextrógiros ν_R . De hecho, la fórmula general se obtuvo bajo dos regímenes [23]

$$\Delta a_\mu(\nu_R, W_R) = \begin{cases} 2.2 \times 10^{-11} \left(\frac{g_R}{g_L}\right)^2 \left(\frac{1 \text{ TeV}}{M_{W_R}}\right)^2 \sum_i^3 |(U_{PMNS}^R)_{\mu i}|^2, & \text{si } M_{W_R} \gg m_{\nu_R} \\ 2.1 \times 10^{-11} \left(\frac{g_R}{g_L}\right)^2 \left(\frac{1 \text{ TeV}}{M_{W_R}}\right)^2 \sum_i^3 |(U_{PMNS}^R)_{\mu i}|^2, & \text{si } M_{W_R} \approx m_{\nu_R} \end{cases} \quad (45)$$

Tenga en cuenta que la observable Δa_μ depende de la masa del bosón de norma W_R , la matriz de mezcla de PMNS derecha y las tres especies de neutrinos derechos.

DESVIACIONES DEL PATRÓN DEL SABOR DC

Una posible modificación al patrón de sabor de DC puede provenir del sector de leptones cargados al considerar la matriz de masa de estos no tiene una forma trivial diagonal. En esta generalización del patrón TBM, la matriz de masas de neutrinos viene dada por la ecuación. (6), mientras que para fijar la forma de la matriz de masas de leptones cargados, proponemos varias clases de equivalencia cuyos elementos son matrices hermitianas con dos ceros de textura. Estas matrices hermitianas se pueden escribir como

$$M_\ell = \mathbf{U}_\ell^i \Delta_\ell \mathbf{U}_\ell^{i\dagger}, \quad (46)$$

donde

$$\mathbf{U}_\ell^i = \mathbf{T}_i \mathbf{P}_\ell^\dagger \mathbf{O}_\ell. \quad (47)$$

En esta expresión las \mathbf{T}_i son elementos de la representación real de \mathbf{S}_3

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_0 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \mathbf{T}_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & \mathbf{T}_2 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \mathbf{T}_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \mathbf{T}_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \mathbf{T}_5 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (48)$$

Mientras que \mathbf{P}_ℓ es la matriz diagonal de los factores de fase, los cuales se obtienen cuando la matriz de masas de los leptones cargados se escribe en forma polar, y \mathbf{O}_ℓ es una matriz ortogonal real cuya forma explícita es diferente para cada clase equivalente. Entonces, la matriz PMNS toma la forma

$$\mathbf{U}_{PMNS}^i = \mathbf{U}_\ell^\dagger \mathbf{U}_\nu = \mathbf{O}_\ell^T \mathbf{P}_\ell \mathbf{T}_i \mathbf{U}_{DC}. \quad (49)$$

CLASE EQUIVALENTE CON DOS CEROS DE TEXTURA TIPO-IV

La clase equivalente para matrices hermitianas con dos ceros de textura tipo IV tiene la forma [19]:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_\ell^0 &= \begin{pmatrix} f_\ell & a_\ell & 0 \\ a_\ell^* & b_\ell & 0 \\ 0 & 0 & d_\ell \end{pmatrix}, & \mathbf{M}_\ell^1 &= \begin{pmatrix} b_\ell & a_\ell & 0 \\ a_\ell^* & f_\ell & 0 \\ 0 & 0 & d_\ell \end{pmatrix}, & \mathbf{M}_\ell^2 &= \begin{pmatrix} d_\ell & 0 & 0 \\ 0 & b_\ell & a_\ell^* \\ 0 & a_\ell & f_\ell \end{pmatrix}, \\ \mathbf{M}_\ell^3 &= \begin{pmatrix} f_\ell & 0 & a_\ell \\ 0 & d_\ell & 0 \\ a_\ell^* & 0 & b_\ell \end{pmatrix}, & \mathbf{M}_\ell^4 &= \begin{pmatrix} d_\ell & 0 & 0 \\ 0 & f_\ell & a_\ell \\ 0 & a_\ell^* & b_\ell \end{pmatrix}, & \mathbf{M}_\ell^5 &= \begin{pmatrix} b_\ell & 0 & a_\ell^* \\ 0 & d_\ell & 0 \\ a_\ell & 0 & f_\ell \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (50)$$

donde $d_\ell = 1$,

$$a_\ell = \sqrt{(\tilde{f}_\ell - \tilde{m}_e)(\tilde{m}_\mu - \tilde{f}_\ell)} e^{i\phi_a}, \quad b_\ell = \tilde{m}_e + \tilde{m}_\mu - \tilde{f}_\ell. \quad (51)$$

Aquí $\tilde{f}_\ell = \frac{f_\ell}{m_\tau}$, $\tilde{m}_e = \frac{m_e}{m_\tau}$ y, $\tilde{m}_\mu = \frac{m_\mu}{m_\tau}$. En este caso la matriz diagonal de los factores de fase asociados a la violación de CP es $\mathbf{P}_\ell = \text{diag}(1, e^{i\phi_a}, e^{i\phi_a})$ con $\phi_a = \text{arg}\{a_\ell\}$. La matriz ortogonal real \mathbf{O}_ℓ es

$$O_\ell = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\tilde{m}_\mu - \tilde{f}_\ell}{\tilde{m}_\mu - \tilde{m}_e}} & \sqrt{\frac{\tilde{f}_\ell - \tilde{m}_e}{\tilde{m}_\mu - \tilde{m}_e}} & 0 \\ \sqrt{\frac{\tilde{f}_\ell - \tilde{m}_e}{\tilde{m}_\mu - \tilde{m}_e}} & \sqrt{\frac{\tilde{m}_\mu - \tilde{f}_\ell}{\tilde{m}_\mu - \tilde{m}_e}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (52)$$

Estas dos últimas expresiones corresponden a los factores de fase de los elementos de la matriz de masa compleja están definidos en el intervalo de semicerrado $(-\pi, \pi]$. El parámetro debe satisfacer la condición $\tilde{m}_\mu > \tilde{f}_\ell > \tilde{m}_e$. Los ángulos de mezcla del sabor toman la forma

$$\sin^2 \theta_{12} = \frac{1}{2} + \kappa_1 \varepsilon_{12}, \quad \sin^2 \theta_{23} = \kappa_2 \varepsilon_{23}, \quad \sin^2 \theta_{13} = \kappa_3 \varepsilon_{13}, \quad (53)$$

donde $\kappa_1 = 1$, $\varepsilon_{12} = 0$, $\kappa_2 = \varepsilon_{23} = 1$ para \mathbf{M}_ℓ^2 y \mathbf{M}_ℓ^4 , lo cual implica que el ángulo de mezcla solar y atmosférico tiene un valor constante de $\frac{\pi}{2}$ y $\frac{\pi}{4}$, respectivamente. Los valores numéricos anteriores para los ángulos de mezcla solar y atmosférico no están en acuerdo con los resultados experimentales actuales sobre oscilaciones de neutrinos, por tanto, las matrices de masa de los leptones cargados \mathbf{M}_ℓ^2 y \mathbf{M}_ℓ^4 no son fenomenológicamente viables. Por consiguiente, en este análisis de masas y mezclas de leptones sólo nos enfocaremos en las matrices de masa \mathbf{M}_ℓ^0 , \mathbf{M}_ℓ^1 , \mathbf{M}_ℓ^3 y \mathbf{M}_ℓ^5 .

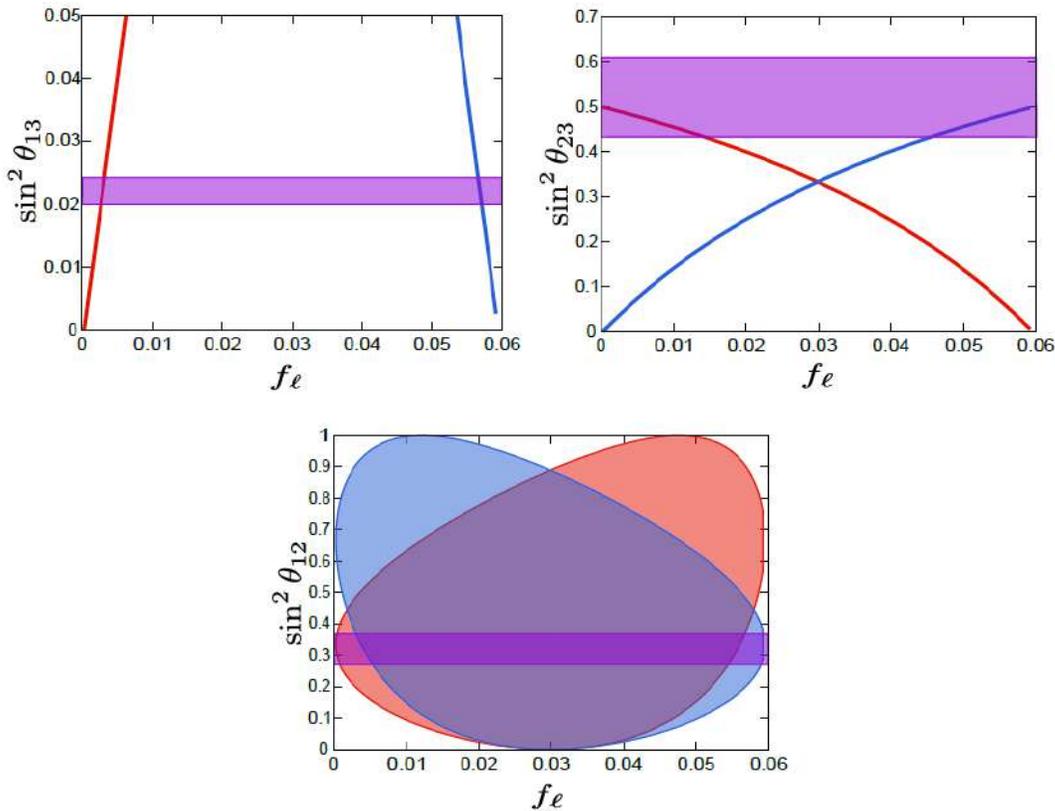


Figura 27: Las regiones permitidas para los ángulos de mezcla del reactor (panel superior izquierdo), atmosférico (panel superior derecho) y solar (panel inferior) en función del parámetro libre \tilde{f}_ℓ . La franja morada corresponde a los valores en 3σ para los ángulos de mezcla del reactor, atmosférico y solar obtenidos del ajuste global, para una jerarquía normal e invertida [6]. En estos paneles el área roja es para \mathbf{M}_ℓ^0 y \mathbf{M}_ℓ^3 y el área azul es para \mathbf{M}_ℓ^1 y \mathbf{M}_ℓ^5 .

Así, el ángulo del reactor, $\kappa_3 = \frac{2}{3}$ para \mathbf{M}_ℓ^0 y \mathbf{M}_ℓ^1 , $\kappa_3 = \frac{1}{3}$ para \mathbf{M}_ℓ^3 y \mathbf{M}_ℓ^5 , $\varepsilon_{13} = \frac{\tilde{f}_\ell - \tilde{m}_e}{\tilde{f}_\ell - \tilde{m}_e}$ para \mathbf{M}_ℓ^0 y \mathbf{M}_ℓ^3 . Finalmente, $\varepsilon_{13} = \frac{\tilde{m}_\mu - \tilde{f}_\ell}{\tilde{f}_\ell - \tilde{m}_e}$ para \mathbf{M}_ℓ^1 y \mathbf{M}_ℓ^5 . Para el ángulo atmosférico, $\kappa_2 = 2$ para \mathbf{M}_ℓ^0 y \mathbf{M}_ℓ^1 , $\kappa_2 = 1$ para \mathbf{M}_ℓ^3 y \mathbf{M}_ℓ^5 ,

$$\begin{aligned}\varepsilon_{23} &= \frac{\tilde{m}_\mu - \tilde{f}_\ell}{3\tilde{m}_\mu - 2\tilde{f}_\ell - \tilde{m}_e} \text{ para } \mathbf{M}_\ell^0, \\ \varepsilon_{23} &= \frac{\tilde{f}_\ell - \tilde{m}_e}{\tilde{m}_\mu + 2\tilde{f}_\ell - 3\tilde{m}_e} \text{ para } \mathbf{M}_\ell^1, \\ \varepsilon_{23} &= \frac{\tilde{m}_\mu - \tilde{f}_\ell}{3\tilde{m}_\mu - \tilde{f}_\ell - 2\tilde{m}_e} \text{ para } \mathbf{M}_\ell^3, \\ \varepsilon_{23} &= \frac{\tilde{f}_\ell - \tilde{m}_e}{2\tilde{m}_\mu + \tilde{f}_\ell - 3\tilde{m}_e} \text{ para } \mathbf{M}_\ell^5.\end{aligned}\tag{54}$$

Para el ángulo de mezcla solar, $\kappa_1 = \sqrt{3}$ para \mathbf{M}_ℓ^0 y \mathbf{M}_ℓ^1 , $\kappa_1 = \sqrt{6}$ para \mathbf{M}_ℓ^3 y \mathbf{M}_ℓ^5 ,

$$\begin{aligned}\varepsilon_{12} &= -\frac{\sqrt{(\tilde{m}_\mu - \tilde{f}_\ell)(\tilde{f}_\ell - \tilde{m}_e)}}{3\tilde{m}_\mu - 2\tilde{f}_\ell - \tilde{m}_e} \cos \phi_a \text{ para } \mathbf{M}_\ell^0, \\ \varepsilon_{12} &= -\frac{\sqrt{(\tilde{m}_\mu - \tilde{f}_\ell)(\tilde{f}_\ell - \tilde{m}_e)}}{\tilde{m}_\mu + 2\tilde{f}_\ell - 3\tilde{m}_e} \cos \phi_a \text{ para } \mathbf{M}_\ell^1, \\ \varepsilon_{23} &= \frac{\sqrt{(\tilde{m}_\mu - \tilde{f}_\ell)(\tilde{f}_\ell - \tilde{m}_e)}}{3\tilde{m}_\mu - \tilde{f}_\ell - 2\tilde{m}_e} \cos \phi_a \text{ para } \mathbf{M}_\ell^3, \\ \varepsilon_{23} &= \frac{\sqrt{(\tilde{m}_\mu - \tilde{f}_\ell)(\tilde{f}_\ell - \tilde{m}_e)}}{2\tilde{m}_\mu + \tilde{f}_\ell - 3\tilde{m}_e} \cos \phi_a \text{ para } \mathbf{M}_\ell^5.\end{aligned}\tag{55}$$

RESULTADOS

La Figura 1 muestra las regiones permitidas para los ángulos de mezcla del reactor, atmosférico y solar en función del parámetro libre \tilde{f}_ℓ . A partir de estas regiones, obtenemos que, para reproducir correctamente el valor de los ángulos de mezcla del sabor leptónico, a 3σ , obtenidos a partir de un ajuste global, el parámetro \tilde{f}_ℓ debe de estar en los siguientes intervalos:

$$\begin{aligned}\tilde{f}_\ell &\in [2.66 \times 10^{-3}, 3.16 \times 10^{-3}] \text{ para } \mathbf{M}_\ell^0 \text{ y } \mathbf{M}_\ell^3, \\ \tilde{f}_\ell &\in [5.66 \times 10^{-2}, 5.71 \times 10^{-2}] \text{ para } \mathbf{M}_\ell^1 \text{ y } \mathbf{M}_\ell^5.\end{aligned}\tag{56}$$

Para las matrices de masa \mathbf{M}_ℓ^0 , \mathbf{M}_ℓ^1 , \mathbf{M}_ℓ^3 y \mathbf{M}_ℓ^5 por un lado, las expresiones para los ángulos de mezcla del reactor y atmosférico no dependen explícitamente del factor de fase ϕ_a . Mientras que el ángulo de mezcla solar tiene una dependencia débil con respecto al mismo factor de fase.

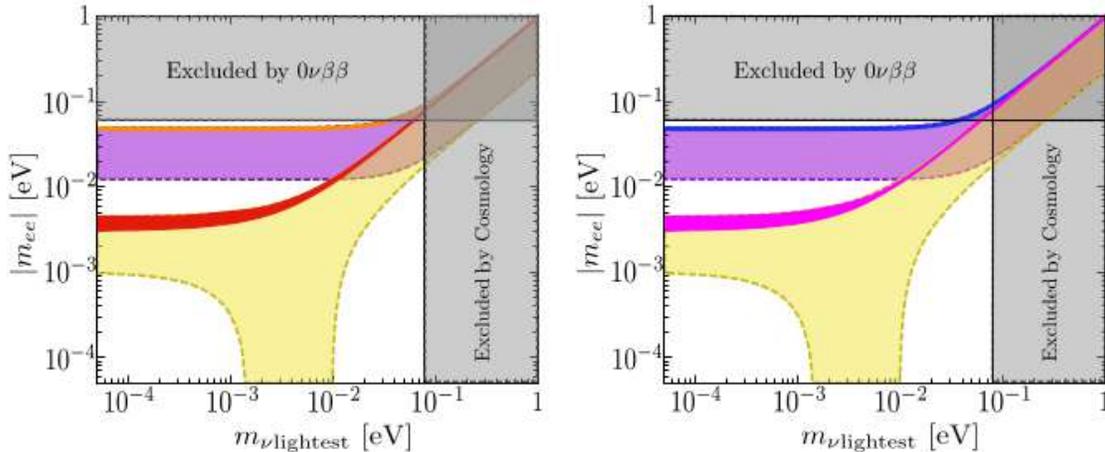


Figura 28: Estos paneles muestran las regiones permitidas para la magnitud de la masa efectiva de Majorana $|m_{ee}|$. Respectivamente, para una jerarquía normal e invertida en el espectro de masas de los neutrinos, la región amarilla y la purpura son obtenidas a partir de los datos experimentales actuales sobre oscilación de neutrinos a 3σ . En el panel de la derecha el área magenta corresponde a una jerarquía normal, mientras que el área azul es para una jerarquía invertida, ambas áreas son obtenidas a partir de M_1^1 y M_1^5 . En el panel de la izquierda, el área roja es para una jerarquía normal, mientras que el área naranja es para una jerarquía invertida, ambas áreas son obtenidas a partir de M_1^0 y M_1^3 .

En la Figura 2, mostramos las regiones permitidas para la magnitud de la masa efectiva de Majorana $|m_{ee}|$, la cual se obtuvo en el contexto independiente de modelos, en donde la matriz de masa del neutrino tiene la forma democrática, mientras que la matriz de masas de los leptones cargados es representada por un elemento de la clase de equivalencia con dos ceros de textura tipo-IV.

CONCLUSIONES

En un marco teórico independiente del modelo, presentamos una generalización del patrón de mezcla de sabor leptónico DC. En esta modificación al patrón DC, la matriz unitaria que diagonaliza a la matriz de masas de neutrinos se representa por medio del patrón de mezcla de sabor DC, mientras que la matriz de masa de leptones cargados está representada por uno de los elementos de las clases de equivalencia con dos ceros de textura tipo-IV. Para esta clase de equivalencia, mostramos una desviación del patrón DC en términos de las masas de leptones cargados, así como expresiones teóricas y su espacio de parámetros para los ángulos de mezcla del sabor leptónico. Finalmente, presentamos las implicaciones fenomenológicas de valores numéricos de los factores de fase "similares a Majorana" en la desintegración doble beta sin neutrinos.

BIBLIOGRAFÍA

1. E. Barradas-Guevara, O. Félix-Beltrán, and F. Gonzalez-Canales, International Journal of Modern Physics A, Vol. 38, Nos. 4 & 5, (2003) 235003.
2. T. Ohlsson, Nuclear Physics B 908, 1 (2016), ISSN 0550-3213, neutrino Oscillations: Celebrating the Nobel Prize in Physics 2015, <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0550321316300621>.
3. Y. Abe et al. (Double Chooz), Phys. Rev. Lett. 108, 131801 (2012), 1112.6353.
4. F. P. An et al. (Daya Bay), Phys. Rev. Lett. 108, 171803 (2012), 1203.1669.

5. J. K. Ahn et al. (RENO), *Phys. Rev. Lett.* 108, 191802 (2012), 1204.0626.
6. P. F. de Salas, D. V. Forero, S. Gariazzo, P. Martínez-Mirave, O. Mena, C. A. Ternes, M. Tortola, and J. W. F. Valle, *Journal of High Energy Physics* 2021 (2021), ISSN 1029-8479, [http://dx.doi.org/10.1007/JHEP02\(2021\)071](http://dx.doi.org/10.1007/JHEP02(2021)071).
7. P. Zyla et al. (Particle Data Group), *PTEP* 2020, 083C01 (2020).
8. H. Fritzsch and Z.-z. Xing, *Phys. Lett. B* 440, 313 (1998), hep-ph/9808272.
9. P. F. Harrison, D. H. Perkins, and W. G. Scott, *Phys. Lett. B* 530, 167 (2002), hep-ph/0202074.
10. Y. Ahn, H.-Y. Cheng, and S. Oh, *Phys. Lett. B* 715, 203 (2012), 1105.4460.
11. P. Chen, S. Centelles Chulia, G.-J. Ding, R. Srivastava, and J. W. Valle, *Phys. Rev. D* 98, 055019 (2018), 1806.03367.
12. P. F. de Salas, D. V. Forero, S. Gariazzo, P. Martínez-Mirave, O. Mena, C. A. Ternes, M. Tortola and J. W. F. Valle, *J. High Energy Phys.* 2021, 71 (2021), [https://doi.org/10.1007/jhep02\(2021\)071](https://doi.org/10.1007/jhep02(2021)071).
13. K. Hochmuth, S. Petcov, and W. Rodejohann, *Phys. Lett. B* 654, 177 (2007), 0706.2975.
14. W. Rodejohann and J. Valle, *Phys. Rev. D* 84, 073011 (2011), 1108.3484.
15. E. Barradas-Guevara, O. Felix-Beltran, F. Gonzalez-Canales, and M. Zeleny-Mora, *Phys. Rev. D* 97, 035003 (2018), 1704.03474.
16. M. H. Rahat, P. Ramond, and B. Xu, *Physical Review D* 98 (2018), <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.98.055030>.
17. W. H. Furry, *Phys. Rev.* 56, 1184 (1939).
18. C. Broerio, O. Cremonesi, and S. Dell'Oro, *Frontiers in Physics* 7, 86 (2019), <https://www.frontiersin.org/article/10.3389/fphy.2019.00086>.
19. H. Fritzsch and Z.-z. Xing, *Prog. Part. Nucl. Phys.* 45, 1 (2000), hep-ph/9912358.
20. F. Gonzalez Canales, A. Mondragon, and M. Mondragon, *Fortsch. Phys.* 61, 546 (2013), 1205.4755.
21. B. Abi et al. (Muon g-2), Measurement of the Positive Muon Anomalous Magnetic Moment to 0.46 ppm, *Phys. Rev. Lett.* 126 (2021) 14 141801, arXiv:2104.03281 [hep-ex].
22. G. W. Bennett et al. (Muon g-2), Final Report of the Muon E821 Anomalous Magnetic Moment Measurement at BNL, *Phys. Rev. D* 73 (2006) 072003, arXiv:hep-ex/0602035.
23. M. Lindner, M. Platscher and F. S. Queiroz, A Call for New Physics : The Muon Anomalous Magnetic Moment and Lepton Flavor Violation (2016), arXiv:1610.06587 [hep-ph].

ANÁLISIS TRIBOLÓGICO DE LUBRICANTES DOPADOS CON NANOESTRUCTURAS DE CARBONO

Oxana Vasilievna Kharissova¹, Angie Miney Figueroa Tejada² y Demófilo Maldonado Cortés³

^{1,2} Universidad Autónoma de Nuevo León, ³Universidad de Monterrey
oxana.kharissova@uanl.edu.mx, miney.figueroatjd@uanl.edu.mx

RESUMEN

El aumento del rendimiento en los lubricantes industriales es crucial para prolongar la vida útil de las partes de maquinarias y reducir los costos de mantenimiento. Respecto a ello, varias investigaciones han demostrado que la incorporación de nanopartículas (NPs) a lubricantes mejoran el comportamiento tribológico presente en los mecanismos de manufactura del sector industrial. En ese sentido, en este proyecto, se evaluó el desempeño tribológico de lubricantes con la incorporación de nanoestructuras de carbono, incluyendo MWCNT's con grupos funcionales, así como toroides nanométricos, mediante diversas pruebas y variaciones de concentración (wt% y proporción de agua) bajo condiciones de extrema presión. Para medir el rendimiento de los nanolubricantes, se llevó a cabo la prueba de 4 bolas, la cual permitió determinar la presión máxima que cada nanolubricante puede soportar, identificando así las concentraciones que obtuvieron los mejores resultados.

INTRODUCCIÓN

En la industria, se realizan diversos procesos destinados a la fabricación y obtención de productos, los cuales involucran el contacto entre superficies en movimiento relativo, generando fenómenos de fricción y desgaste. Para mejorar el desempeño tribológico, es común utilizar aditivos en los lubricantes, y se emplea la lubricación como estrategia para mitigar estos efectos. La tribología es la disciplina encargada de estudiar estas interacciones con el objetivo de optimizar y prolongar la vida útil de los equipos mediante el uso de nanomateriales y la lubricación [1].

Investigaciones realizadas en la última década han demostrado que la adición de nanopartículas (NPs) a los lubricantes ofrece avances significativos en el comportamiento tribológico. Estos avances dependen de diversos factores, como el porcentaje de adición, la geometría y el tipo estructural de las nanopartículas, así como las características de las superficies en contacto.

En el campo de la nanotecnología, se han desarrollado diversos métodos de síntesis para obtener estructuras nanométricas, destacando el carbono, el cual puede formar estructuras en dimensiones de 0D (fullerenos), 1D (nanotubos de carbono) y 2D (grafeno). Estas estructuras presentan propiedades físicas y químicas distintas según su configuración, las cuales pueden ser aplicadas en diversos campos tecnológicos para optimizar procesos industriales [2].

En este estudio, se evalúa el efecto de agregar nanotubos de carbono como aditivos en lubricantes. Considerando la necesidad de reducir la toxicidad y aumentar la biodegradabilidad de los lubricantes convencionales, se optó por diluirlos. Además, se incorporaron nanoestructuras de carbono, como los nanotubos de carbono de múltiples capas (MWCNT) funcionalizados con grupos COOH y OH, en lubricantes industriales a diferentes concentraciones. Se realizó un análisis exhaustivo del desempeño tribológico de estos lubricantes enriquecidos, evaluando la resistencia al desgaste y la capacidad de soportar cargas extremas. El estudio ofrece una alternativa prometedora para mejorar la eficiencia y reducir la toxicidad de los lubricantes convencionales utilizados en la industria.

Para evaluar el rendimiento tribológico de los lubricantes dopados y diluidos, se utilizó un tribómetro de 4 bolas. Los resultados preliminares indican que la adición de nanotubos de carbono puede mejorar la resistencia al desgaste y la capacidad de soportar cargas extremas. Además, la dilución con agua no afecta negativamente el rendimiento de los lubricantes con aditivos, lo cual muestra una

prometedora alternativa para reducir la toxicidad y mejorar la eficiencia tribológica de los lubricantes convencionales.

TEORÍA

Tribología

Es el estudio científico y tecnológico de las superficies en movimiento relativo y las prácticas relacionadas. Se enfoca en la fricción, el desgaste y la lubricación entre superficies. El objetivo es minimizar la fricción y el desgaste, ya que estos pueden causar pérdida de energía, desperdicio de material y disminución del rendimiento mecánico. La lubricación, con aditivos derivados de la nanotecnología, es una forma efectiva de controlar la fricción [3]. La capacidad de carga, la cicatriz de desgaste, el coeficiente de fricción y la presión limitante del agarrotamiento son parámetros importantes que se analizan en la tribología. Estos parámetros se utilizan en proyectos de investigación para comprender y mejorar el rendimiento de los sistemas tribológicos.

Fricción

En tribología se define a la fricción como la resistencia al movimiento entre dos cuerpos en contacto relativo. Es una fuerza que surge debido a las irregularidades superficiales y no es exclusiva de ningún material en particular. En el campo de la tribología, se reconocen distintos tipos de fricción según las condiciones de los cuerpos en contacto, como la fricción aerodinámica (entre un gas y un sólido), la fricción del líquido o fluido (entre una superficie líquida y una sólida), la fricción interna (dentro de las moléculas del mismo cuerpo) y la fricción sólida o seca (entre cuerpos sólidos) [4].

Desgaste

El término hace referencia a la pérdida irreversible de material en las superficies en movimiento relativo debido a cargas, temperatura o presión. Puede ocurrir a través de diferentes mecanismos, como la abrasión, adhesión, fatiga y deformación plástica. El desgaste no es una propiedad inherente del material y puede ser causado tanto por la fricción como por la degradación o corrosión del material [5]. En resumen, el desgaste en tribología se refiere a los cambios en las superficies que ocurren durante el movimiento y puede tener múltiples causas y mecanismo.

Lubricación

Consiste en la aplicación de películas o capas delgadas de sustancias (gases, líquidos o sólidos) de baja resistencia al corte para facilitar el deslizamiento de superficies y prevenir daños. Los lubricantes reducen la fricción y el desgaste. Sus principales funciones son controlar la fricción, enfriar el contacto y limpiar las superficies. Los lubricantes pueden ser líquidos, semisólidos o sólidos, y su elección depende de las características de los materiales en contacto [6]. La lubricación es esencial para mejorar el rendimiento y prolongar la vida útil de los sistemas tribológicos.

Nanoaditivos

Aquellas nanopartículas agregadas a los lubricantes para mejorar su eficiencia y propiedades tribológicas son conocidos como nanoaditivos. Los cuales ayudan a reducir el desgaste, la fricción y el consumo de energía. La adición de nanoaditivos ha mostrado avances significativos en la lubricación, disminuyendo el desgaste superficial y el coeficiente de fricción. Factores como la concentración de nanoaditivos, su geometría y tipo, así como la rugosidad de las superficies, influyen en su efectividad [7,8]. Los nanoaditivos han demostrado ser prometedores en la mejora de procesos industriales a través de una lubricación más eficiente.

PARTE EXPERIMENTAL

Preparación de NPs

El proceso de preparación de las nanoestructuras toroidales, se basó en el Método de Síntesis de nanotori a baja temperatura [9]. Este método implica un tratamiento fisicoquímico de nanotubos de carbono de múltiples capas (MWCNT's) previamente funcionalizados. Los MWCNT's se disuelven en una solución ácida que contiene diversos ácidos. Esta solución se agita magnéticamente en un

baño de hielo durante 48 horas. Luego, se realiza una limpieza y centrifugación de la solución en dos ocasiones, y se recoge el sobrenadante para obtener las nanoestructuras toroidales.

Los MWCNT alineados en estructuras tridimensionales fueron obtenidos mediante el método de síntesis en medio gaseoso conocido como Spray Pirólisis. En este proceso, se inyecta una mezcla de solvente orgánico (hidrocarburos) y catalizador (metal en un precalentador a una temperatura de 150°C. Además, se introduce gas inerte en el reactor para eliminar el oxígeno. El gas hidrocarburo se calienta a 650°C en un horno y, después de un tiempo de reacción de 5 a 20 minutos, los MWCNT's se depositan en el sustrato. El tiempo de inyección del gas en la cámara precalentadora afecta el crecimiento de los nanotubos.

Para la funcionalización se lleva a cabo una reacción química para agregar diferentes moléculas a la superficie de los nanotubos de carbono de múltiples capas, saturándolos de grupos radicales COOH y OH. Esta modificación tiene como objetivo alterar las propiedades de los nanotubos.

Preparación de nanolubricantes

Para este estudio, se seleccionó el lubricante sintético con código SM-40, que es comúnmente utilizado en los procesos de conformación de metales. La preparación del nanolubricante se llevó a cabo utilizando el método de dos pasos. En primer lugar, se sintetizaron las nanopartículas mencionadas anteriormente en forma de polvo. Posteriormente, estas fueron dispersadas en el lubricante, en concentraciones de 0.1% y 0.3% en peso de NPs, en relación al lubricante/agua de 1:5, 1:10, y también sin la adición de agua.

Pruebas tribológicas

La técnica de desgaste de 4 bolas es una prueba empleada para evaluar propiedades relacionadas con el desgaste y la fricción en una película lubricante. Se utiliza un tribómetro con cargas, velocidades y bases lubricantes específicas. En la prueba se colocan 3 bolas en un contenedor con el lubricante, mientras la cuarta bola ejerce movimiento rotacional y presión sobre las bolas estacionarias. Se evalúan cargas de 0 a 7200 Newtons durante períodos cortos de tiempo. Al finalizar la prueba, se comparan las mediciones de las cicatrices de desgaste y se determina la presión máxima soportada por la muestra.

Análisis

Para cada prueba, se midió el diámetro de la cicatriz del desgaste en las bolas de acero mediante un microscopio óptico. Esta información, junto con los datos de la capacidad de carga, nos permitió obtener el valor de la presión máxima soportada por cada nanolubricante.



Figura 1. Imagen por Microscopio óptico de las huellas/cicatrices de desgaste

RESULTADOS

En agosto de 2022 y febrero de 2023, se realizaron pruebas tribológicas utilizando el lubricante Sigralub M-40 como punto de partida y comparación. Se evaluaron las variaciones en el rendimiento a lo largo del tiempo mediante la adición de diluciones de agua en proporciones de 1:5, 1:10.

El Gráfico 1 muestra que el rendimiento de la base lubricante sin agua destilada es mayor en 2022 que en 2023, posiblemente debido a cambios en la composición y degradación del lubricante a lo largo del tiempo. Sin embargo, se observa una mejora en la presión soportada en las muestras de 2023 con diluciones de 1:5 y 1:10 en comparación con la muestra base sin agua, aunque el rendimiento general es inferior al de 2022.

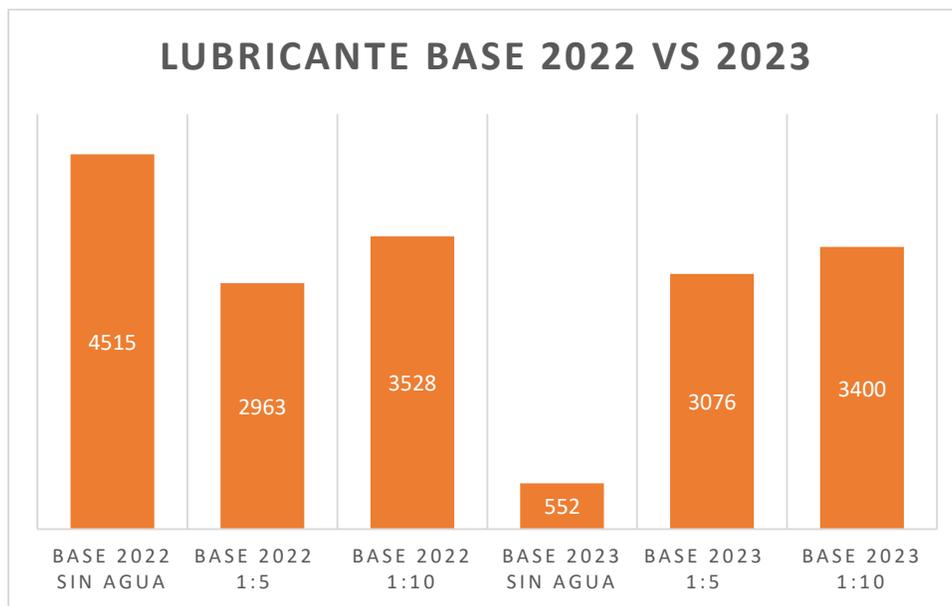


Gráfico 1. Presión total soportada por las bases en 2022 y 2023.

El Gráfico 2 reveló que el lubricante Sigralub con una adición de 0.1wt% de nanotubos de carbono multicapa funcionalizados con grupos OH, sin ser diluido, exhibió el mejor desempeño en términos de presión soportada. Las nanoestructuras y las concentraciones que demostraron un buen desempeño en combinación con agua fueron las siguientes: MWCNT OH con 0.1wt% en una proporción de 1:10, nanotoroide de 5 ml en una proporción de 1:10, MWCNT COOH con 0.1wt% en una proporción de 1:10, y MWCNT con 0.3wt%. Las cuales si presentaban una dilución importante respecto a la cantidad de agua destilada.

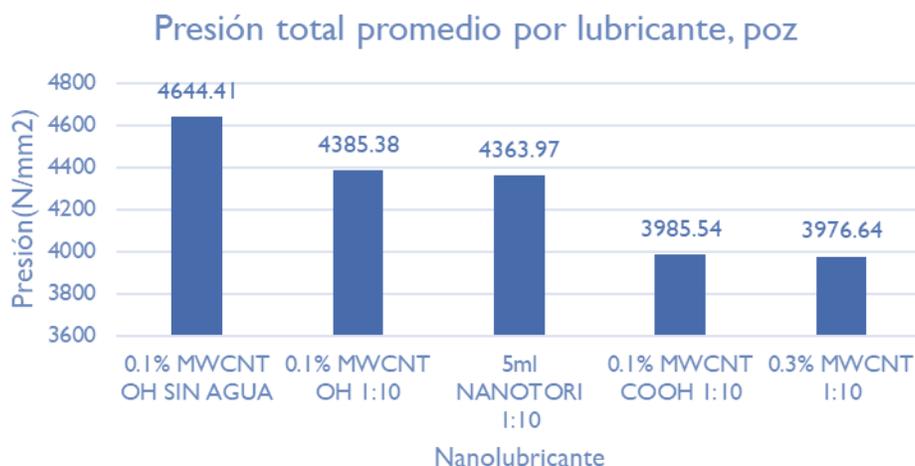


Gráfico 2. Presión total de las muestras con mejor desempeño tribológico.

CONCLUSIONES

Se observa que aquellas muestras con una dilución de 1:10 muestran una prometedora eficiencia para reducir la toxicidad del lubricante sin comprometer su desempeño. La mayoría de las muestras con nanoestructuras y diluciones exhiben una mejora significativa en comparación con la base lubricante de 2023, la cual ha perdido casi por completo su capacidad para soportar cargas de 7200 newtons. Es importante destacar que el aumento en la cantidad de nanoestructuras no siempre se traduce en una mejora en el rendimiento. Aunque se requiere completar y repetir algunas pruebas para obtener resultados completos, los hallazgos mencionados nos permiten identificar las mejores muestras para continuar con el análisis.

El mejor desempeño en términos de presión soportada corresponde al lubricante adicionado con 0.1wt% de MWCNT funcionalizados con grupos OH, sin dilución.

BIBLIOGRAFÍA

1. Ciulli, E. (2019). Tribology and Industry: From the Origins to 4.0. *Frontiers in Mechanical Engineering*, 5, 55.
2. Hamada, N., Sawada, S.I., Oshiyama, A. (1992). New one-dimensional conductors: Graphitic microtubules. *Physical Review Letters*, 68, 1579.
3. Jost, H. P. (1966). *Lubrication (Tribology) Education and Research, A Report on the Present Position and Industry's Needs*. London: Her Majesty's Stationary Office, Department of Education and Science.
4. Janahmadov, A.K., Javadov, M. (2019). *General Laws of Friction and Wear of Polymers*. 25–48.
5. Swain, B., Bhuyan, S., Behera, R. (2020). *Wear: A Serious Problem in Industry*. *Tribology in Materials and Manufacturing - Wear, Friction and Lubrication*,
6. Stachowiak, G.W. (Gwidon W.), Batchelor, A.W. (Andrew W.) *Tribology of polymers in Engineering tribology*. 883.
7. Gao, Q., Liu, S., Hou, K., Li, Z., Wang, J. (2022). Graphene-Based Nanomaterials as Lubricant Additives: A Review. *Lubricants* 2022, Vol. 10, Page 273, 10, 273.
8. Peña-Parás, L., Maldonado-Cortés, D., Kharissova, O. v., Saldívar, K.I., Contreras, L., Arqueta, P., Castaños, B. (2019). Novel carbon nanotori additives for lubricants with superior anti-wear and extreme pressure properties. *Tribology International*, 131, 488–495.

9. Kharissova, O. v, Arqueta, P., Maldonado, D. (2019). Síntesis y aplicación tribológica de nanoestructuras a base de carbono tridimensionales.

CARACTERIZACIÓN DEL POTENCIAL Φ^8 EN EL SISTEMA DE DUFFING

Ulises Uriostegui Legorreta¹, Zharky Ali Valdes Garcia¹, Eduardo Salvador Tututi Hernández¹

¹Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo
 ulises.uriostegui@umich.mx, zharky.valdes@umich.mx, eduardo.tututi@umich.mx

RESUMEN

Muchos fenómenos naturales y de la vida cotidiana se basan en modelos matemáticos no lineales, desde problemas de la física, química, finanzas y epidemiología. A menudo estos modelos provienen de ecuaciones que se representan en sistemas de baja dimensionalidad con un comportamiento caótico. Algunos de los sistemas más usados para esto son el sistema de Liénard, el sistema de van der Pol, el sistema de Duffing con diferentes tipos de potenciales y una combinación de estos dos últimos: el sistema de van der Pol-Duffing. La complejidad de estos sistemas mencionados radica en el tipo de potencial usado, por ejemplo, el sistema de Duffing con potenciales de tipo Φ^4 y Φ^6 ; estos potenciales pueden generar un máximo de 2 y 3 pozos, respectivamente. En este trabajo se analiza y estudia el sistema de Duffing con un potencial simétrico del tipo Φ^8 ; mostramos bajo qué condiciones el potencial tiene diferentes configuraciones de 1,2,3 y 4 pozos. A partir del discriminante del polinomio de tercer orden y mediante la fórmula de Cardano se ha realizado el análisis para determinar los valores de los parámetros del sistema donde se logran obtener la configuración de dos y cuatro pozos. Para determinar el rango de los valores de los parámetros, se resuelve mediante un sistema de desigualdades que posteriormente se resuelve numéricamente. La solución obtenida se muestra como conjuntos de condiciones que deben cumplir simultáneamente los parámetros. De un modo similar se analiza analíticamente el discriminante y los posibles tipos de factorización de la deriva del potencial Φ^8 , así se encuentran nuevos parámetros que generan las distintas configuraciones del potencial. Finalmente se comparan los resultados obtenidos numéricamente y analíticamente. Se logra caracterizar y obtener una tabla con las características de los parámetros para los diferentes tipos de configuraciones que tiene el potencial simétrico de tipo Φ^8 . El caso de la configuración de cuatro pozos es un resultado importante y sobresaliente por su alta simetría, ya que reduce las condiciones de los parámetros del sistema.

INTRODUCCIÓN

El sistema de Duffing es uno de los modelos no lineales más conocidos en la física y las matemáticas. Este modelo fue propuesto para describir oscilaciones forzadas, sin embargo, estudios posteriores mostraron que este oscilador tiene una amplia gama de aplicaciones, en particular, se ha empleado en la investigación de sistemas dinámicos, en problemas de bifurcaciones, en teoría de control y en la investigación de arreglos de osciladores caóticos acoplados con excitaciones armónicas [1]. De hecho, las ecuaciones tipo Duffing se han investigado desde diferentes puntos de vista, especialmente en relación con la aparición de comportamientos caóticos [1,3,4].

El sistema de Duffing que genera un comportamiento caótico es siguiente:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= u, \quad (1) \\ \dot{u} &= -\sigma u - \frac{dV(x)}{dx} + A \cos(\omega t), \quad (2) \end{aligned}$$

donde σ es un parámetro de disipación y $V(x)$ una función potencial. Una complejidad de este sistema proviene del tipo de potencial usado. En particular, los potenciales simétricos de tipo Φ^4 y Φ^6 ya han sido estudiados [1, 2, 3, 4], caso contrario del potencial tipo Φ^8 que no se ha analizado con detalle [5]. Los siguientes potenciales simétricos son del tipo Φ^4 , Φ^6 y Φ^8

$$V_1(x) = \frac{\alpha}{2}x^2 + \frac{\beta}{4}x^4 \quad (3)$$

$$V_2(x) = \frac{\alpha}{2}x^2 + \frac{\beta}{4}x^4 + \frac{\gamma}{6}x^6 \quad (4)$$

$$V_3(x) = \frac{\alpha}{2}x^2 + \frac{\beta}{4}x^4 + \frac{\gamma}{6}x^6 + \frac{\delta}{8}x^8 \quad (5)$$

con α, β, γ y δ números reales.

El potencial simétrico de tipo Φ^8 es un potencial que puede generar 1, 2, 3 o 4 pozos. Lo que nos interesa saber es qué condiciones deben cumplir los coeficientes del potencial para que tenga determinada cantidad de pozos. Para calcular los pozos (o mínimos) se calculan las raíces de la derivada:

$$\frac{dV_3(x)}{dx} = \alpha x + \beta x^3 + \gamma x^5 + \delta x^7 = x(\alpha + \beta x^2 + \gamma x^4 + \delta x^6) = 0 \quad (6) \rightarrow \alpha + \beta z + \gamma z^2 + \delta z^3 = 0, \quad (7)$$

Donde el polinomio (7) tiene como discriminante

$$\Delta = 18\alpha\beta\gamma\delta - 4\beta^3\delta + \beta^2\gamma^2 - 4\alpha\gamma^3 - 27\alpha^2\delta^2. \quad (8)$$

Se sabe que según el signo del discriminante, un polinomio cúbico puede tener diferentes tipos de raíces. Para el caso del potencial con cuatro pozos necesitamos tener la mayor cantidad de raíces ($\Delta > 0$) y estas tendrán que ser positivas. La segunda derivada nos dirá si tenemos máximos o mínimos. Se obtienen numéricamente conjuntos de condiciones para $\Delta > 0$, las raíces positivas de (7) y $\frac{d^2V_3(x)}{dx^2} > 0$, estos conjuntos de condiciones se deben cumplir simultáneamente. Para el caso de tres, dos y un pozo el procedimiento es análogo y se obtienen diferentes conjuntos. A continuación, mostramos solo algunas de condiciones obtenidas para el caso de cuatro pozos. Para tener la mayor cantidad de puntos críticos:

$$\delta > 0, \beta < \frac{\gamma^2}{3\delta},$$

$$\frac{-2\gamma^3 + 9\beta\gamma\delta}{27\delta^2} - \frac{2}{27} \sqrt{\frac{(-\gamma^2 + 3\beta\delta)^3}{\delta^4}} < \alpha < \frac{-2\gamma^3 + 9\beta\gamma\delta}{27\delta^2} + \frac{2}{27} \sqrt{\frac{(-\gamma^2 + 3\beta\delta)^3}{\delta^4}} \quad (9)$$

Para que los puntos críticos sean mínimos

$$\delta > 0, \beta < 0, \gamma \geq 0, z > \frac{5\gamma}{14\delta} + \frac{1}{14} \sqrt{\frac{25\gamma^2 - 84\beta\delta}{\delta^2}} \quad (10)$$

$$\delta > 0, \beta > \frac{25\gamma^2}{84\delta}, \gamma < 0, z \geq 0 \quad (11)$$

$$\delta > 0, \beta = \frac{25\gamma^2}{84\delta}, \gamma < 0, z > -\frac{5\gamma}{14\delta} - \frac{1}{14} \sqrt{\frac{25\gamma^2 - 84\beta\delta}{\delta^2}} \quad (12)$$

$$\delta > 0, \beta = \frac{25\gamma^2}{84\delta}, \gamma < 0, 0 \leq z < -\frac{5\gamma}{14\delta} - \frac{1}{14} \sqrt{\frac{25\gamma^2 - 84\beta\delta}{\delta^2}} \quad (13)$$

Más otras condiciones para los máximos y otras para tener tres, dos y un pozo. Como se puede notar, se debe elegir correctamente los puntos a los cuales se les aplicaran las condiciones de mínimos, si no son los correctos se obtendrán inconsistencias y por lo tanto resultados erróneos.

Una forma distinta de obtener las condiciones buscadas es la siguiente: Notemos que el polinomio cúbico se puede factorizar como

$$(z - a)(z - b)(z - c) = z^3 - (a + b + c)z^2 + (ab + bc + ca)z - abc \quad (14)$$

Al hacer una comparación de esta última igualdad con (7) tenemos que

- Si $a, b, c > 0$ tenemos 4 pozos
- Si $a, b > 0, c < 0$ tenemos 3 pozos
- Si $a > 0, b, c < 0$ tenemos 2 pozos
- Si $a, b, c < 0$ tenemos 1 pozo

Un análisis parecido para $\Delta = 0$ y $\Delta < 0$ arroja otras condiciones similares.

RESULTADOS

Usando el resultado anterior mostramos una tabla con las condiciones necesarias para que el potencial de tipo Φ^8 tenga 1, 2, 3 y 4 pozos. También se grafica el potencial y el sistema Φ^8 Duffing para las diferentes configuraciones del potencial.

α	β	γ	δ	Δ	Pozos
-	+	-	+	+	4
+	+	-	+	+	3
-	-	+	+	-	2

+	-	+	+	-	1
---	---	---	---	---	---

Tabla 1. Tabla con los signos que deben cumplir los coeficientes del potencial y el discriminante de (7) para obtener 4, 3, 2 o un pozo.

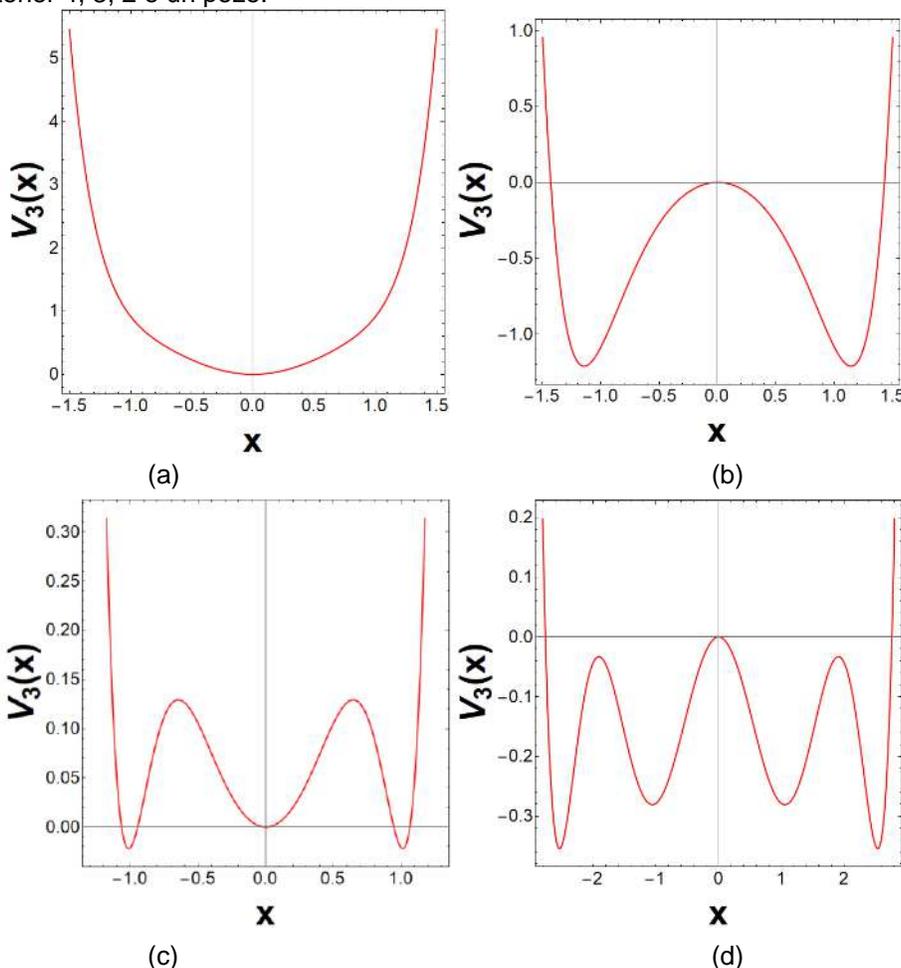


Fig. 1. La función potencial $V_3(x)$ del tipo Φ^8 para (a) un pozo: $\alpha = 2, \beta = -1.5, \gamma = 1$ y $\delta = 1$; (b) dos pozos: $\alpha = -2, \beta = -1.5, \gamma = 1$ y $\delta = 1$; (c) tres pozos: $\alpha = 1, \beta = .036, \gamma = -9.18$ y $\delta = 8$; y (d) cuatro pozos: $\alpha = -1.19, \beta = 1.584, \gamma = -5.13$ y $\delta = .046$.

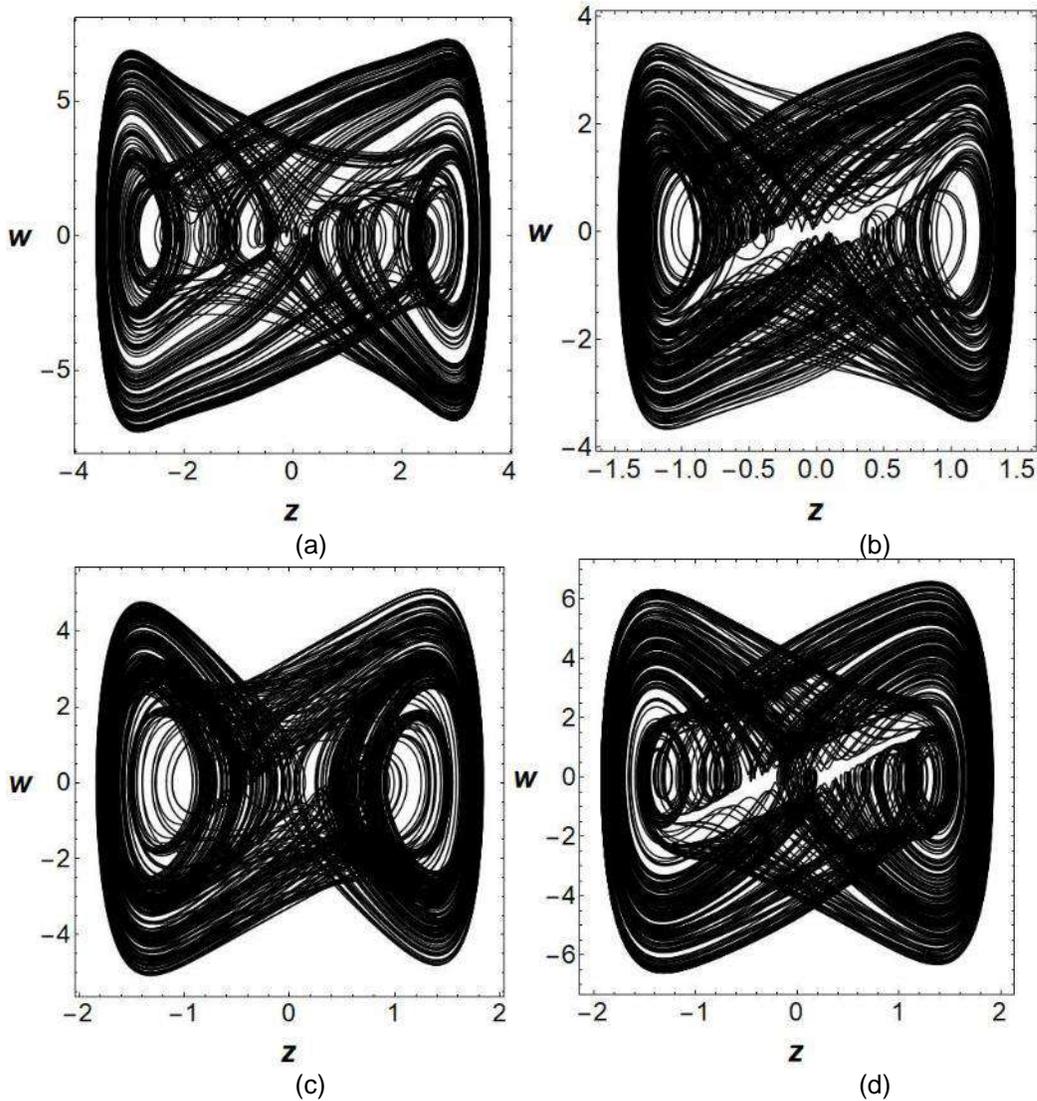


Fig. 2. Espacio fase del atractor caótico para el sistema Φ^8 Duffing con potenciales de (a) un pozo; (b) dos pozos; (c) tres pozos; y (d) cuatro pozos.

CONCLUSIONES

Como vimos, el potencial simétrico tipo Φ^8 llega a tener las configuraciones de los potenciales tipo Φ^4 y Φ^6 , por lo que su caracterización es importante para el análisis de sistemas que emplean diversos potenciales, tal es el caso del sistema de Duffing. Una caracterización simple es aquella donde las restricciones o condiciones encontradas son pocas, sencillas de manipular y claras de entender. Una rápida comparación nos confirma que la tabla 1 cumple con este propósito a diferencia del conjunto de desigualdades o condiciones (9) a (13).

BIBLIOGRAFÍA

1. J. J. Barba-Franco, P. B. Espinoza, A. Gallegos, and R. Jaimes-Reátegui, J.E. Macías-Díaz, "On the Lagrangians and potentials of a two coupled damped Duffing oscillators system and their application on three-node motif networks", *Revista Mexicana de Física* **66** (4) 440–445.
2. A. O. Adelokun, A. N. Njah, O. I. Olusola and S. T. Wara, "Computer and Hardware Modeling of Periodically Forced Φ^6 - Van der Pol Oscillator", Hindawi Publishing Corporation, *Active and Passive Electronic Components*, Volume 2016, Article ID 3426713, 7 pages.
3. M. Siewe Siewe, F.M. Moukam Kakmeni, C. Tchawoua, P. Wofo, "Bifurcations and chaos in the triple-well Φ^6 Van der Pol oscillator driven by external and parametric excitations *Physica A* 357 (2005) 383–396
4. M. Siewe Siewe, F.M. Moukam Kakmeni, C. Tchawoua, "Resonant oscillation and homoclinic bifurcation in a Φ^6 -Van der Pol oscillator", *Chaos, Solitons and Fractals* 21 (2004) 841–853.
5. Miwadinou, C.H., Monwanou, A.V., Hinvi, L.A. *et al.* Stability and chaotic dynamics of forced Φ^8 generalised Liénard systems. *Pramana - J Phys* **93**, 80 (2019).

ESTUDIO NUMÉRICO DEL ACOPLAMIENTO ENTRE UN SISTEMA SINGULAR Y UN SISTEMA CUASI-SINGULAR

Gabriel Arroyo Correa

Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas, UMSNH
garroyo@umich.mx

RESUMEN

El sistema de Dixon (SD) es un modelo bidimensional simplificado para describir la dinámica del campo magnético de una estrella de neutrones. Este sistema presenta una singularidad en el origen, por lo que no cumple con las condiciones del teorema de Poincaré-Bendixon. Como consecuencia el sistema presenta sensibilidad a las condiciones iniciales y exhibe trayectorias atrayentes hacia la singularidad, mostrando lo que Dixon llamó “Caos de Singularidad (CS)”. Al remover la singularidad, se tiene una generalización del sistema de Dixon (SDX) por lo que el comportamiento CS no se presenta. En este trabajo se hace un estudio numérico del acoplamiento entre los sistemas SD y SDX, en configuración unidireccional y bidireccional. La metodología consiste en resolver numéricamente las ecuaciones que describen la dinámica del sistema acoplado SD-SDX. La dinámica se analiza en los espacios fase de SD y de SDX. Sobre estos espacios de fase se calculan las entropías de Shannon en función del parámetro de acoplamiento y de la configuración de conexión entre los sistemas. Los resultados obtenidos llevan a concluir lo siguiente: i) se alcanza una cuasi-sincronización para los casos de acoplamiento unidireccional; ii) en los casos de acoplamiento bidireccional, se presentan regiones en donde el sistema colapsa a un punto límite.

INTRODUCCIÓN

El sistema SD es un modelo bidimensional introducido para describir la dinámica del campo magnético de una estrella de neutrones [1], el cual presenta una singularidad en el origen, por lo que no cumple con las condiciones del teorema de Poincaré-Bendixon [2]. Este hecho hace que el sistema presente sensibilidad a las condiciones iniciales y exhiba trayectorias atrayentes hacia la singularidad, como se muestra en la Fig. 1(a). En un trabajo anterior, se analizó la dinámica de un modelo basado en una generalización del sistema de Dixon (SDX) para remover su singularidad [3]; en la Fig. 1(b) se presenta una órbita típica de este sistema. El objetivo de este trabajo es estudiar numéricamente el acoplamiento entre los sistemas SD y SDX, tanto en configuración unidireccional como bidireccional.

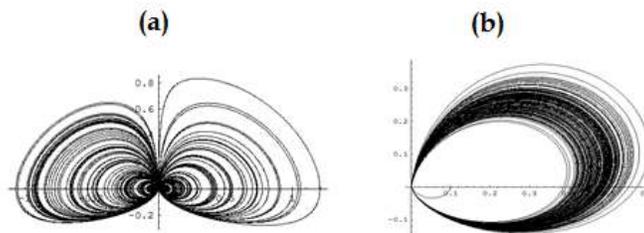


Figura 2. (a), sistema de Dixon (SD), y (b), el sistema modificado (SDX).

TEORÍA Y MÉTODOS

La Fig. 2 muestra esquemáticamente el sistema analizado. El sentido de las flechas indica las configuraciones de acoplamiento consideradas: acoplamiento unidireccional cuando se considera solamente una flecha y acoplamiento bidireccional cuando se consideran simultáneamente ambas

flechas. Sean u y v son las variables que describen el sistema SDX, y x e y las que representan al sistema SD, entonces las ecuaciones que definen la dinámica del sistema acoplado están dadas por:

$$\begin{aligned} \dot{u} &= \frac{uv}{10^{-4} + u^2 + v^2} - 0.3u + K_{ux}(x - u) \\ \dot{v} &= \frac{v^2}{10^{-6} + u^2 + v^2} - 0.7v - 0.3 \\ \dot{x} &= \frac{xy}{x^2 + y^2} + K_{xu}(u - x) \\ \dot{y} &= \frac{y^2}{x^2 + y^2} - 0.7y - 0.3 \end{aligned} \tag{1}$$

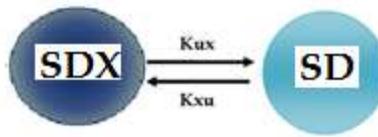


Figura 2. Sistema analizado, mostrando las configuraciones de conexión.

La metodología consiste en resolver numéricamente el sistema acoplado definido en la Ec. (1), sujeto a las condiciones iniciales $(u_0, v_0) = (0.1, 0)$, $(x_0, y_0) = (1, 0)$. Se supone un acoplamiento del tipo elástico entre los canales u y x de los subsistemas componentes. La dinámica del sistema analizado se caracteriza mediante el cálculo de la entropía de Shannon y el monitoreo del estado de sincronización en el plano UX, en función del parámetro de acoplamiento k . Se consideran los siguientes esquemas de acoplamiento (k variable de 0 a 100): UNI 1 ($K_{ux}=k, K_{xu}=0$); UNI 2 ($K_{ux}=0, K_{xu}=k$); BIDI 1 ($K_{ux}=k, K_{xu}=100$); BIDI 2 ($K_{ux}=100, K_{xu}=k$).

RESULTADOS

En la Fig. 3 se presentan las variaciones de las entropías de Shannon (E_s) para los cuatro casos de acoplamiento mencionados, en función del parámetro de acoplamiento. Las Figs. 4 y 5 muestran las señales de acoplamiento entre los canales u y x , así como las dinámicas de los subsistemas componentes SDX y SD del sistema acoplado para los valores del factor de acoplamiento señalados en estas figuras.

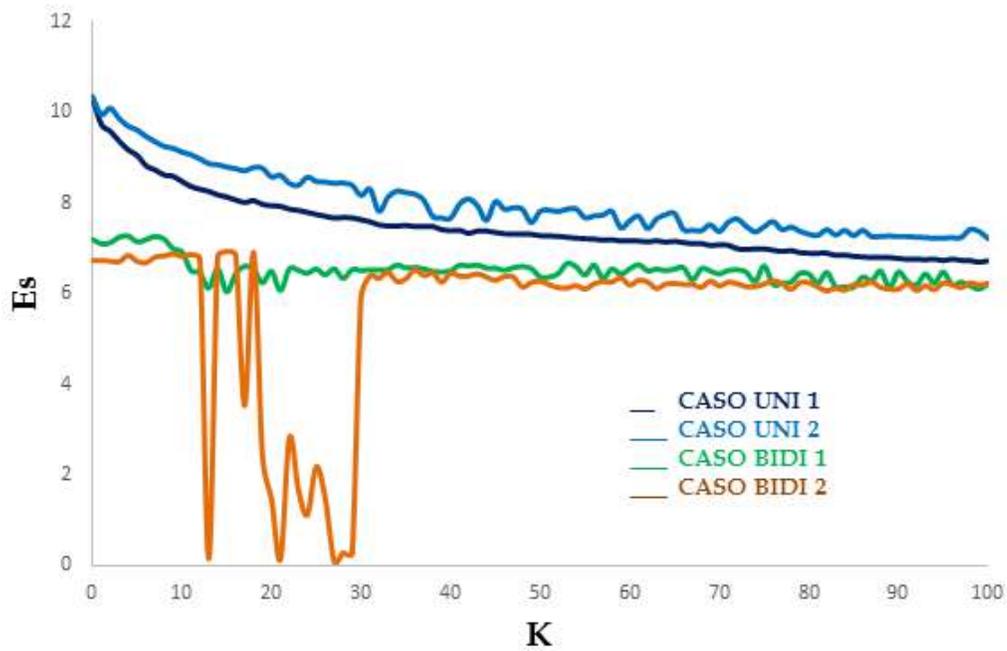


Figura 3. Entropía de Shannon para las configuraciones de conexión analizadas.

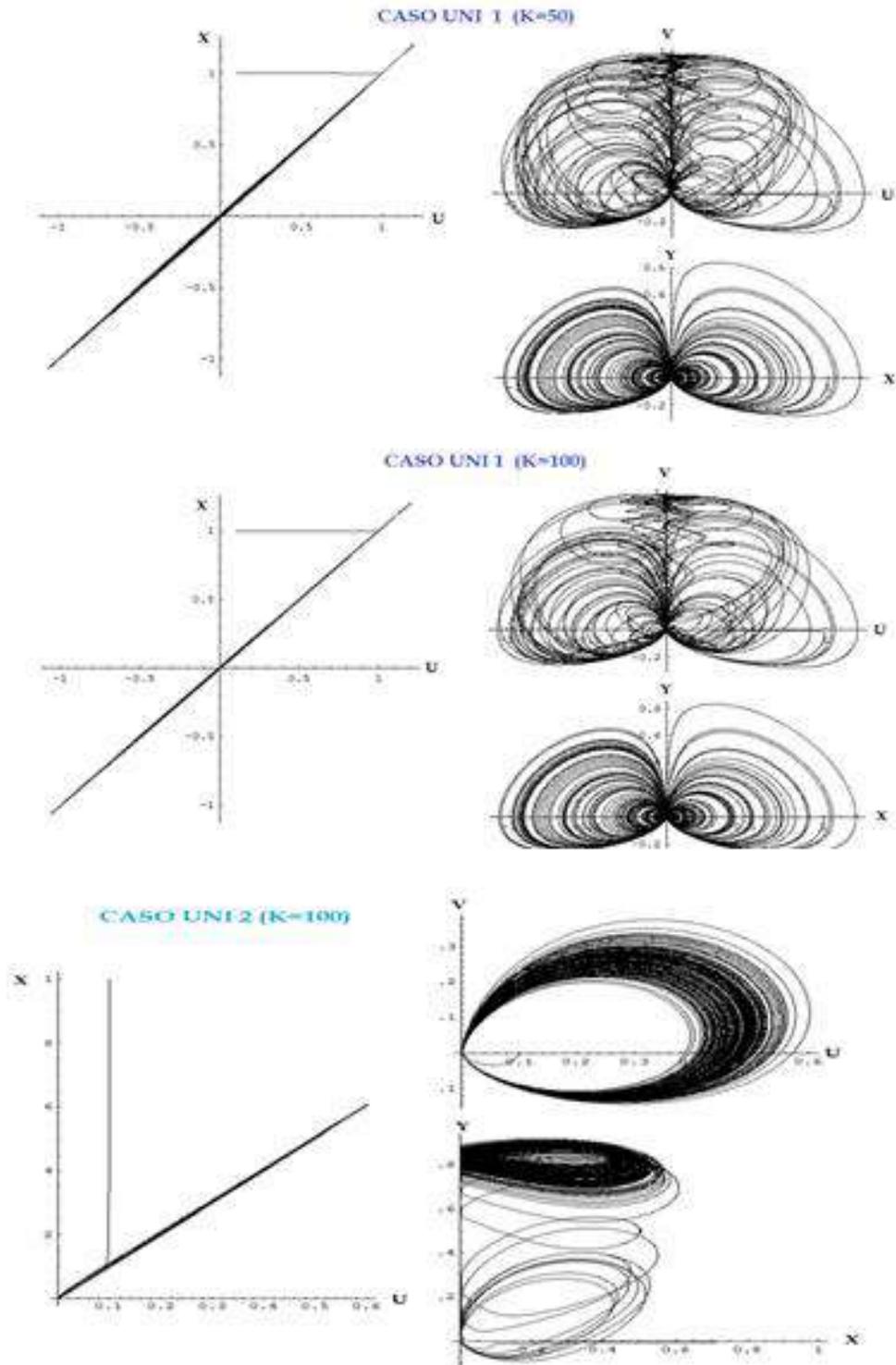


Figura 4. Señal de sincronización y evolución de los subsistemas SDX y SD para loa casos UNI 1 y UNI 2.

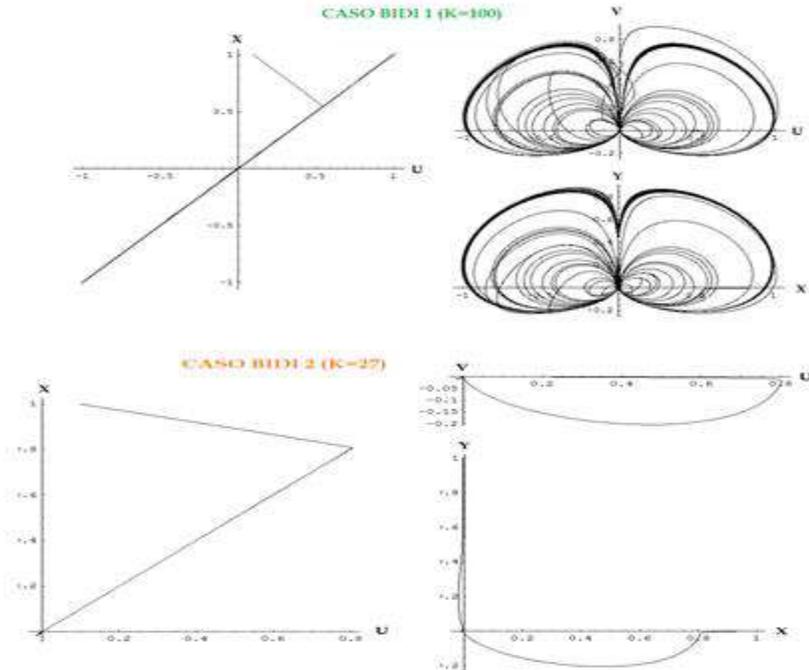


Figura 5. Señal de sincronización y evolución de los subsistemas SDX y SD para los casos BIDI 1 y BIDI 2.

Los resultados de la entropía de Shannon muestran que los casos de conexión unidireccional presentan variaciones similares, aunque el caso UNI 1 presenta una variación más suave que el caso UNI 2. La conexión asociada al caso UNI 1 favorece una cuasi-sincronización que aumenta con el valor del factor de acoplamiento, como lo muestra la Fig. 4 en donde se observa que el subsistema SDX sigue la dinámica del subsistema SD. El caso UNI 2 favorece una cuasi-sincronización como lo muestra el gráfico inferior de la Fig. 4 en donde se observa que el subsistema SD sigue la dinámica del subsistema SDX. En los casos de conexión bidireccional se presentan diferencias sustanciales (Fig. 5): el caso BIDI presenta una evolución similar al caso UNI 1, pero para el caso BIDI 2 el sistema colapsa a un punto fijo, en donde la entropía de Shannon cambia drásticamente.

CONCLUSIONES

En este trabajo se hizo un estudio numérico de la dinámica del acoplamiento ente un sistema singular y un sistema cuasi-singular. El análisis entrópico mostró que la entropía de Shannon fue mayor para las conexiones unidireccionales comparadas con las bidireccionales. En el caso de las conexiones bidireccionales, el caso BIDI 2 presentó una disminución dramática en la entropía para ciertos valores del factor de acoplamiento. El monitoreo de la señal de sincronización entre los canales U y X, exhibe la diferencia y similitud entre los esquemas de conexión analizados; en particular, la disminución dramática de la entropía está ligada a un colapso del sistema a un punto límite. Trabajo apoyado por el Programa de Investigación CIC-UMSNH 2023.

BIBLIOGRAFÍA

1. J. C. Sprott. "Low-dimensional Systems", in *Elegant chaos: Algebraically simple chaotic flows* (Singapore, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2014), Chapter 5, pp. 109-111.
2. S. H. Strogatz, "Phase Plane", in *Nonlinear Dynamics and Chaos* (Perseus Books Publishing, LLC, 2000), Chapter 6, pp. 148–150.
3. G. Arroyo Correa. 11º Congreso Estatal de Ciencia, Tecnología e Innovación, Morelia, Mich. (Consejo Estatal de Ciencia Tecnología e Innovación, 2016).
4. C. E. Shannon, *The Bell System Technical Journal*, Vol. 27, 1948, pp. 379–423, 623–656.

CARACTERIZACIÓN DE UN DIVISOR DE HAZ PARA SU UTILIZACIÓN EN UN ABERRÓMETRO EXPERIMENTAL

Cristian Manuel Medina Coca¹, Brandon Daniel Sánchez Valencia¹, Emerson Asís Gonzalez Díaz¹, Sandra Eloisa Balderas Mata¹, Citlalli Almaguer Gómez¹ y Juana Medina Marquez²

¹Departamento de Electro Fotónica, Universidad de Guadalajara, Av. Revolución No. 1500, C.P.44430, Guadalajara, Jalisco, México, ²Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, Apdo. Postal No. 51, Puebla, Pue., México, C.P. 72000.
cristian.medina3212@alumnos.udg.mx

RESUMEN

El uso de dispositivos ópticos en el desarrollo de proyectos requiere el conocimiento de parámetros ópticos específicos, cuando no se cuenta con estas especificaciones se vuelve necesaria la caracterización de esos componentes. El objetivo de este trabajo es la caracterización de un divisor de haz (Placa divisora de Beamsplitter de 1 pulgada/25,4 MM de diámetro infrarrojo 600-950nm) para determinar si es posible su utilización en un aberrómetro experimental, de acuerdo sus porcentajes de transmitancia/reflectancia, para obtener aberraciones de bajo orden del ojo humano en tiempo real. La metodología utilizada para validar la caracterización de la placa fue la elaboración de un protocolo de mediciones para realizar un análisis estadístico de acuerdo con la norma oficial mexicana NMX-CH 5725/2-IMNC-2006. Esto se llevó a cabo mediante la medición en distintas ocasiones de la reflectancia y transmitancia de la placa a caracterizar, utilizando un diodo superluminiscente (THORLABS: SLD830S-A10) con una longitud de onda centrada en 833 nm y un ancho de banda de 20nm, con el fin de obtener la repetibilidad y reproducibilidad de sus parámetros ópticos. Las mediciones se realizaron con un fotodetector de silicio (THORLABS: PM16-120). Los resultados estadísticos obtenidos después de realizar la caracterización de acuerdo con su repetibilidad y reproducibilidad mostraron que tiene un comportamiento consistente y estable, por lo tanto, concluimos que puede ser utilizado en el sistema óptico previsto, i.e., aberrómetro experimental.

INTRODUCCIÓN

Existen distintas aplicaciones en las que puede ser utilizado un Divisor de Haz, debido a que el sistema óptico previsto en el cual se piensa utilizar este divisor es un aberrómetro experimental para el ojo humano In Vivo (**Ilustración 1**), el conocimiento de sus parámetros ópticos específicos como las incertidumbres asociadas al sistema son necesarios, ya que el fabricante no proporciona esta información fue necesario realizar un análisis estadístico con el cual se obtuvieran estas características.

Para una veracidad y precisión adecuadas en los resultados obtenidos, se diseñó un protocolo de mediciones basado en la norma oficial mexicana NMX-CH 5725/2-IMNC-2006 de exactitud (veracidad y precisión) de resultados y métodos de medición - parte 2: método básico para la determinación de la repetibilidad y la reproducibilidad de un método de medición normalizado.

TEORÍA

Óptica

Los divisores de haz son elementos ópticos que dividen el haz luminoso en dos del mismo diámetro del original, pero con menor intensidad, viajando en diferentes direcciones. Útiles en los interferómetros (1). En nuestro caso utilizamos una Placa divisora de Beamsplitter de 1 pulgada/25,4 MM de diámetro que opera en una longitud de onda infrarroja de 600-950nm. Está hecho de tal manera que la cara divisoria refleja la luz en la cantidad adecuada por medio de un revestimiento parcialmente reflectante. Si es una placa, la otra cara no debe reflejar ninguna luz. Para evitar reflejos en la segunda cara, se puede utilizar un revestimiento antirreflejos multicapa (2).

El propósito del aberrómetro Shack-Hartmann, que tenemos previsto para utilizar, es medir la función de aberración de onda del sistema óptico del ojo, lo que equivale a decir que el propósito es medir la forma del frente de onda de la luz que se refleja fuera del ojo desde una fuente puntual en el fondo (3).

El sistema óptico previsto mostrado en la **Ilustración 1**, está formado por un diodo superluminiscente que hace incidir un haz colimado con un diámetro de 2.41 mm, con una longitud de onda centrada en 833 nm y un ancho de banda de 20nm en nuestra Placa divisora, el cual es reflejado hacia un espejo, y transmitido hacia un sistema 4f para incrementar el diámetro del haz a 4.518mm para una mejor apreciación en un prototipo de sensor de frente de onda. Se utiliza un ojo modelo, el cual consiste en un espejo y una lente de prueba oftálmica.

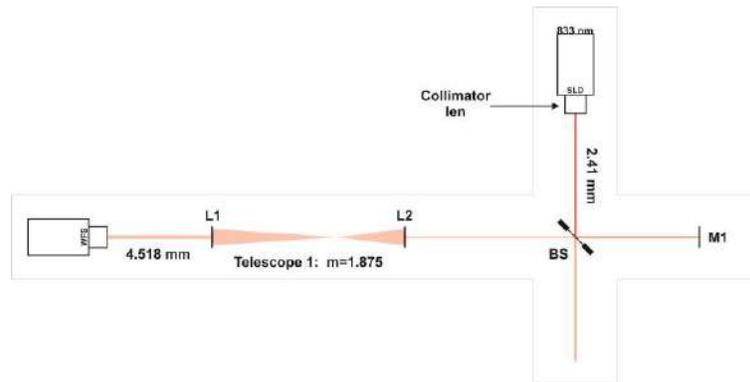


Ilustración 1 Sistema óptico previsto - aberrómetro experimental para el ojo humano In Vivo.

En este sistema óptico se utiliza el método de doble paso, el cual es uno de los métodos utilizados para evaluar la calidad óptica del ojo y que ha demostrado ser una de las formas más útiles de medir la calidad de la imagen de retina del ojo humano, ya que proporciona, de forma directa, una buena estimación de la función de transferencia de modulación ocular (MTF) (4).

Estadística

Una incertidumbre de medida es un parámetro, asociado con el resultado de una medición, que caracteriza la dispersión de los valores que podrían atribuirse razonablemente al mensurando. La incertidumbre está "asociada con" cada resultado de medición. Un resultado de medición completo típicamente incluye una indicación de la incertidumbre en la forma $x \pm U$, donde x es el resultado de la medición y U una indicación de la incertidumbre expandida. El mensurando es simplemente una magnitud, como una longitud, una masa o la concentración de una sustancia, que está siendo medida. El término 'valor del mensurando' está estrechamente relacionado al concepto tradicional de el "valor verdadero" en la terminología de la estadística clásica. Desde este punto de vista alternativo 'incertidumbre' ha sido definida históricamente como: una estimación adjunta a un resultado de ensayo que caracteriza el rango de valores dentro del cual se afirma que el "valor verdadero" está ubicado. La definición metrológica afirma que la incertidumbre expresa "la dispersión de los valores que podrían atribuirse razonablemente al mensurando" (5).

- La incertidumbre tipo A es la evaluación de un componente de la incertidumbre de medición mediante un análisis estadístico de los valores de las cantidades medidas obtenidas en condiciones definidas (5).
- La incertidumbre tipo B se utiliza cuando la estimación x_i de una magnitud de entrada X_i no ha sido obtenida a partir de observaciones repetidas. La varianza estimada asociada $u^2(x_i)$, o la incertidumbre típica $u(x_i)$, se obtiene entonces mediante decisión científica basada en la información disponible acerca de la variabilidad posible de X_i (5).

METODOLOGÍA

Para la caracterización se diseñó una montura de acuerdo con las necesidades de nuestro divisor que nos permitiera alinear de una mejor forma en relación con el sistema óptico previsto y se obtuvieron mediciones preliminares para determinar la mejor orientación del divisor y posteriormente realizar el acondicionamiento necesario en relación con cada punto y al sistema completo, mejorando así su comportamiento y desempeño.

Una vez acondicionado el sistema, se tomaron las mediciones de potencia óptica (P_o) en función del tiempo en 3 horarios distintos a lo largo del día, se analizó el tipo de distribución que tienen los datos recabados, se estimaron las incertidumbres estándar mostradas en la **Tabla 1** y las incertidumbres estándar combinadas mediante la (4) del sistema. Estas incertidumbres incluyen las generadas por el método de medición (1), el medio ambiente (2) y por la resolución del detector de potencia óptica (3) como se muestra en la **Ilustración 2**, con los datos obtenidos se estimó la incertidumbre expandida del sistema mediante la (5).

	Método de medición	Medio ambiente	Maquinaria o equipo
Ecuación	$s = u_A = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$ <p>(1)</p>	$U_B = \text{Mayor registrada}$ <p>(2)</p>	$U_{Res} = \frac{\text{Resolución}}{\sqrt{12}}$ <p>(3)</p>

Tabla 1 Incertidumbres estándar tipo A y B del sistema

$$U_c = \sqrt{U_A^2 + U_B^2 + U_{Res}^2}$$

(4)

Diagrama Causa-Efecto

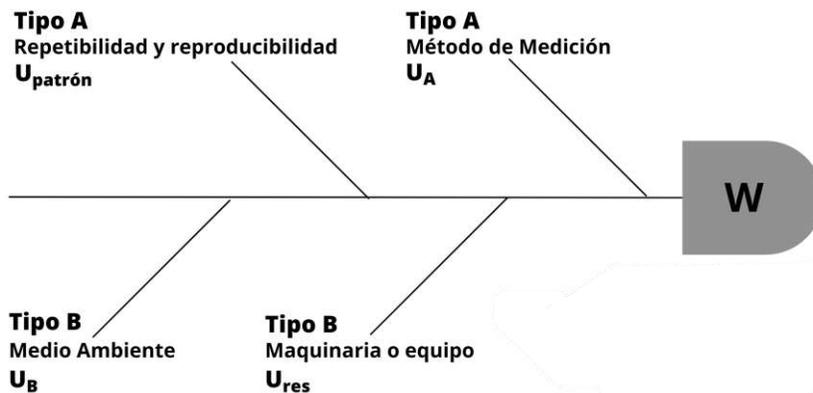


Ilustración 2 Diagrama de Ishikawa donde se muestran los tipos de incertidumbres a evaluar.

$$U_{exp} = U_c + k$$

(5)

Una vez realizado este análisis, de acuerdo con la NMX-CH 5725/2-IMNC-2006 se calcularon la repetibilidad mediante la (6) y la reproducibilidad de las mediciones para comprobar que no sean linealmente dependientes para poder estimar la incertidumbre por repetibilidad y la incertidumbre por reproducibilidad.

$$\text{Repetibilidad promedio} = \sqrt{\frac{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2}{n}}_1 + \sqrt{\frac{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2}{n}}_2 + \sqrt{\frac{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2}{n}}_3 \tag{6}$$

Posteriormente por medio de los parámetros h que detectan la diferencia entre medias mostrado en la (7) y k que detectan la diferencia entre varianzas mostrado en la (8) y a los límites obtenidos de acuerdo con la información de la norma oficial mexicana se obtuvo la consistencia de datos y la estabilidad de mediciones en cada punto del sistema.

$$h = \frac{\bar{x}_i - \bar{x}}{s} \tag{7}$$

$$k = \frac{s_i}{\bar{s}} \tag{8}$$

RESULTADOS

El análisis de las mediciones realizadas y a los datos recabados de potencia óptica (P_o) en función del tiempo, mostraron que los datos tienen una distribución gaussiana como se muestra a continuación (Ilustración 3), con esto se estimaron las incertidumbres estándar y las incertidumbres estándar combinadas de cada punto del sistema y con los datos recabados se estimó la incertidumbre expandida del sistema con un factor de cobertura de $k=3$ para cuestiones médicas como se observa en la (9).

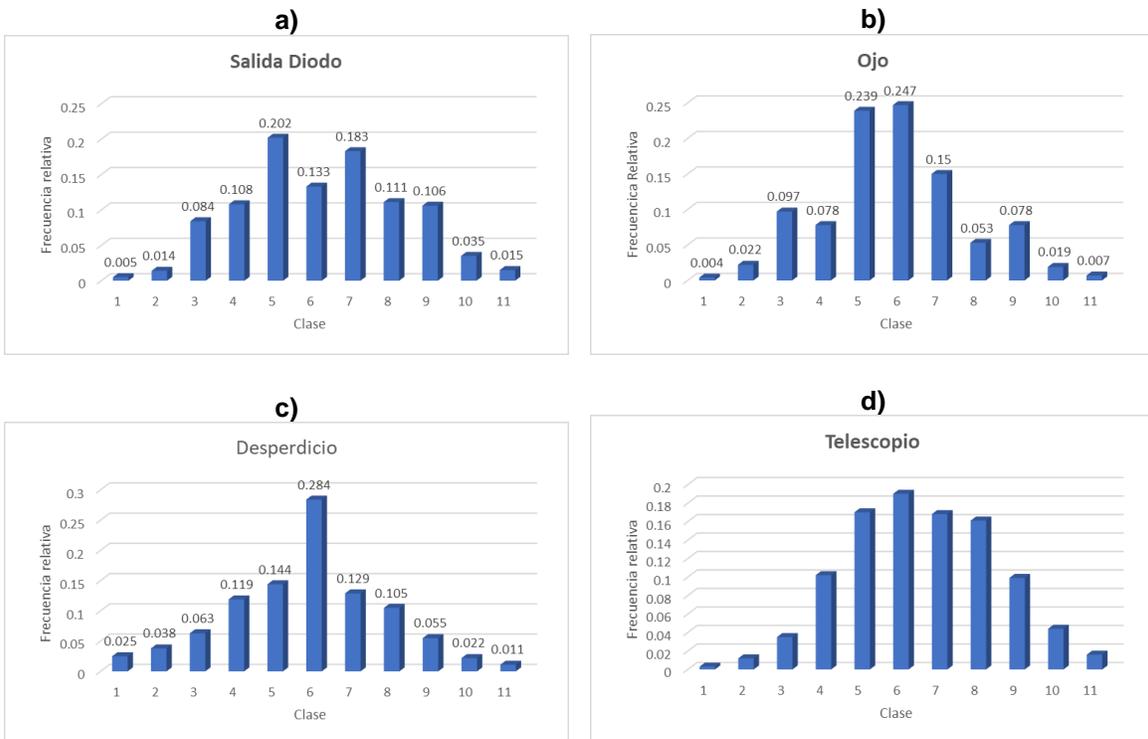


Ilustración 3 a) Distribución de datos del diodo super luminiscente. b) Distribución de datos de la primera reflexión del BS. c) Distribución de datos de la primera transmitancia del BS. d) Distribución de datos la segunda transmitancia del BS.

	Diodo	Ojo	Desperdicio	Telescopio
Método de Medición	1.63E-08	1.04E-08	7.80E-09	3.03E-09
Medio Ambiente	9.39E-06			
Maquinaria o Equipo	2.89E-10			

Tabla 2 Resultados de las incertidumbres estándar tipo A y B del sistema

	Diodo	Ojo	Desperdicio	Telescopio
Incertidumbres combinadas	9.389014E-06	9.389006E-06	9.389003E-06	9.389000E-06

Tabla 3 Resultado de las incertidumbres estándar combinadas del sistema

$$U_{exp} = 2.816704E - 05 \quad (9)$$

Las gráficas de repetibilidad (Ilustración 4, Ilustración 5, Ilustración 6 e Ilustración 7) y reproducibilidad (Ilustración 8, Ilustración 9, Ilustración 10 e Ilustración 11) muestran un comportamiento no linealmente dependientes, por lo que se estimó la incertidumbre por repetibilidad promedio del sistema mostrada en la **Tabla 4** y por reproducibilidad el promedio del sistema mostrada en la **Tabla 5**.

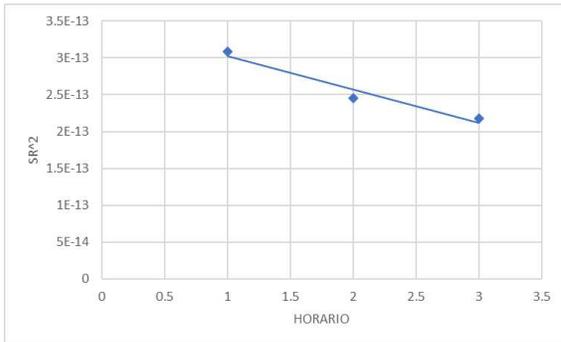


Ilustración 4 Gráfica de la repetibilidad del diodo superluminiscente de las mediciones en 3 horarios distintos a lo largo del día.

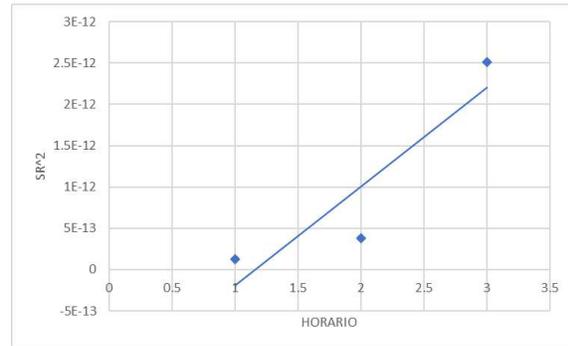


Ilustración 5 Gráfica de la repetibilidad de la primera reflexión del BS de las mediciones en 3 horarios distintos a lo largo del día.

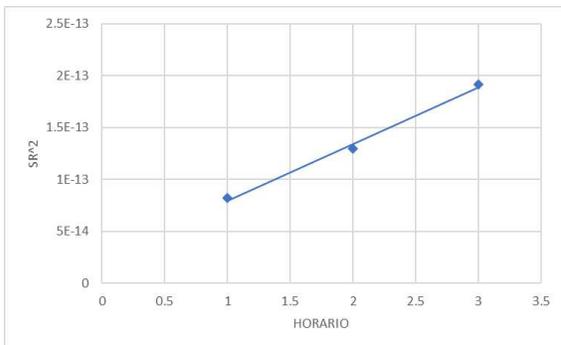


Ilustración 6 Gráfica de la repetibilidad de la primera transmitancia del BS de las mediciones en 3 horarios distintos a lo largo del día.

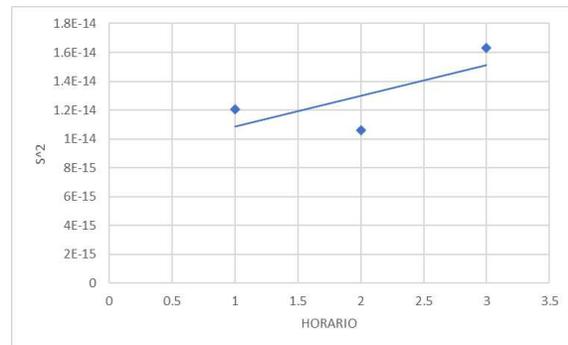


Ilustración 7 Gráfica de la repetibilidad de la segunda transmitancia del BS de las mediciones en 3 horarios distintos a lo largo del día.

	Diodo	Ojo	Desperdicio	Telescopio
Sr promedio	5.058E-07	8.510E-07	3.610E-07	1.135E-07

Tabla 4 Resultados de la estimación de incertidumbre por repetibilidad promedio del sistema.

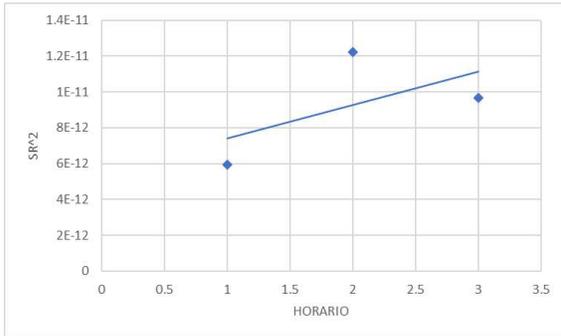


Ilustración 8 Gráfica de la reproducibilidad de las mediciones del diodo superluminiscente en 3 horarios distintos a lo largo del día.

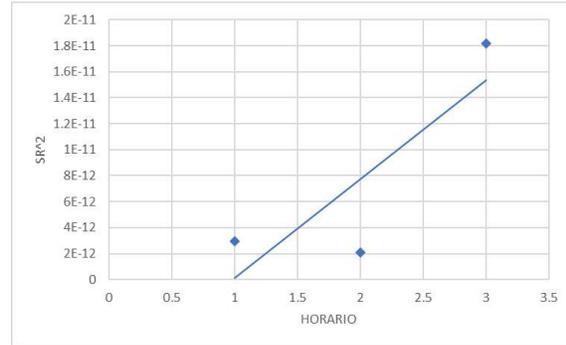


Ilustración 9 Gráfica de la reproducibilidad de la primera reflexión del BS de las mediciones en 3 horarios distintos a lo largo del día.

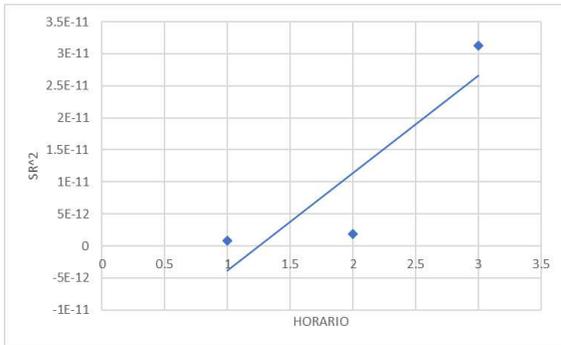


Ilustración 10 Gráfica de la reproducibilidad de la primera transmitancia del BS de las mediciones en 3 horarios distintos a lo largo del día.

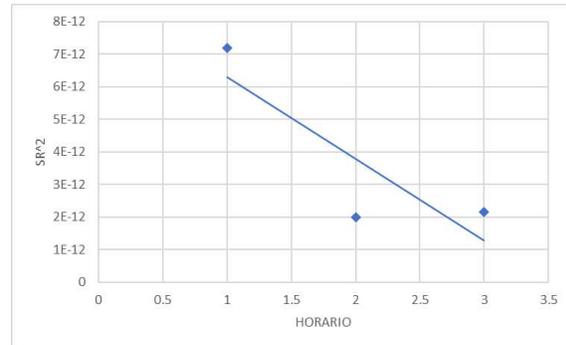


Ilustración 11 Gráfica de la reproducibilidad de la segunda transmitancia del BS de las mediciones en 3 horarios distintos a lo largo del día.

	Diodo	Ojo	Desperdicio	Telescopio
SR promedio	3.015E-06	2.475E-06	2.632E-06	1.854E-06

Tabla 5 Resultados de la estimación de incertidumbre por reproducibilidad promedio del sistema.

Al analizar las gráficas de consistencia se puede observar que los puntos h graficados se encuentran dentro del rango indicado para un nivel de confiabilidad del 99% (Ilustración 12), mientras que los puntos k graficados se encuentran por debajo del límite de 99% de confiabilidad (Ilustración 13).

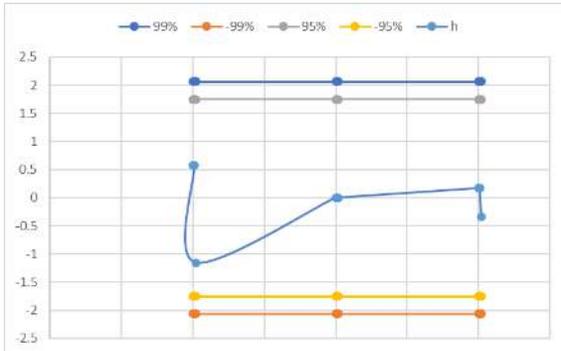


Ilustración 12 Gráfica de consistencia de datos con un nivel de confiabilidad del 99% en la cual todos los puntos graficados de los parámetros h están dentro del rango indicado de 99%.

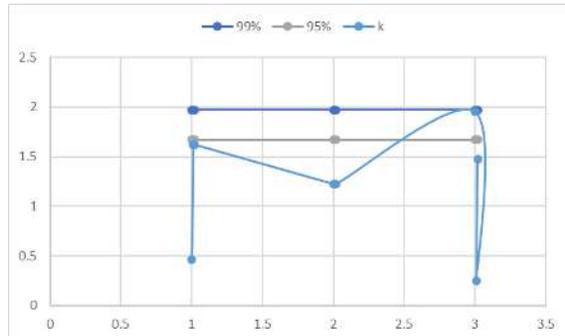


Ilustración 13 Gráfica de consistencia de datos con un nivel de confiabilidad del 99% en la cual todos los puntos graficados de los parámetros k están por debajo del límite de 99%.

Finalmente, al analizar los 9,000 datos obtenidos en cada punto del sistema se observa que las mediciones son estables ya que se encuentran dentro de los límites inferior y superior a lo largo de todas las mediciones realizadas en 3 horarios distintos como se muestra en la Ilustración 14, Ilustración 15, Ilustración 16 e Ilustración 17.

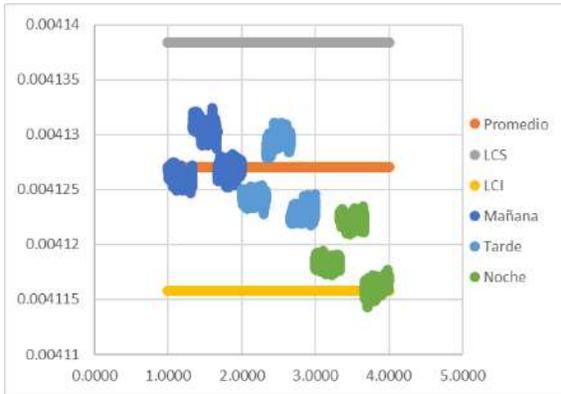


Ilustración 14 Grafica de estabilidad de mediciones del diodo superluminiscente a lo largo del día.

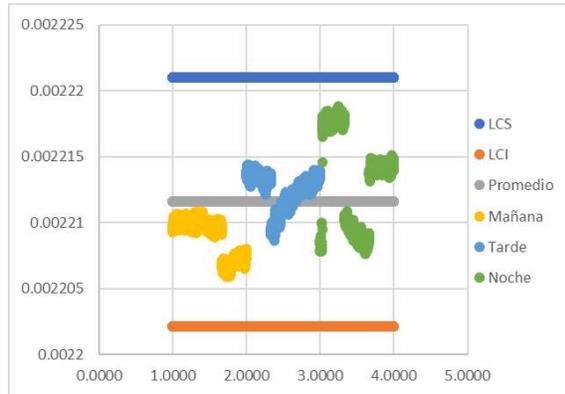


Ilustración 15 Grafica de estabilidad de mediciones de la primera reflexión del BS a lo largo del día.

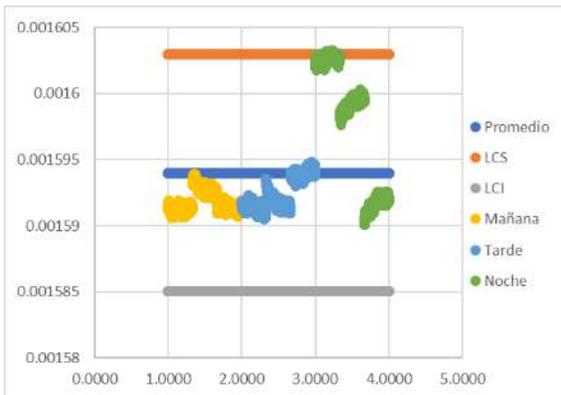


Ilustración 16 Grafica de estabilidad de mediciones de la primera transmitancia del BS a lo largo del día.



Ilustración 17 Grafica de estabilidad de mediciones de la segunda transmitancia del BS a lo largo del día.

Complementariamente se graficó el comportamiento del rango medio de datos del sistema y se puede observar que a pesar de la variación existente en la estabilidad de las mediciones a lo largo del día, su comportamiento con respecto al límite superior calculado de acuerdo con la NMX-CH 5725/2-IMNC-2006 es muy estable como se muestra a continuación (Ilustración 18, Ilustración 19, Ilustración 20 e Ilustración 21).

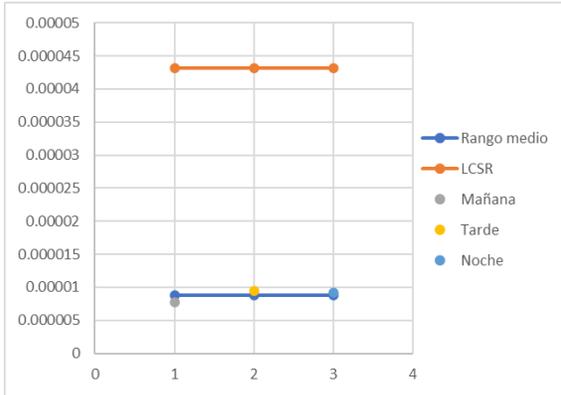


Ilustración 18 Gráfica del rango promedio de datos del diodo superluminiscente y su comportamiento con respecto al límite establecido

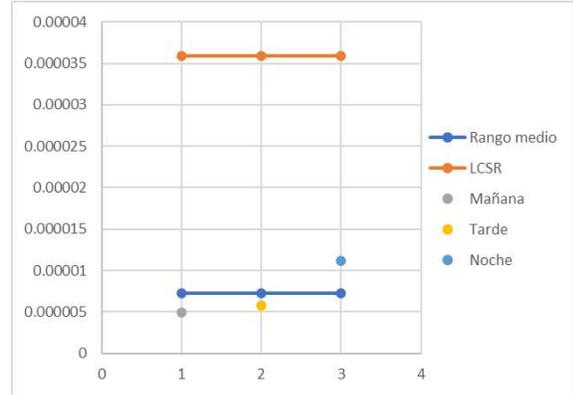


Ilustración 19 Gráfica del rango promedio de datos de la primera reflexión del BS y su comportamiento con respecto al límite establecido

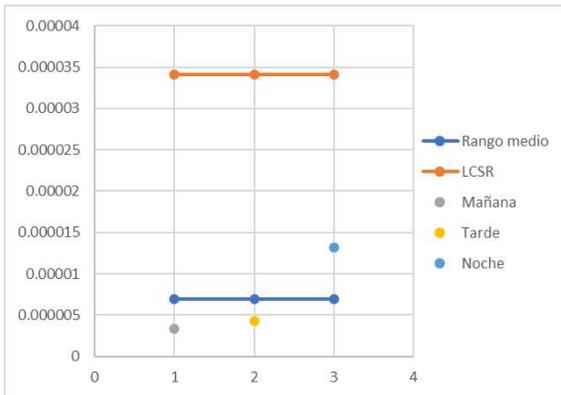


Ilustración 20 Gráfica del rango promedio de datos de la primera transmitancia del BS y su comportamiento con respecto al límite establecido

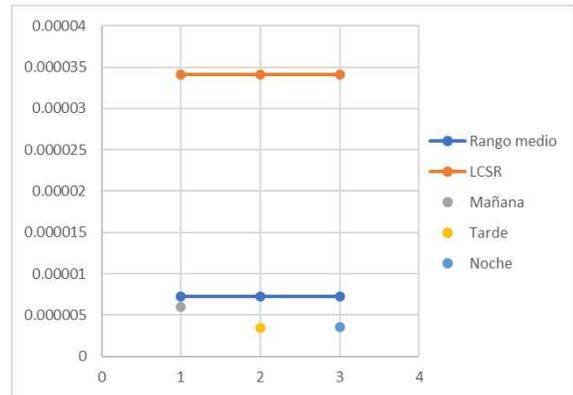


Ilustración 21 Gráfica del rango promedio de datos de la segunda transmitancia del BS y su comportamiento con respecto al límite establecido

CONCLUSIONES

Después de realizar el análisis estadístico de acuerdo con la norma oficial mexicana NMX-CH 5725/2-IMNC-2006 y dados los resultados obtenidos, concluimos que el divisor de haz que se caracterizó puede ser utilizado en el sistema óptico previsto, i.e., aberrómetro experimental debido a que demostró tener un comportamiento estable y consistente con un nivel de confiabilidad del 99%, así como tener tanto una incertidumbre expandida como incertidumbre por repetibilidad y por reproducibilidad prácticamente despreciables

BIBLIOGRAFÍA

1. D. Malacara, Óptica básica, Tercera ed., vol. III, G. Gonzalez, Ed., Ciudad de México: Fondo de cultura económica, 2015, pp. 92.
2. D. Malacara, Optical Shop Testing, 3rd Edition. John Wiley & Sons, Inc., 2007. pp. 48.
3. L. N. Thibos, "Principles of Hartmann-Shack Aberrometry," in Vision Science and its Applications, OSA Technical Digest (Optica Publishing Group, 2000), paper NW6.
4. Rafael Navarro and M. Angeles Losada, "Phase transfer and point-spread function of the human eye determined by a new asymmetric double-pass method," J. Opt. Soc. Am. A 12, 2385-2392 (1995)
5. F. R. Gomez, Exactitud (Veracidad y Precisión) de Resultados y Métodos de Medición -Parte 2: Método Básico Para La Determinación de La Repetibilidad y La Reproducibilidad de Un Método de Medición Normalizado, NMX-CH-5725/2-IMNC-2006. Instituto Mexicano de Normalización y Certificación, A.C. (IMNC), Abril 13, 2007.

CONVERSIÓN DE MODOS DE ORDEN SUPERIOR EN UNA GUÍA DE ONDAS DISCONTINUA

J.P. Lauterio-Cruz^{1,*}, J. Manzanares-Martínez¹, L.M. Gonzalez-Vidal^{1,2}, J.A. Gaspar-Armenta¹

¹DIFUS, Universidad de Sonora. ²CIO

* pablo.lauterio@unison.mx

RESUMEN

La conversión de modos es un fenómeno importante para la multiplexación de señales, el control de polarización, división de potencia y diversas aplicaciones en circuitos integrados. Para obtener una conversión de modos, diversas geometrías han sido diseñadas. En este trabajo, al mejor de nuestro conocimiento, presentamos la configuración más simple reportada hasta el momento para producir un convertidor del modo fundamental TE_0 a los modos de orden superior TE_1 y TE_2 . Este sencillo dispositivo consiste en una guía de ondas plana, con un desplazamiento lateral respecto a la dirección de propagación. Creemos que este convertidor podría implementarse fácilmente en el diseño y fabricación de circuitos ópticos integrados.

INTRODUCCIÓN

Un convertidor de modo se basa en la propagación de los modos permitidos en una guía de ondas. Este produce un espectro espacial de modos que relaciona los modos propios del sistema. Por lo tanto, es deseable diseñar una herramienta fiable para cambiar de un modo espacial a otro.

Para este fin, diversas configuraciones han sido reportadas. Tal es el caso de un convertidor de modos en forma de una cavidad, que se empleó para conectar dos guías de onda [1]. O el caso de una guía de ondas doblada, que se propuso como convertidor de modos en función del ángulo de flexión [2]. Por otro lado, las guías de onda sub-strip también se han investigadas y fabricadas como convertidores de modo [3]. Topologías más complicadas también han sido presentadas; por ejemplo, un cristal fotónico que emplea procesos de interferencia para lograr la conversión [4].

En un esfuerzo por responder a la pregunta que algunos autores han planteado, de cómo obtener el convertidor de modo más pequeño posible [5], el presente trabajo describe el convertidor de modo más simple jamás reportado. Empleando una guía de ondas con una discontinuidad en forma de escalón (desplazamiento lateral, respecto al eje de propagación), nuestra propuesta permite convertir el modo fundamental TE_0 en los modos de orden superior TE_1 y TE_2 . Creemos que esta configuración podría modificarse fácilmente para crear una amplia gama de circuitos fotónicos integrados.

TEORÍA

Para analizar la propagación del campo electromagnético, podemos emplear las ecuaciones de Maxwell:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r}, t) = \frac{\partial}{\partial t} \vec{D}(\vec{r}, t) + \vec{J}(\vec{r}, t), \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}(\vec{r}, t). \quad (2)$$

Por simplicidad, no hemos considerado fuentes externas: $\vec{J}(\vec{r}, t) = \vec{0}$. Las propiedades electromagnéticas del material han sido consideradas en las relaciones constitutivas para medios no dispersivos:

$$\begin{aligned} \vec{D}(\vec{r}, t) &= \epsilon(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}, t), \\ \vec{B}(\vec{r}, t) &= \mu(\vec{r}) \vec{H}(\vec{r}, t). \end{aligned} \tag{3}$$

Tomando la polarización TE, el campo eléctrico paralelo al eje z se puede expresar como

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = E_z(x, y, t) \hat{k} \tag{4}$$

Para un adecuado análisis de los modos guiados, hemos calculado las relaciones de dispersión para esta geometría, cuya gráfica aparece en la Fig. 1. Aquí se muestra el vector de onda reducido Q_x contra la frecuencia reducida Ω :

$$Q_x = \frac{k_x d}{2\pi}, \quad \Omega = \frac{\omega d}{2\pi c}. \tag{5}$$

Tomando un valor de $\Omega = 0.32$, los modos soportados por el sistema son sólo tres: TE_0 , TE_1 y TE_2 (Fig. 1), cuyos valores para el vector de onda reducido Q_x son 1.1, 0.87 y 0.43, respectivamente.

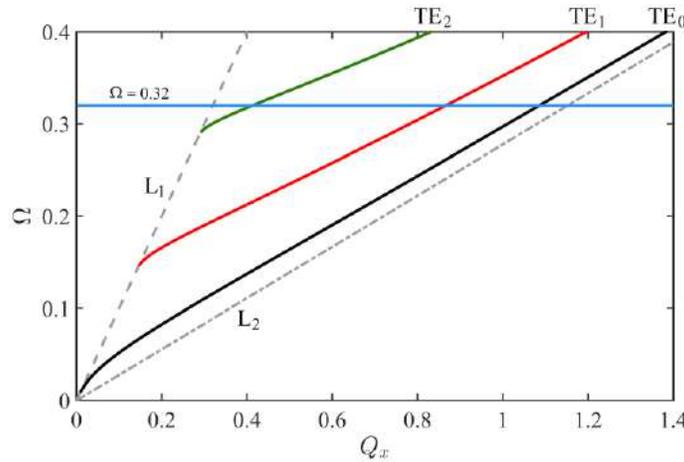


Fig. 1. Relaciones de dispersión para una guía de ondas plana. Curvas negra, roja y verde: modos TE_0 , TE_1 y TE_2 , respectivamente. La línea azul: $\Omega = 0.32$. Líneas de luz para aire y dieléctrico: L_1 y L_2 .

MÉTODO NUMÉRICO

La propagación del campo se modeló con el método de diferencias finitas en el dominio temporal (FDTD). Esta técnica discretiza las ecuaciones de Maxwell en términos de diferencias finitas centrales y las reescribe en forma de un algoritmo recursivo.

Considerando la polarización TE del campo eléctrico, como en la ecuación (4), la Ec. (1) se puede escribir como,

$$\frac{\partial}{\partial t} D_z(x, y, t) = \frac{\partial}{\partial x} H_y(x, y, t) - \frac{\partial}{\partial y} H_x(x, y, t). \tag{6}$$

Mientras que la Ec. (2), se puede escribir como

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x} E_z(x, y, t) &= \frac{\partial}{\partial t} B_y(x, y, t), \\ \frac{\partial}{\partial y} E_z(x, y, t) &= -\frac{\partial}{\partial t} B_x(x, y, t).\end{aligned}\quad (7)$$

Reescribiendo la Ec. (6) en términos de diferencias finitas centrales, y considerando una discretización alrededor del punto $(x, y, t) = (i\Delta x, j\Delta y, n\Delta t)$, tenemos:

$$\begin{aligned}\frac{D_z(i, j, n + \frac{1}{2}) - D_z(i, j, n - \frac{1}{2})}{\Delta t} \\ = \frac{H_y(i + \frac{1}{2}, j, n) - H_y(i - \frac{1}{2}, j, n)}{\Delta x} - \frac{H_x(i, j + \frac{1}{2}, n) - H_x(i, j - \frac{1}{2}, n)}{\Delta y}.\end{aligned}\quad (8)$$

Para las Ecs. (7), se procede de manera análoga. Para suprimir los reflejos espurios de las ondas radiadas desde los límites artificiales, se implementaron capas de acoplamiento perfecto (PMLs) con un espesor de d [6].

Para simular nuestro conversor de modos de alto orden, hemos considerado una guía de ondas plana de ancho d , que consiste en una loza infinita de dieléctrico ($n_2 = 3.6$) rodeada de aire ($n_1 = 1$), como se ilustra en la Fig. 2.

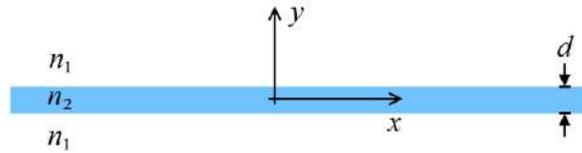


Fig. 2. Guía de ondas plana de ancho d , con $n_1 = 1$ y $n_2 = 3.6$.

Para validar la excitación de los modos permitidos en la guía de ondas, hemos implementado la transformada de Fourier (FT), escrita como

$$E_z(Q_x) \approx \int_{p_1}^{p_2} E_z(x) \exp\left(\frac{2\pi i Q_x x}{d}\right) dx. \quad (9)$$

donde p_1 y p_2 son los límites discretos de integración para evitar las discontinuidades en las guías de onda (cerca del origen y cerca de las PML).

RESULTADOS

Para producir el conversor de modos más simple reportado hasta el momento, propagamos un haz de luz de onda continua en la guía de ondas, variando una discontinuidad lateral S , desde $S = 0$ hasta $S = d$, respecto al eje de propagación (Fig. 3).

Al aumentar el desplazamiento lateral S , se induce una conversión del modo fundamental TE_0 a los modos de orden superior TE_1 y TE_2 , como se ilustra en la Fig. 4.

La Fig. 5 presenta la evolución de la FT en el rango de $S = 0$ a $S = d$. Cuando el desplazamiento lateral es cercano a $0.7d$, el modo fundamental se vuelve insignificante; lo mismo ocurre cuando

$S = 0.8d$: el modo TE_1 prácticamente se extingue. En esta figura también se puede observar que el máximo para el modo TE_1 está alrededor de $0.35d$, y alrededor de $0.55d$ para el modo TE_2 . Hemos encontrado que después de $S = 0.8d$, únicamente el modo TE_2 es propagado.

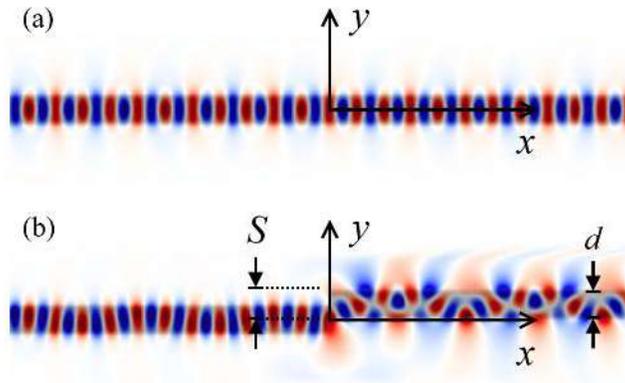


Fig. 3. Propagación del campo eléctrico con una discontinuidad lateral variable S . Se ejemplifican los casos (a) $S = 0$ y (b) $S = 0.5d$.

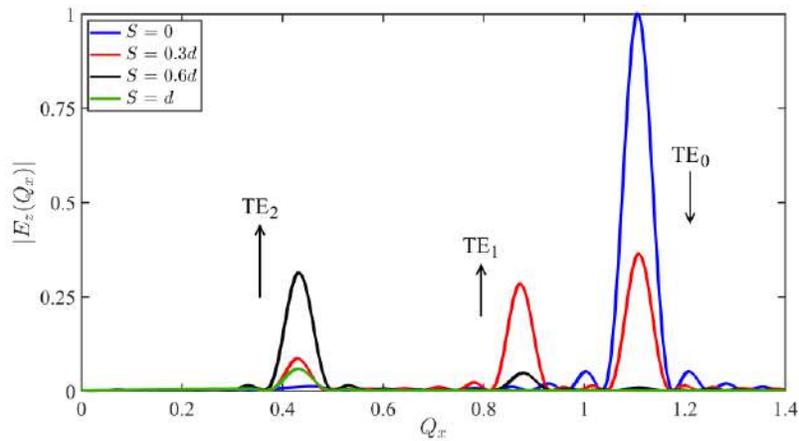


Fig. 4. FT del campo eléctrico, para $S = 0$ (azul), $S = 0.3d$ (rojo), $S = 0.6d$ (negro) y $S = d$ (verde).

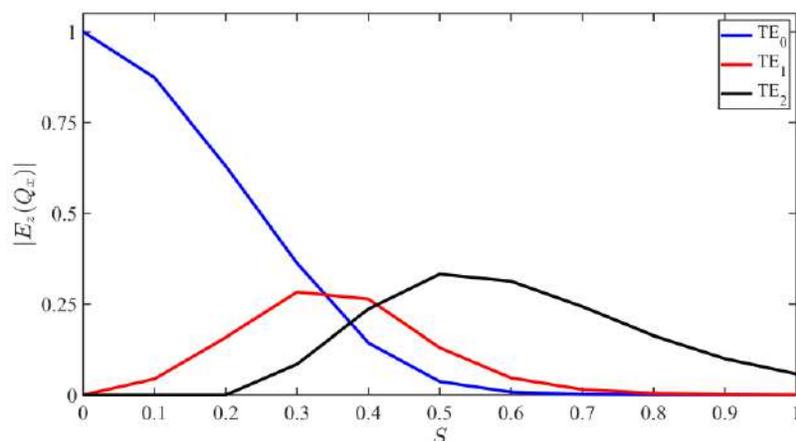


Fig. 5. Evolución de la FT del campo eléctrico en función del desplazamiento lateral S . Intensidades de los modos: TE₀ (azul), TE₁ (rojo) y TE₂ (negro).

CONCLUSIONES

Hemos producido el convertidor de modos más sencillo reportado hasta el momento, definiendo un desplazamiento lateral S en una guía de ondas plana. Al aumentar el valor de S , el modo fundamental TE₀ se reduce y los modos de orden superior TE₁ y TE₂ se manifiestan. A partir de $S = 0.8d$, únicamente el modo TE₂ se propaga. Consideramos que este convertidor de modo de alto orden podría implementarse fácilmente para el diseño y la fabricación de circuitos ópticos integrados compactos.

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad de Sonora, (proyecto USO315007906); Becas Institucionales CIO 2023.

BIBLIOGRAFÍA

1. J. Lu and J. Vučković, "Objective-first design of high-efficiency, small-footprint couplers between arbitrary nanophotonic waveguide modes," *Opt. Express* 20, 7221 (2012).
2. Y. J. Rodríguez-Viveros, D. Moctezuma-Enriquez, P. Castro-Garay, B. Manzanares-Martinez, C. I. Ham-Rodríguez, E. Urrutia-Banuelos, and J. Manzanares-Martinez, "Mode conversion caused by bending in photonic subwavelength waveguides," *Appl. Comput. Electromagn. Soc. J.* 30, 1269–1275 (2015).
3. B. E. Abu-elmaaty, M. S. Sayed, R. K. Pokharel, and H. M. H. Shalaby, "General silicon-on-insulator higher-order mode converter based on substrip dielectric waveguides," *Appl. Opt.* 58, 1763 (2019).
4. V. Liu, D. A. B. Miller, and S. Fan, "Ultra-compact photonic crystal waveguide spatial mode converter and its connection to the optical diode effect," *Opt. Express* 20, 28388 (2012).
5. L. Zhang, W. Zhang, G. Wang, Y. Hu, Z. Ge, L. Wang, Q. Sun, W. Wang, Y. Gong, and W. Zhao, "How to obtain a shortest mode converter based on periodic waveguide with limited index contrast?," *Appl. Phys. B Lasers Opt.* 123, 1–5 (2017).
6. A. F. Oskooi, D. Roundy, M. Ibanescu, P. Bermel, J. D. Joannopoulos, and S. G. Johnson, "Meep: A flexible free-software package for electromagnetic simulations by the FDTD method," *Comput. Phys. Commun.* 181, 687–702 (2010).

CARTA DE PLASTICIDAD DE SUELOS EN LA ZONA GEOTÉCNICA DEL VALLE DEL MUNICIPIO DE LEÓN, GTO

José de Jesús Torres-García¹, Jonathan Meléndez Ramírez²,
Pablo Iván Victoria Rocha² y Norma Liliana Cruz Ortíz¹

¹CIATEC, A.C., ²Universidad De La Salle Bajío.
jgarcia@ciatec.mx

RESUMEN

La caracterización de las propiedades fisicomecánicas de los suelos, así como su clasificación mediante metodologías que agrupen los suelos cuyos comportamientos presenten similitud, es un tema relevante desde el aspecto geotécnico; ya que permite a los ingenieros e investigadores prever comportamientos entre la interacción suelo - estructura para cualquier tipo de infraestructura que se haya proyectado desarrollar sobre la superficie de un territorio. Sin embargo, la delimitación de una zonificación geotécnica está lejos de ser una práctica común en las ciudades y su ejecución depende de iniciativas conjuntas de las instituciones de gobierno, centros públicos de investigación, instituciones de educación superior y los grupos sociales cuyas actuaciones oscilan en el desarrollo territorial.

En el presente trabajo se realizaron recopilaciones de información técnica específica de estudios geotécnicos ejecutados para diversas obras civiles, además de pruebas de laboratorio en muestras de suelos obtenidas de sitios de especial interés geotécnico dentro del municipio de León, Gto., a efecto de conformar la carta de plasticidad de los suelos que integran la zona geotécnica del valle. Se tomaron como base las metodologías específicas del Sistema Unificado de Clasificación de Suelos (SUCS), el cual es una referencia a nivel mundial y cuenta con normativa internacional y nacional para poder comparar sus resultados bajo una óptica estandarizada. Se seleccionaron un par de propiedades índice de los suelos como elemento de estudio (límite líquido e índice plástico), cuyos valores permiten inferir el comportamiento mecánico del suelo y pueden ser tomados como punto de control para los estudios geotécnicos.

Con la información obtenida se realizó la carta de plasticidad, en la cual se encuentran caracterizados los suelos que conforman la zona geotécnica del valle de León. Se observa que existe una preferencia a reportar una alta compresibilidad, clasificando las arcillas y limos; de donde se puede inferir un potencial comportamiento de expansión derivado de cambios en la humedad natural. Se presenta además un mapa de distribución del parámetro de estudio límite líquido, cuyos valores superiores se localizan en la franja sur del territorio municipal. Este ejercicio de investigación conforma un esfuerzo inicial para proponer los argumentos que conforman la base para la actualización de la zonificación geotécnica del municipio de León, Gto. y con esto incidir en las políticas públicas, así como en los reglamentos de construcción

INTRODUCCIÓN

El suelo esta categorizado como uno de los materiales de construcción con mayor antigüedad desde la evolución histórica del hombre, el cual representa en la actualidad una importante alternativa, para cubrir la demanda de edificación (Toirac, 2008); ya sea como material de construcción o como el basamento sobre el cual se realizan las construcciones que representan en muchos casos, el patrimonio familiar de varias generaciones. La clasificación de los suelos surge con el propósito de organizar el conocimiento de éstos para que sus propiedades puedan ser recordadas y sus relaciones puedan ser entendidas. Dar un nombre a un suelo va unido al propósito de ubicar su localización y la superficie que ocupa; esto es plasmar la información en un mapa para que sea posible utilizarla, de una manera más fácil a través de un sistema de información geográfica (Porta et al., 2003). De aquí se deduce que el reconocimiento, caracterización de propiedades y entendimiento

del comportamiento mecánico del suelo es requerido para la realización apropiada de cualquier proyecto de infraestructura. Visto desde la perspectiva del desarrollo del territorio, se ha recurrido a la realización de una zonificación geotécnica de zonas de interés; en las que resulta necesario abarcar grandes extensiones sobre las que se definirán las vocaciones naturales e inferidas, según las necesidades productivas, de servicios y de vivienda de una comunidad.

Estas zonificaciones geotécnicas conforman fuentes de consulta que permiten a los actores técnicos y sociales contar con información de primera mano para evaluar características específicas del territorio en temas geotécnicos. Después de todo, la superficie terrestre puede consolidar la síntesis del suelo a través de la historia geológica de nuestro planeta (Guerrero, 2019). Esta información se obtiene de la compilación de estudios geotécnicos distribuidos idealmente de forma regular en el territorio de interés, para lo cual se requiere la exploración física mediante calcatas u obtención de muestras alteradas e inalteradas de la masa del suelo en sus distintos estratos superficiales. Si bien existen algunas pruebas de campo, las muestras son llevadas al laboratorio donde son sometidas a diversos análisis que permiten conocer de forma directa las propiedades físicas, mecánicas y químicas de los suelos. Con el conocimiento de las propiedades de los suelos se pueden inferir y estimar valores para el diseño de las estructuras; tales como expansión, consolidación, resistencia a la compresión, permeabilidad, ángulo de fricción, etc.

El municipio de León cuenta con un amplio compendio de estudios relativos al territorio, entre los que destaca al Atlas de Riesgos Municipales, que establece en particular; las condiciones actuales y futuras relativa a las implicaciones de los fenómenos naturales en el territorio municipal, con énfasis al área urbana (IMPLAN, 2018). Como elemento específico de apoyo, se desprende la zonificación geotécnica, en la que se diferencian de forma clara las denominadas como rocosa, ladera y lomeríos, acarreos y valle (Figura 1). El valle de León corresponde a una antigua cuenca lacustre que fue rellenada por diversos materiales que se intercalaron, los cuales van desde tobas, arcillas y limos, lavas de diferente composición química y conglomerados derivados de lluvias torrenciales. Superficialmente, en la zona sur se tienen arcillas expansivas y suelos limosos con altas concentraciones de carbonato de calcio conocido como caliche. Las arcillas y los limos presentan una consistencia dura.

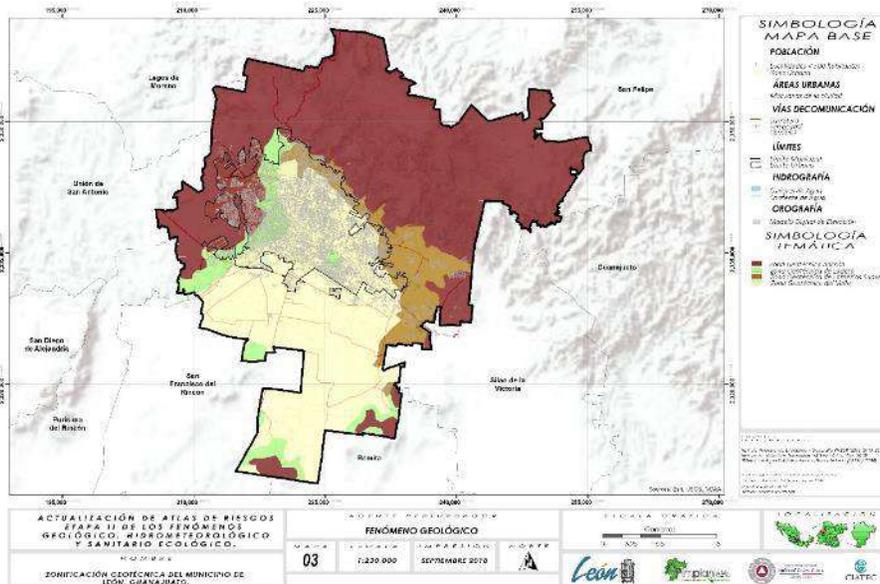


Figura 1. Zonificación geotécnica del municipio de León (IMPLAN, 2018).

Este documento representa una primera aproximación para entender el comportamiento esperado del subsuelo y sus expresiones en la superficie; asimismo se requiere de realizar precisiones enfocadas a factores geotécnicos de interés especial, como la definición y clasificación de suelos basados en la teoría de la Mecánica de Suelos tradicional, la cual se basa en la estimación de propiedades índice y en específico; en la evaluación de la plasticidad de los suelos. De esta forma, el presente trabajo conforma una contribución al entendimiento de la zonificación geotécnica del valle de la ciudad de León, Gto., mediante el establecimiento de la carta de plasticidad definida por Arthur Casagrande; y de la cual se puede inferir el comportamiento mecánico del suelo (basado en correlaciones), representando valores de referencia que pueden ser contrastados con los resultados de los métodos directos de identificación de suelos.

MARCO TEÓRICO

Bajo principios geotécnicos, para la determinación de los límites de consistencia se pueden distinguir los métodos tradicionales utilizados en suelos limosos y arcillosos (suelos finos cohesivos), donde los métodos de la copa de Casagrande para el límite líquido y los rollos de suelo para el límite plástico permanecen como punto de referencia a nivel mundial. También se utilizan métodos alternativos como el penetrómetro cónico en sus diferentes tipos (inglés, sueco, indio, ruso, etc.), los cuales han surgido con la intención de evitar ciertos factores que pueden alterar los resultados obtenidos mediante los métodos tradicionales (Munthohar et al, 2005). En su concepto clásico, el límite líquido (wL) corresponde a la humedad por encima de la cual la resistencia al corte de un suelo es nula, por otra parte; el límite plástico (wP), es el contenido mínimo de agua en el que el suelo comienza a mostrar un comportamiento plástico. Se espera que cualquier suelo de grano fino que tenga un contenido de agua natural cercano a su límite plástico tenga una alta resistencia al corte y una baja compresibilidad.

Actualmente, la determinación del límite líquido y el límite de plástico de un suelo se realiza siguiendo la metodología propuesta por Casagrande (1932), la cual ha sido recogida por algunas instituciones, entre ellas la Sociedad Americana para Pruebas y Materiales (ASTM) para normalizar el procedimiento. La determinación del límite plástico (ASTM D4318) se realiza tomando una muestra de suelo remoldeada, a la cual se le adiciona agua o se somete a secado, según sea el caso; posteriormente se rueda con la palma de la mano sobre una superficie lisa no absorbente (generalmente se utiliza una placa de vidrio) hasta formar un rollo de aproximadamente 3 mm de diámetro. Si al llegar a dicho diámetro no se ha resquebrajado el rollo, se repite el proceso hasta lograr que se presenten fisuras en el rollo de suelo. Al contenido de agua (en porcentaje) que presente la muestra de suelo cuando se llegue a la condición descrita anteriormente, se le denomina límite plástico.

La determinación del límite líquido con el método tradicional se realiza siguiendo los lineamientos indicados en la norma ASTM D4318, para lo cual se toma una muestra de suelo a la que se le adiciona agua, se mezcla y se coloca en la copa de Casagrande, se hace una ranura al centro de la muestra y se procede a girar la manivela con la cual se realiza el proceso de levantar la copa y dejarla caer de una altura aproximada de 10 mm con una frecuencia de un golpe por segundo. Se continúa hasta que la ranura de la muestra se cierra en una longitud aproximada de 13 mm, esto se debe lograr a los 25 golpes con la copa (Candelaria et al, 2018). Una vez calculados los límites líquido y plástico, se puede determinar el índice de plasticidad (IP) el cual se define como:

$$IP = wL - wP$$

Con la relación entre el límite líquido e índice plástico, Casagrande (1932) propuso la carta de plasticidad, en la cual se grafica el límite líquido en el eje de las abscisas y el índice de plasticidad en el eje de las ordenadas. El objetivo de esta carta es clasificar el comportamiento de la fracción fina de los suelos (Figura 2). Dentro de la carta de plasticidad se distingue la línea A, la cual es la división entre los suelos limosos (ML y MH) y arcillosos (CL y CH), mientras que la línea U es

aproximadamente el límite superior de la relación del índice de plasticidad respecto al límite plástico para cualquier suelo encontrado por Casagrande (Das, 2001). Es mediante esta carta de plasticidad que hoy día es posible definir el comportamiento cohesivo de la fracción fina de los suelos, si bien existen metodologías modernas que han minimizado el error humano y las apreciaciones ligeras; la economía, practicidad y replicabilidad de los métodos establecidos desde hace casi 100 años siguen siendo la base práctica en la academia, investigación y en el ejercicio profesional. Un valor agregado de las propiedades geotécnicas de los suelos, en específico el límite líquido y el índice plástico, es que son consideradas como una propiedad índice. De acuerdo con Sowers (1979), se considera una propiedad cualitativa fácil de medir en suelos y rocas tanto en campo como en laboratorio mediante la cual se puede inferir un comportamiento más complejo de un suelo.

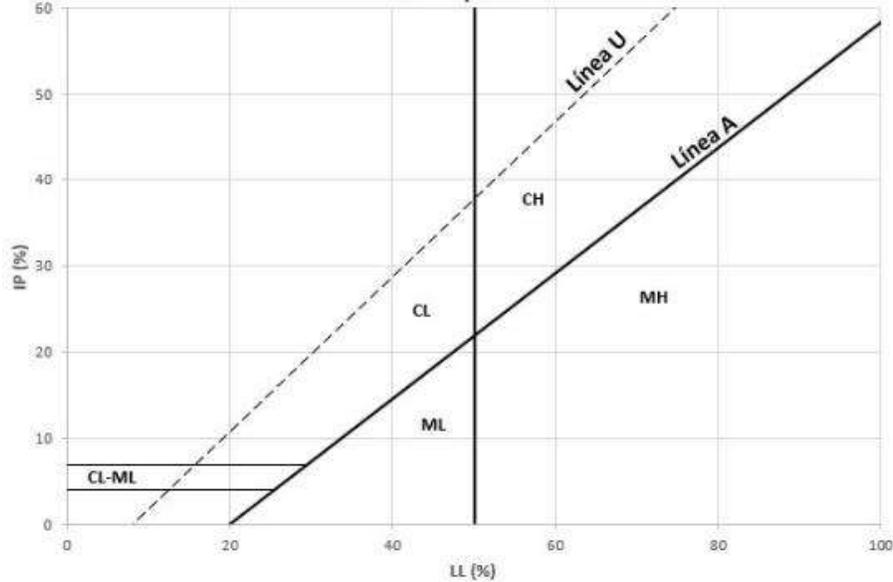


Figura 2. Carta de plasticidad propuesta por Arthur Casagrande (Candelaria et al, 2018).

En geotecnia, una propiedad índice puede considerarse como el primer acercamiento hacia los suelos y puede servir como una orientación para profundizar el estudio a través de ensayos más elaborados, es decir; su uso debe limitarse a la etapa preliminar y a un estimado del diseño (Hurtado, 2002). Es en concordancia con estos principios que se propone establecer una carta de plasticidad de los suelos localizados en la zona geotécnica del valle de León, Gto., con la cual se podría aportar conocimiento para el desarrollo del territorio (en su estrato superficial). Al poder inferir propiedades mecánicas mediante la correlación de los datos emitidos en la carta de plasticidad, los especialistas en geotecnia contarían con un punto de referencia para la realización, comparación e interpretación inicial de los estudios geotécnicos.

PARTE EXPERIMENTAL

El alcance del área de estudio de la presente investigación corresponde a la zona geotécnica del valle de León, Gto., con base en los límites territoriales dispuestos por el IMPLAN. Sin embargo, se realiza un énfasis hacia el área urbanizada y las zonas de crecimiento proyectado por el Programa Municipal de Desarrollo Urbano y Ordenamiento Ecológico y Territorial de León, Gto. (PMDUOET) Se ha tomado como información base los documentos de Atlas de Riesgos Municipales (ARM), en su primer versión y actualizaciones (2006, 2010 y 2018). Se realizaron recorridos de campo para identificar de forma visual y cualitativa los distintos tipos de suelo que conforman el territorio municipal.

En cuanto a su fisiografía, el municipio de León tiene rasgos topográficos claros y definidos, el valle y la sierra, mismos que son diferentes en cuanto a la edafología que los compone (Figura 3). Se

identifica la zona urbana (color gris), que se encuentra localizada sobre el suelo tipo vertisol, que cubre el centro, sur y sureste del territorio y una zona en la parte noreste, la topografía y geología rige el tipo de suelos, en las zonas altas de la Sierra de Lobos se presenta un Leptosol y en la parte norte – noreste se identifica Phaeozem, siendo estos los tres tipos de suelo más abundantes en el municipio de León.

Los suelos tipo vertisol cubren la mitad del territorio del municipio con el 49%, sigue el Phaeozem con 22% y el Leptosol con 13% lo que corresponde al 84%, el 16% restante se divide en 5 tipos de suelos más (Figura 3). Esta síntesis edafológica es una primera aproximación para el entendimiento de las condiciones y propiedades que los distintos tipos de suelos presentes han desarrollado en su historia geológica; ya que es factible formarse una idea aproximada de su origen (residual o transportado), de su composición mineralógica e incluso estimar con cierta certeza las proporciones de granulometría que presentan. Al reportarse un alto porcentaje de vertisol, se entiende que las arcillas y limos serán fácilmente encontradas en los estratos superficiales.

Se determina lo anterior con base en la información emitida por la FAO, que clasificó los Vertisoles como suelos que después de haber mezclado los 20 cm superiores tienen 30% o más de arcilla en todos los horizontes hasta una profundidad no menor de 50 cm; desarrollan grietas de la superficie hacia abajo, las cuales, en algún período, tienen cuando menos 1 cm de ancho y una profundidad de 50 (FAO–UNESCO, 1974). Sin embargo, el contenido de arcilla puede ser hasta del 90%, en particular para vertisoles que se originan de depósitos piroclásticos. Además, éstos tienen cambios pronunciados en el volumen con la variación del contenido de humedad y evidencias de movimiento del suelo en las caras de deslizamiento (Soil Survey Staff, 2003; IUSS Working Group WRB, 2006). En general, los Vertisoles tienen un color oscuro y carecen de horizontes distintivos; las arcillas que dominan son las esmectitas, las cuales tienen una alta capacidad de intercambio catiónico, lo que hace que estos suelos tengan una alta fertilidad natural (Coulombe et al., 1996; Soil Survey Staff, 1999).

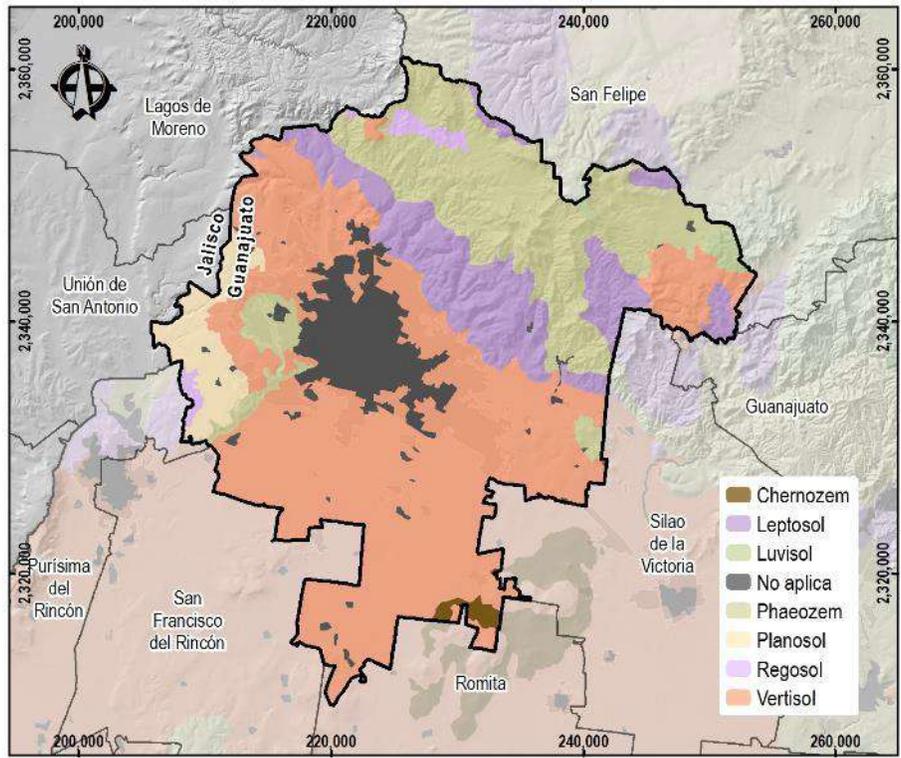


Figura 3. Mapa de edafología en el municipio de León (INEGI, 2022).

Se seleccionaron sitios estratégicos para la toma de muestras de suelo, tomando como base las particularidades descritas en las distintas versiones del ARM, en particular la zona geotécnica del valle; donde se ha reportado el potencial de expansión del suelo y los efectos de la subsidencia derivada del abatimiento de los mantos acuíferos. Las muestras de suelos fueron debidamente resguardadas y sometidas al análisis de laboratorio para la obtención de las propiedades requeridas (límite plástico, límite líquido e índice plástico). En conjunto con el grupo de investigación se definieron los parámetros de control de las muestras de suelo, las cuales fueron georreferenciadas para su posterior integración en un sistema de información geográfica.

Como parte de las actividades de investigación de antecedentes, se ha tomado información de estudios geotécnicos realizados previamente por un laboratorio de estudios geotécnicos (Laboratorio y Consultoría LOA), estos datos han permitido incrementar la base de datos de análisis hasta de 98 localizaciones distintas dentro del territorio municipal de León. Resulta pertinente aclarar que la base de datos creada no se hará pública en su totalidad, ya que se pretende continuar los trabajos de investigación bajo el enfoque del problema geotécnico que representa el comportamiento especial de algunos de los tipos de suelos reportados (fenómenos de expansión o colapso), sin embargo; esta información podrá ser compartida con Instituciones de Educación Superior o Centros Públicos de Investigación que desarrollen esta línea de investigación; estableciendo los acuerdos necesarios de confidencialidad y colaboración.

A manera de ejemplo, en la Tabla 1 se presentan los valores obtenidos en los análisis de laboratorio de muestras de suelo, cuyo estrato representativo oscila de 0.60 hasta 15 metros de profundidad. Para fines prácticos de la investigación, se ha omitido el análisis de la capa superficial del suelo, ya que esta se integra ordinariamente por material con una alta carga orgánica; estrato que es necesario eliminar de cualquier proyecto de edificación.

Tabla 1. Distribución de sitios de muestreo de suelos.

Control	Profundidad (m)	Descripción	Límite líquido (%)	Límite plástico (%)	Índice plástico (%)
1	2.4-2.60	Arcilla inorgánica de alta compresibilidad de color grisáceo	62.15	30.32	31.83
2	0.00-1.50	Fragmentos de roca de tamaños chicos y medianos con presencia de grava-arena mal graduada color café con ligera tonalidad verde	29.00	14.63	14.37
3	1.60-7.00	Arcilla arenosa color café oscuro de alta compresibilidad	56.26	25.28	30.98
4	2.60-8.00	Arena limosa color café de alta compresibilidad con presencia de grava	52.00	27.42	24.58
5	1.40-3.00	Limo inorgánico color gris claro de alta compresibilidad con presencia de arena	68.50	38.92	29.58
6	0.60-1.5	Arcilla inorgánica color café oscuro de baja compresibilidad con presencia de arena	40.00	23.00	17.00
7	0.90-1.90	Arcilla arenosa color negro de alta compresibilidad con presencia de fragmentos de roca de tamaños medianos y chicos. Con 10% de escombros.	62.00	31.00	31.00
8	4.25-5.90	Arcilla arenosa color café de baja compresibilidad semi saturado	35.00	17.00	18.00
9	0.60-2.00	Arcilla color café claro de alta compresibilidad	90.00	40.00	50.00
10	1.00-1.30	Limo color café oscuro de alta compresibilidad	62.00	33.00	29.00
11	2.60-15.00	Arcilla arenosa de alta compresibilidad con presencia de grava	55.40	27.80	27.60

Control	Profundidad (m)	Descripción	Limite liquido (%)	Limite plástico (%)	Índice plástico (%)
12	2.00-4.20	Arcilla inorgánica de alta compresibilidad con presencia de arena.	62.30	22.10	40.20
13	6.45-15.60	Arcilla de baja compresibilidad con presencia de arena	48.00	23.70	24.30
14	1.45-5.90	Arcilla arenosa de baja compresibilidad	31.50	16.50	15.00
15	2.00-4.20	Arcilla inorgánica de alta compresibilidad con presencia de arena	62.30%	22.10%	40.20%
16	2.00-3.30	Limo de alta compresibilidad	80.30%	43.00%	37.30%
17	0.80-2.00	Arcilla arenosa de alta compresibilidad	71.70%	28.00%	43.70%

Adicionalmente se obtuvo una descripción simple de los suelos analizados, con base en las observaciones de campo y los resultados de laboratorio enfocados al Sistema Unificado de Clasificación de Suelos (SUCS). En la Figura 4 se observa la localización geográfica de los puntos de estudios geotécnicos realizados o capturados de documentos previos; los cuales se concentran en la zona urbana de la zona geotécnica del valle de León, destacándose algunos puntos referidos al sur del territorio. Esto último cobra importancia, ya que el plan de desarrollo urbano local establece estas zonas como las de mayor crecimiento proyectado en los próximos años.

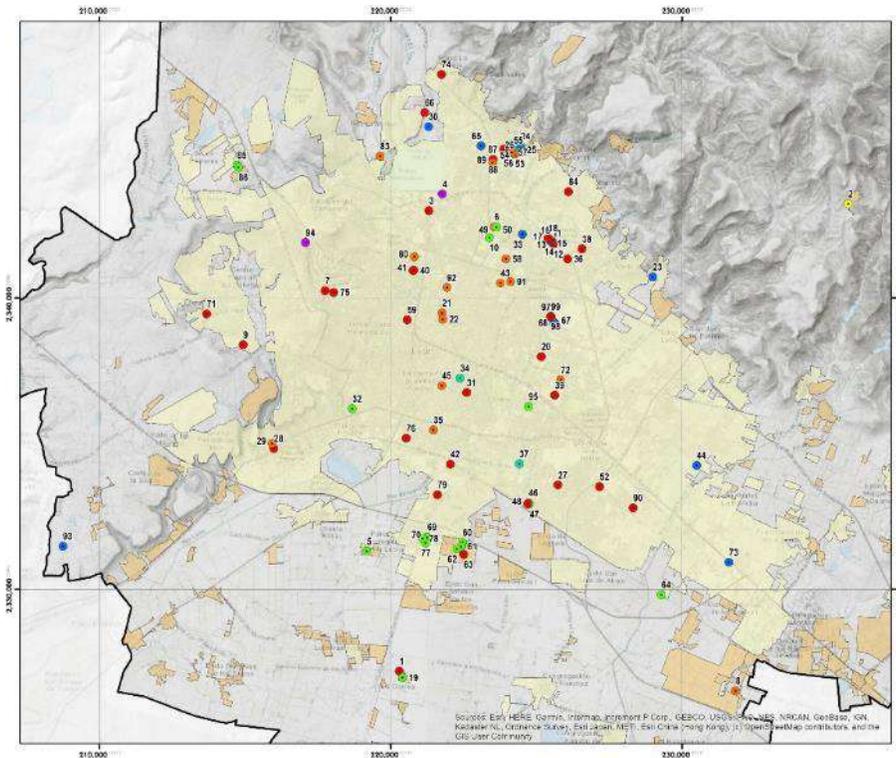


Figura 4. Distribución de sitios de muestreo de suelos.

De manera general, se observa que los valores reportados para el límite líquido superan en promedio el rango de 50%, estos resultados indican una susceptibilidad de cambio volumétrico en los suelos, las cuales pudieran derivarse en agrietamientos profundos ante una alta desecación climática o bien; la posibilidad de que se presenten hinchamientos (expansiones), durante la temporada de lluvias. Estas aseveraciones parten del conocimiento de las propiedades índice, a las cuales se ha referido en el presente trabajo, y permiten establecer el comportamiento de los suelos ante la dinámica

cambiante que cualquier proyecto constructivo derivaría en las condiciones naturales de los estratos superficiales.

RESULTADOS

Con la base de datos obtenida se ha creado una carta de plasticidad de los suelos ubicados en la zona geotécnica del valle de León, mediante los cuales se puede identificar e inferir el comportamiento mecánico de un suelo. Esta carta se construye a partir del conocimiento del Límite Líquido e Índice de Plasticidad del suelo, los cuales se expresan mediante un plano cartesiano dividido por dos líneas específicas (A y B), que permiten definir los tipos de suelo fino entre limo y arcilla, en conjunto con la posibilidad de identificar si son de baja o alta compresibilidad (Figura 5). Se aprecia que la mayoría de los suelos se sitúan en las áreas cercanas a la línea A de la carta de plasticidad. Esta distribución se considera normal conforme a investigaciones previas (Zepeda, 1989). Una vez definida la carta de plasticidad, se puede establecer que un poco más de la mitad de las muestras de suelo evaluadas corresponden a distintas variantes de arcillas, ya que el 38% se identifica como arcilla de alta compresibilidad (CH), en tanto que al 24% de las muestras han sido catalogadas como arcillas de baja compresibilidad (CL). Con respecto a las muestras restantes, un 33% corresponde a limos de alta compresibilidad (MH) y el 5% a limos de baja compresibilidad (ML). Estos resultados reflejan que la zona geotécnica del valle de León se compone fundamentalmente por suelos finos (arcillas y limos), al menos en los estratos superiores. A manera de correlación entre la información existente y los resultados obtenidos, se retoma la distribución de los suelos en el territorio municipal desde el punto de vista edafológico, en el que los vertisoles conforman la mayor parte de la zona geotécnica del valle de León y, por ende, se consideran consistentes las clasificaciones de suelos basadas en propiedades plásticas basadas en el SUCS y de la FAO. Se ha integrado la información de los resultados de laboratorio en un SIG, realizando una extrapolación de los datos en función del territorio municipal, obteniendo así una aproximación a la distribución del límite líquido (Figura 6).

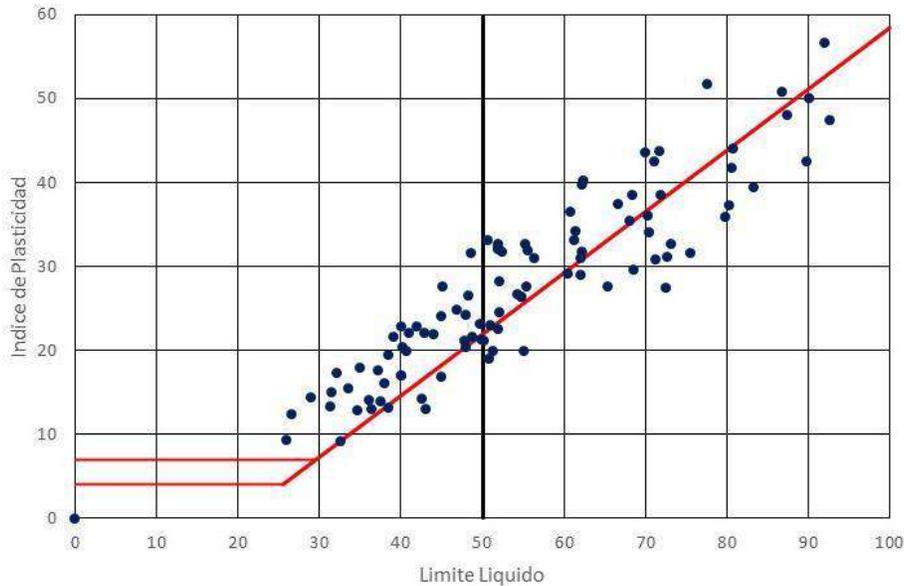


Figura 5. Carta de plasticidad de suelos en la zona geotécnica del valle de León, Gto.

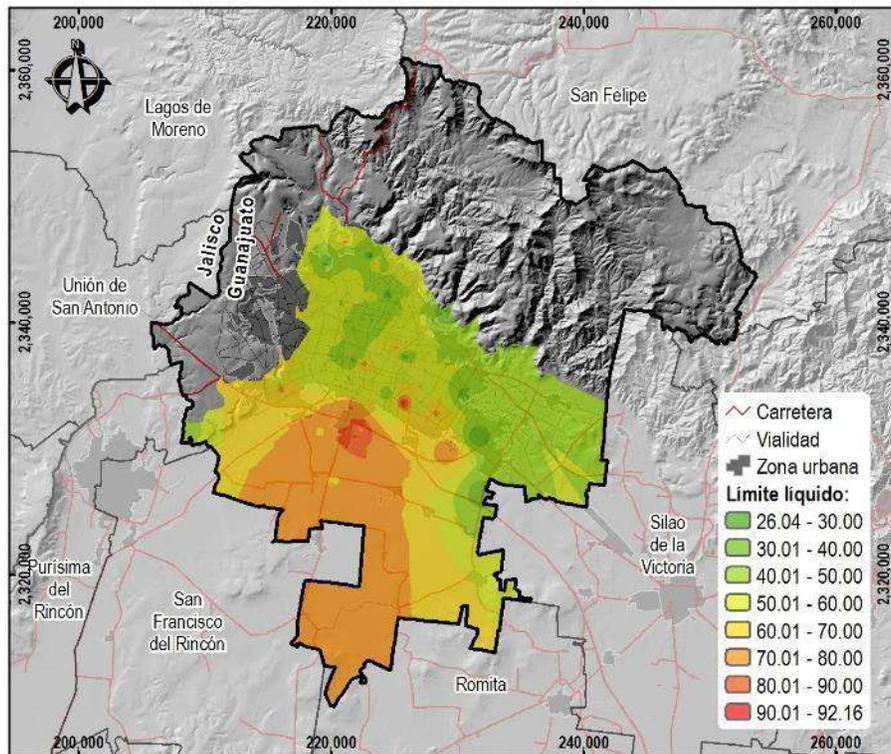


Figura 6. Distribución del límite líquido en suelos de León, Gto.

Los valores inferiores a 50% del límite líquido se localizan en la zona centro del valle de León, que corresponde al territorio donde la mancha urbana se ha desarrollado desde la fundación de la ciudad. En cambio, la zona sur del territorio municipal se caracteriza por reportar valores de límite líquido superiores al 50%, esta condición se comprende por la naturaleza de los suelos vertisoles depositados en la historia geológica y edafológica de la región del bajo mexicano. De aquí se comprende entonces el amplio uso de estos predios como parcelas productivas de distintas variantes agronómicas.

CONCLUSIONES

El conocimiento preciso de las condiciones fisicomecánicas de los tipos de suelo que conforman un territorio permite establecer una estimación inicial y preventiva del comportamiento futuro en función de la infraestructura que se pudiera proyectar conforme los planes de desarrollo municipal son realizados y ejecutados. Contar con elementos basados en la edafología, y a su vez; ampliados con base en criterios geotécnicos, permite contar con mayor certeza sobre el conocimiento de los estratos superficiales del suelo en su concepción histórica y sus implicaciones futuras. En el presente trabajo se ha desarrollado una metodología basada en estudios geotécnicos para la determinación de propiedades índice de alto interés (límite líquido e índice plástico), mediante las cuales ha sido factible establecer la carta de plasticidad de suelos en la zona geotécnica del valle de León, Gto. En particular, la conformación del mapa de distribución del límite líquido en el municipio representa una herramienta de consulta para los actores sociales implicados en la toma de decisiones sobre el desarrollo municipal, además de la reglamentación de la construcción; ya que las correlaciones que pueden realizarse con base en esta propiedad índice pueden inferir de forma favorable en los requerimientos técnicos que los estudios geotécnicos deben de contemplar para la edificación.

Si bien los resultados obtenidos pueden considerarse una contribución inicial a la caracterización geotécnica de esta fracción del territorio municipal, marcan la pauta para continuar con trabajos de

investigación que puedan aportar información específica para el incremento de la base de datos, con la cual se puede establecer incluso una nueva zonificación geotécnica basada en el SUCS. Durante la evaluación de las muestras de suelo se ha observado que el porcentaje de expansión de algunas arcillas ha sido de importancia (fenómeno reportado de forma incipiente en el Atlas de Riesgos Municipales de León por el IMPLAN en 2010). Este fenómeno geológico en específico puede ser inferido de forma indirecta por la combinación del límite líquido y la granulometría; con lo cual se motiva la necesidad de ampliar el rango de valores tanto para la carta de plasticidad como para la representatividad de los datos en la conformación de la zonificación geotécnica.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Instituto de Innovación, Ciencia y Emprendimiento para la Competitividad para el Estado de Guanajuato (IDEA GTO), por su apoyo en la realización del presente trabajo; mediante el Programa Valle de la Mentefactura Guanajuato, Convenio IDEAGTO/CONV/061/2021. Así mismo, a Laboratorio y Consultoría LOA por su contribución y asesoría durante la ejecución de los trabajos de laboratorio.

REFERENCIAS

- ASTM D 4318-00. Liquid Limit, Plastic Limit, and Plasticity Index of Soils. ASTM, USA.
- Candelaria J., Bernal M., Flores O., Guzmán A. y Hernández S. (2018). Determinación de límites de consistencia en jales usando conos penetrantes. XXIX Reunión Nacional de Ingeniería Geotécnica, pp. 147-153.
- Casagrande, A. (1932) Research on the Atterberg Limits of Soil. Public Roads, 13, 121-136.
- Coulombe, C. E., L. P. Wilding, and J. B. Dixon. 2000. Vertisols. pp. E269–E286. In: M. E. Sumner (ed.). Handbook of Soil Science. CRC Press. Boca Raton, FL, USA.
- Das, B. M. (2001). Fundamentos de ingeniería geotécnica. México D.F.: Editorial Thomson Learnig.
- FAO–UNESCO (Food and Agriculture Organization–United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization). 1974. Soil Map of the World 1:1 000 000. Vol. I. Legend. UNESCO. Paris, France.
- IUSS Working Group WRB. IUSS–ISRIC and FAO (International Union of Soil Sciences–Information Soil Reference and Information Centre and Food and Agriculture Organization). 2006. World reference base for soil resources. A framework for international classification, correlation and communication. 2nd ed. World Soil Resources Report 103. FAO. Rome, Italy.
- Guerrero, A. y Marlene A. (2019). Estudio geomorfológico y edafológico en el desarrollo de *Persea Americana* (Lauraceae), *Asparagus officinalis* (Asparagaceae) y *Saccharum officinarum* (Poaceae) en la provincia de Trujillo, Perú, *Arnaldoa*, 26(1), 447-464.
- Hurtado D., Flores, M. y Guerrero, T. (2002). Una visión actual de las propiedades índice. XXI Reunión Nacional de Mecánica de Suelos.
- IMPLAN (2010). Atlas de Riesgos para el Municipio de León, Gto. 2010.
- IMPLAN (2018). Actualización del Atlas de Riesgos León 2018, Etapa II de los fenómenos hidrometeorológico, geológico y sanitario ambiental.
- INEGI. (Diciembre de 2022). Edafología. Obtenido de Geografía y Medio Ambiente: <https://www.inegi.org.mx/temas/edafologia/>
- Porta Casanellas, J., M. López–Acevedo Reguerín y C. Roquero de Laburu. 2003. Edafología. Para la agricultura y el medio ambiente. 3a ed. Mundi–Prensa. México, D. F.
- Muntohar, A. S. y Hashim, R., (2005). “Determination of plastic limits of soils using cone penetrometer: Re-Appraisal”. *J. Teknik Sipil*, No. 2, 17 p.
- Soil Survey Staff. 1999. Soil Taxonomy. A basic system of soil classification for making and interpreting soil surveys. 2nd ed. US Department of Agriculture–Natural Resources Conservation Service. Washington, DC, USA.
- Soil Survey Staff. 2003. Keys to Soil Taxonomy. 9th ed. US Department of Agriculture–Natural Resources Conservation Service. Washington, DC, USA.

- Sowers, G.F. 1979. Application of Results of Exploratory Borings and Index Properties To Soil Engineering Problems. Simposio Internacional de Mecánica de Suelos. P 3-15 Oaxaca, Mex.
- Toirac, J. (2008). El suelo-cemento como material de construcción, ciencia y sociedad. XXXIII(4), 520-571.
- Zepeda G., J. A. y Castañeda, A. H; (1989). Distribución de suelos expansivos en la República Mexicana. Curso internacional de mecánica de suelos arcillosos, México.

HUNDIMIENTOS REGIONALES EN LA CIUDAD DE LEÓN ¿QUE TANTO NOS AFECTAN?

Norma Liliana Cruz-Ortiz, Norma Claudia Calderón Rosas, José de Jesús Torres García

CIATEC, A.C.

Correo: ncruz@ciatec.mx

RESUMEN

A través de la historia, los asentamientos humanos se han desarrollado cerca de cuerpos de agua superficiales, tales como ríos, lagos y lagunas; lo cual ha permitido realizar sus actividades básicas. Conforme transcurre el tiempo y se presenta el crecimiento demográfico de las ciudades; este genera una demanda extrema de recursos, por lo que el agua es uno de los principales temas a considerar en el desarrollo social e industrial de la población. Esta situación conlleva a que se busque agua en diferentes fuentes de abastecimiento, así el agua subterránea se vuelve indispensable y con ello se potencializa la sobreexplotación de los acuíferos. Esta situación desencadena una serie de fenómenos que van desde extraer aguas fósiles hasta el hundimiento del terreno como consecuencia de que los espacios granulares antes saturados de agua ahora contienen aire, ocurriendo la de los estratos del subsuelo; cuya manifestación se ve reflejada en la superficie y afecta así toda la infraestructura que se encuentra asentada sobre ella.

En el estado de Guanajuato existen ciudades que presentan la problemática de hundimientos regionales, como lo es Irapuato, Salamanca, Celaya, entre otros; pero la ciudad más poblada es León con más de 1.7 millones de habitantes y ya se han reportado evidencias de este fenómeno. De acuerdo a CONAGUA, en el año 2013 se tenía una pérdida de hasta 30 metros en el nivel estático del acuífero, mostrando conos de abatimiento en la zona agrícola al sur de la mancha urbana y hacia la comunidad de La Sandía. El objetivo de este proyecto es determinar el nivel de afectaciones sociales para el municipio. Se colectó información histórica de reportes de hundimientos, agrietamientos, profundidad del agua subterránea y niveles de abatimiento del acuífero del Valle de León, mapas del crecimiento de la mancha urbana a lo largo de los años, mapas de estructuras geológicas, así como evidencias reportadas en diferentes ediciones del Atlas de Riesgos del Municipio de León.

Se realizó un análisis estadístico de la información, además del cruce de capas de información, obteniendo mapas de identificación de colonias afectadas por el fenómeno del hundimiento regional. Se definió un listado de 85 de las 1259 colonias registradas, las cuales pueden tener un grado de afectación; estas se distribuyen principalmente en la zona urbana (94%) y en comunidades aledañas (6%). Las viviendas no son las únicas construcciones afectadas, ya que las vialidades, edificios públicos, escuelas, hospitales, oficinas gubernamentales, entre otros; son susceptibles de manifestar daños al hacerse manifiesto el hundimiento regional por sobreexplotación del acuífero.

Se obtuvieron diversos mapas temáticos donde se identifican las colonias, infraestructura afectada y zonas de mayor vulnerabilidad; con estos datos se puede concluir que la ciudad de León tiene una afectación latente por hundimientos regionales y que las políticas públicas dedicadas al desarrollo urbano de la ciudad deberán tener estas consideraciones cuando se otorguen los permisos de construcción.

INTRODUCCIÓN

La subsidencia del terreno es la paulatina deformación se produce cuando se extraen sólidos, líquidos o gases del subsuelo, ocasionando que las capas del subsuelo se reacomoden, porque ya no tienen el sustento de lo que se extrajo, y eso hace que se vuelvan a acomodar los estratos y baje el nivel de la superficie (UNAM, 2021). De forma específica al aprovechamiento de los acuíferos, la constante extracción de agua del subsuelo, cuando está constituido por material granular poroso (o meteorizado, tal como un basalto muy fracturado), tiene como consecuencia la generación de hundimientos graduales del suelo por consolidación (Pacheco, 2007).

La subsidencia se extiende en grandes zonas del territorio mexicano, siendo grandes ciudades las afectadas como son la CDMX, Querétaro, San Luis Potosí, Aguascalientes, Morelia, etc. Si se toma en cuenta que el abastecimiento nacional de agua para uso urbano, agrícola e industrial se produce en buena medida a partir de agua subterránea; es de esperarse que, en función de la geología regional, en el futuro cercano más ciudades se sumen al listado de aquellas donde se presentan afectaciones derivadas del hundimiento regional y los agrietamientos inducidos por este fenómeno natural. Después de todo, se estima que del 60 al 65 % del total de agua consumida en el país proviene de los acuíferos, muchos de ellos en estado de sobreexplotación (Rodríguez-Castillo, 2006).

Debido a que la magnitud de los hundimientos puede ser de sólo unos cuantos centímetros por año, éstos son casi imperceptibles, sin embargo, al cabo de algunos pocos años los asentamientos tienden a generar problemas tales como cambios en el drenaje natural de las áreas mayormente afectadas. Cuando la base del acuífero es irregular se pueden presentar, asociados a los hundimientos, fallamientos del suelo en la forma de grietas o desplazamientos verticales del terreno, los cuales afectan frecuentemente todo tipo de infraestructura civil debido a que este fenómeno es más notorio en las áreas urbanas.

Esto se ve reflejado en daños directos en la infraestructura, cuya solución va desde el reforzamiento o adecuación de marcos de puertas y ventanas, hasta la necesidad de labores de nivelación de firmes y pisos. En los casos donde las afectaciones han puesto en entredicho la estabilidad estructural de las viviendas, se corre el riesgo de colapso, lo que vuelve inhabitables los sitios. Como consecuencia de esto, se proyectan pérdidas económicas por la necesidad de realizar remodelaciones, reestructuraciones y en el caso más extremo, los montos requeridos son de una magnitud tal que podrían propiciar la pérdida del patrimonio familiar. Se entiende entonces que un adecuado conocimiento de este particular fenómeno geológico, en conjunto con una adecuada atención preventiva a esta problemática, ayudará a mitigar el peligro de afectaciones a la población en el presente y futuro.

En cuanto a documentos normativos y reglamentarios existentes a nivel municipal, los planes de desarrollo del territorio representan las perspectivas sistémicas en las que se expresa el futuro de la ciudad en su entorno natural y en particular hacia donde se prevé el desarrollo de la mancha urbana (con todas las condicionantes que esto pueda generar), teniendo en cuenta además los servicios públicos e infraestructura necesaria para la población. Se destaca aquí la importancia de generar estudios específicos que emitan resultados entendibles y socializables que apoyen a los actores (entes gubernamentales y particulares) en la toma de las decisiones, y éstas sean emitidas en los planes de ordenamiento territorial, ARM e incluso en la reglamentación de construcción local.

ANTECEDENTES

El estado de Guanajuato por su configuración geológica y tectónica, es propenso a presentar problemas de subsidencia como varios de los estados vecinos, se tienen casos de estudio severos como son las ciudades de Celaya e Irapuato, donde se han reportado monumentos históricos dañados y zonas habitaciones con severas afectaciones, al punto de quedar inhabilitados. Es un fenómeno del que poco se habla y que, si bien está documentado, no se ha legislado correctamente debido a que existe controversia por el origen de la subsidencia. Al considerarse un fenómeno natural, el gobierno apoyaría a las reparaciones y/o evacuaciones de la población, pero si se considera de origen antropogénico, se buscarían los responsables para que cumplan con la sanción por las consecuencias. Es en este sentido que se centra en conflicto.

Por su parte, el municipio de León, ciudad con mayor población del estado, presenta subsidencia debido principalmente al aumento de la extracción del agua de los acuíferos, ocasionando agrietamientos que se reflejan sobre el pavimento, presentando un arreglo anastomosado (Instituto

Municipal de Planeación, 2010). En la Tabla 6, se presenta un listado de algunas noticias relacionadas a la subsidencia y hundimientos en el estado de Guanajuato, en los últimos años.

Tabla 6. Noticias relacionadas a subsidencia en el estado de Guanajuato

Título	Fuente	Año	Enlace
Celaya se hunde, alerta científica de la UNAM.	Periódico AM	2018	https://shorturl.at/ghCPQ
Las fallas de Abasolo: hundimientos, daños en casas y cultivos.	Periódico Notus	2020	https://shorturl.at/yDGIL
Hundimientos y fracturas en la ciudad de Irapuato por fallas geológicas.			https://shorturl.at/jlpLO
Se abre agujero en plena zona peatonal de León; Sapal ya atiende la falla.	La Silla Rota		https://shorturl.at/DLS18
Viviendas a punto de colapsar por falla geológica en León.	El Sol de León		https://shorturl.at/jrlXY
Protección Civil vigila hundimientos en Salamanca por sobreexplotación acuífera.	Periódico Correo	2022	https://shorturl.at/jtuG3
Se abre socavón de 5 metros en carretera en Guanajuato capital por las lluvias; temen que colapse.	Periódico AM		https://shorturl.at/pEIZ7
Los hundimientos en la plaza Mayor (León), comienzan a ser preocupantes.	Diario de León		https://shorturl.at/dfDLT

Fuente: Elaboración propia

En el municipio de León se tienen documentados varios casos de hundimientos y/o daños a infraestructura privada y pública. En el Atlas de Riesgos Municipal de León (ARML) del 2006 se reportaron grietas de tensión (precursoras de los hundimientos diferenciales), esto significa que se puede monitorear su evolución, así como buscar indicios de subsidencia en diversas zonas del municipio de León. Como se ha establecido anteriormente, la principal causa de subsidencia es la sobreexplotación de los mantos acuíferos, la cual se lleva a cabo para satisfacer las necesidades de la población en industria y agricultura como ejes de la sociedad actual; aunado a esto se tiene la propia historia geológica y estratigráfica que marcan las fallas, estructuras sepultadas y materiales que influyen en la velocidad de hundimiento y sus manifestaciones en la superficie.

En un análisis de los casos reportados en el territorio municipal, los hundimientos o agrietamientos se observan preferencialmente en el sur del territorio, como es la comunidad de La Sandía, donde se han reportado grietas y apertura del suelo de más de 50 metros de longitud y 1 metro de profundidad. Se ha generado el temor entre los pobladores, ya que las viviendas se encuentran en las inmediaciones de este sitio. Otra zona severamente afectada es la salida a San Francisco del Rincón, donde derivado de la sobreexplotación del agua subterránea se “reactivó” una falla geológica preexistente, ya que al propiciarse la consolidación de los estratos superficiales del suelo ha generado hundimientos diferenciales, cuyas afectaciones se han reportado en varias colonias aledañas a la activación del fallamiento.

Por otro lado, INEGI reporta que en las comunidades de Plan de Ayala y San Juan de Abajo existen hundimientos del rango de 7.9 y 9.3 cm/año entre 2017 a 2019, respectivamente.

OBJETIVO

Identificar y estimar los efectos de la subsidencia por consecuencia de la sobreexplotación del acuífero del Valle de León, así como delimitar las zonas de potencial peligro, así como tomar medidas que permitan el adecuado desarrollo de la ciudad y sus actividades sin riesgo a la población.

METODOLOGÍA

Se siguió la metodología del CENAPRED, conforme la Guía de Contenido Mínimo para la Elaboración del Atlas Nacional de Riesgos del 2016 y el proceso de trabajo se llevó a cabo mediante de los siguientes pasos

1. Solicitudes y recopilación de información a dependencias federales, estatales y municipales. De acuerdo con CENAPRED, se tienen algunos requerimientos de información para las autoridades correspondientes para obtener datos confiables y poder realizar los análisis correspondientes, por lo que se mencionan la información solicitada (Tabla 7).

Tabla 7. Información a solicitar en cada dependencia municipal o estatal según sea su enfoque.

Información a Solicitar	
Geología (depósitos lacustres aluviales, fluviales y aluvio-lacustres),	Estudios previos y documentación hemerográfica del fenómeno en el municipio de León (20 años)
Estratigrafía	Topografía histórica
Contenido de humedad del suelo,	Módulos de deformación y permeabilidad de los mismos,
Propiedades mecánicas del subsuelo	Régimen de extracción de pozos y sus datos históricos
Isolíneas del nivel freático,	Datos de construcción de los pozos (diámetro, profundidad, materiales, etc.)
Número de pozos de agua y régimen de extracción	Demanda de agua en el municipio y zonas de mayor desarrollo en los últimos 20 años
Zonas minadas,	Imágenes de crecimiento de la mancha urbana en los últimos 20 años
Edafología	Imágenes de crecimiento o decrecimiento agrícola en los últimos 20 años
Sismicidad histórica	Datos LIDAR históricos
Cavernas	Inventario de pozos

En general el Instituto Municipal de la Planeación (IMPLAN) es quien concentra la mayor cantidad de información y que junto con otras dependencias hacen consultas entre sí; es por ello que con IMPLAN se sostuvieron reuniones para las solicitudes de la información requerida para el análisis, ya que también son uno de los usuarios finales de los resultados.

2. Análisis de información histórica.

Con base en la información proporcionada, se realizó una búsqueda de información básica en páginas como la del Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Información (INEGI), Servicio Geológico Mexicano (SGM), Secretaría de Medio Ambiente y Ordenamiento Territorial del Estado de Guanajuato (SMAOT), para tener los mapas base sobre los cuales se tendrá la información de la diferente temática que se abordará a lo largo del proyecto como pueden ser, estructuras geológicas, localización de reportes ciudadanos, así como la información obtenida durante los trabajos de campo. La información geoespacial proporcionada se trabajará en el software ArcGIS para la visualización en forma de mapas.

3. Elaboración de ficha de campo para la obtención de datos.

Para tener un control de los datos levantados en las jornadas de campo o recorridos en las áreas/zonas afectadas, se realizó un formato con las casillas que corresponden a los datos mínimos de control. Este formato se conforma de una serie de apartados que comprenden desde datos generales que (fecha, colonia o comunidad, coordenadas, folio y cuadrilla); posterior a este se comienza con la toma de datos puntuales, como zona rural o urbana, el tipo de fenómeno, si es que se tiene un antecedentes de subsidencia, conocer el área de afectación / infraestructura afectada, así como la vegetación presente, y el dato de los tipos de materiales es importante, ya que se solicitan observaciones como si es suelo o es concreto y sobre todo si ya se observan reparaciones sobre el punto afectado. Se documentarán datos como es la dirección y/o rumbo de la grieta, falla,

fractura o hundimientos, con éstos se definen varios parámetros como son la apertura, longitud y desplazamiento vertical, entre otros.

4. Planeación de trabajo de campo y verificación de la información proporcionada

Se realizó una primera visualización de la información recopilada para conocer datos básicos de las zonas o colonias afectadas por diversas causas (asociadas a la subsidencia); es por ello que se hace un resumen de las colonias que se visitarán de acuerdo al “grado de afectación”. De la revisión hemerográfica, se identificaron 37 colonias en el municipio de León, las cuales se programaron para su visita y revisión. Derivado del cruce de capas proporcionadas denominadas Fallas Geológicas, Grietas de Tensión y Estructuras Geológicas, se identificaron 85 colonias ubicadas sobre el trazo de las capas mencionadas, colonias que deberán considerarse en el recorrido inicial. Con la información obtenida de un primer análisis geográfico y estadístico se definieron las áreas prioritarias para los trabajos de campo.

5. Levantamiento de datos en campo

Se realizaron 10 recorridos en campo verificando 42 puntos (Figura 29), durante los cuales se tomó la evidencia fotográfica de los trabajos, así como las fichas con los datos correspondientes; en la Figura 1 se muestran los puntos de revisión.

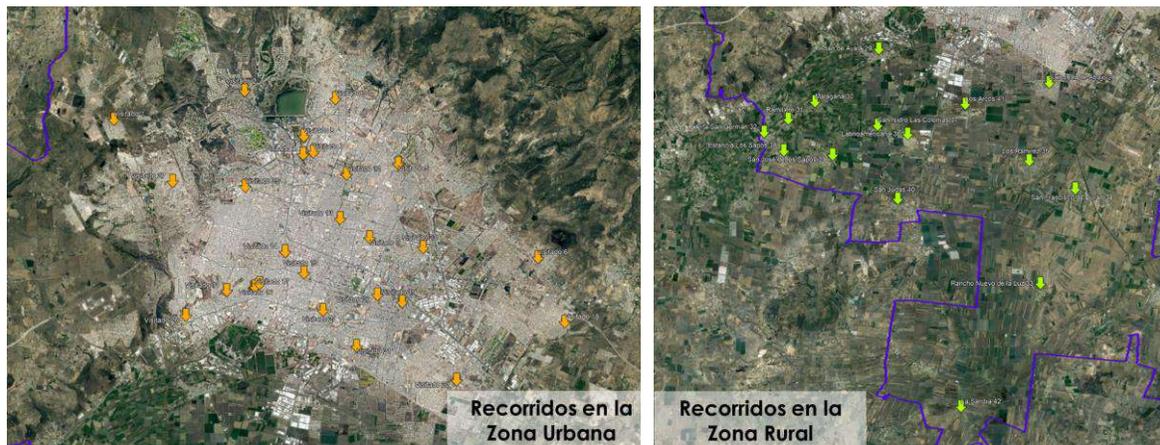


Figura 29. Recorridos en campo dentro del municipio de León.

6. Procesamiento de la información en gabinete

Con el trabajo de campo terminado, y la información depurada en bases de datos, se procedió a realizar un listado de la información proporcionada por las dependencias, se analizó la información que puede ser actualizada y monitoreada con los datos de campo, así como la que puede ser comparativa entre ellas. Se realizaron bases de datos con las fuentes oficiales de cada información; los datos que cuentan con coordenadas e información espacial se reportaron en mapas temáticos, con los cuales se puedan observar las modificaciones en las condiciones del terreno que ayuden a lograr el objetivo.

RESULTADOS

Los primeros resultados son la evidencia del levantamiento de datos, fotografías y afectaciones, como se muestra en las siguientes imágenes (Figura 30):



Obtención de datos, mediciones



Toma de rumbo y echado



Evidencia fotográfica con escala



Toma de datos y llenado de ficha



Datos sobre infraestructura pública (arroyo)



Casa fallada, con afectaciones visibles



Local comercial afectado por hundimientos



Evidencia del desplazamiento por falla/hundimiento



Medición de la apertura de la zona de falla



Evidencia de la deformación por hundimiento



Agrietamiento y reparaciones en nave industrial



Evidencia de la deformación por hundimiento



Afectaciones en viviendas



Agrietamiento en viviendas



Agrietamiento en viviendas

Figura 30. Evidencia fotográfica de la toma de datos y de los hallazgos dentro del municipio de León.

De igual manera se procesaron las capas de información proporcionadas por IMPLAN relacionadas con el desarrollo urbano que van desde el año 1580 a 2020; como se puede observar en la Figura 31, la ciudad de León ha incrementado la superficie urbana considerablemente desde 1980 a la actualidad.

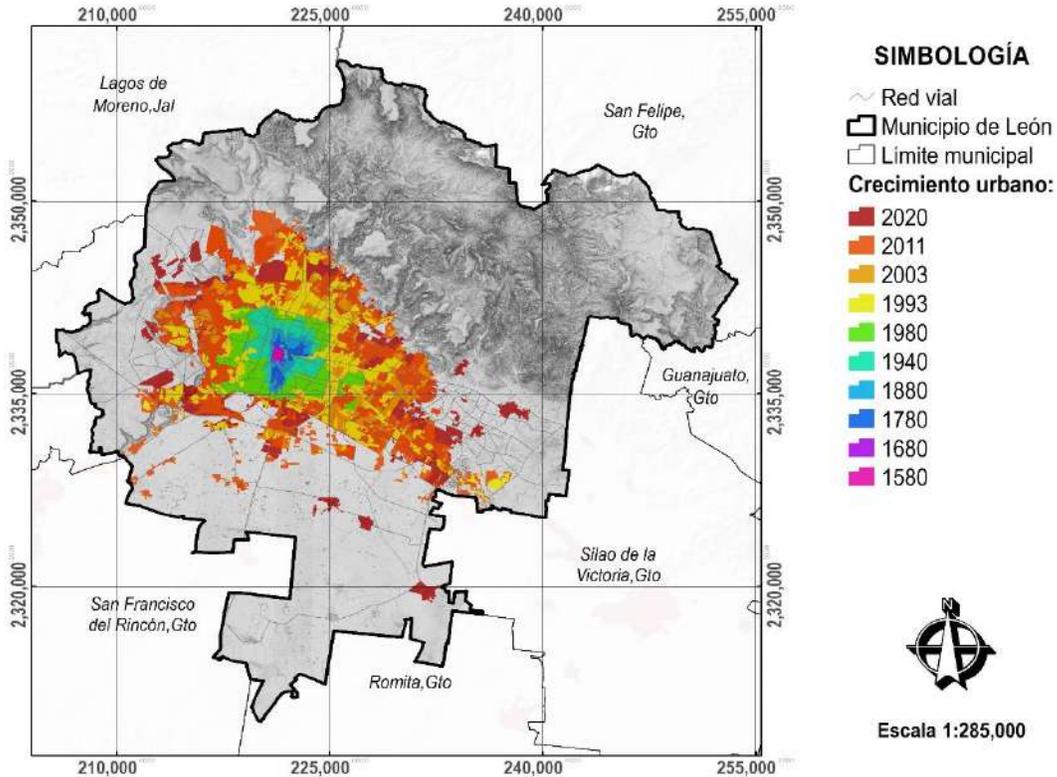


Figura 31. Mapa del crecimiento urbano desde 1580 a 2020 de la ciudad de León (IMPLAN, 2022).

Desde su primera edición en 2006, el AMRL, ha abordado los componentes del fenómeno geológico, dentro de los cuales se han reportado las estructuras geológicas que incluyen fallas, grietas, fracturas y grietas de tensión (precursoras de hundimientos), además de los sismos que se han percibido y reportado dentro del territorio municipal. En la Figura 32 se muestra el resultado de contrastar estas “líneas” y el crecimiento urbano, de esta forma es viable identificar que hay zonas propensas naturalmente a afectaciones por movimientos de las estructuras geológicas, así como por la sobreexplotación del Acuífero del Valle de León; ya que al comprimirse los materiales geológicos harán evidentes estructuras que hayan quedado sepultadas.

Una parte importante para entender la subsidencia, o hundimientos regionales es la configuración tectónica, geológica y unidades hidrogeológicas. El INEGI publicó un mapa de la zona hidrogeológica entre León y Silao (INEGI, 2020) (Figura 33), de la cual se ha extraído una sección geológica esquemática, ubicada al sur de la ciudad de León; en la cual se puede observar la litología presente en el valle, entre las cuales el conglomerado, areniscas y aluvión se ven delimitados por las fallas normales identificadas. Estas unidades almacenadoras de agua subterránea son las que tienen la carga de la infraestructura, las cuales derivado de la sobreexplotación del acuífero perderán volumen, generando así los hundimientos regionales diferenciales. Esto se verá manifestado en superficies donde hayan reportado bajos niveles del acuífero (profundidad del nivel estático).

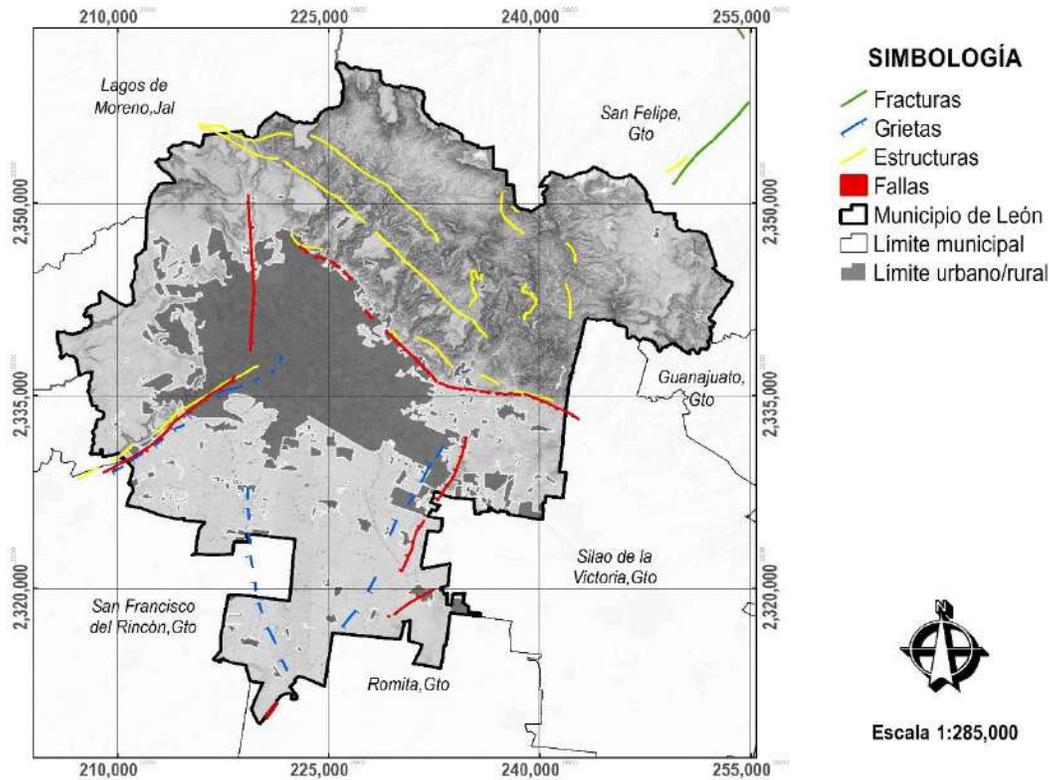


Figura 32. Mapa de estructuras geológicas en el municipio de León (IMPLAN, 2018).

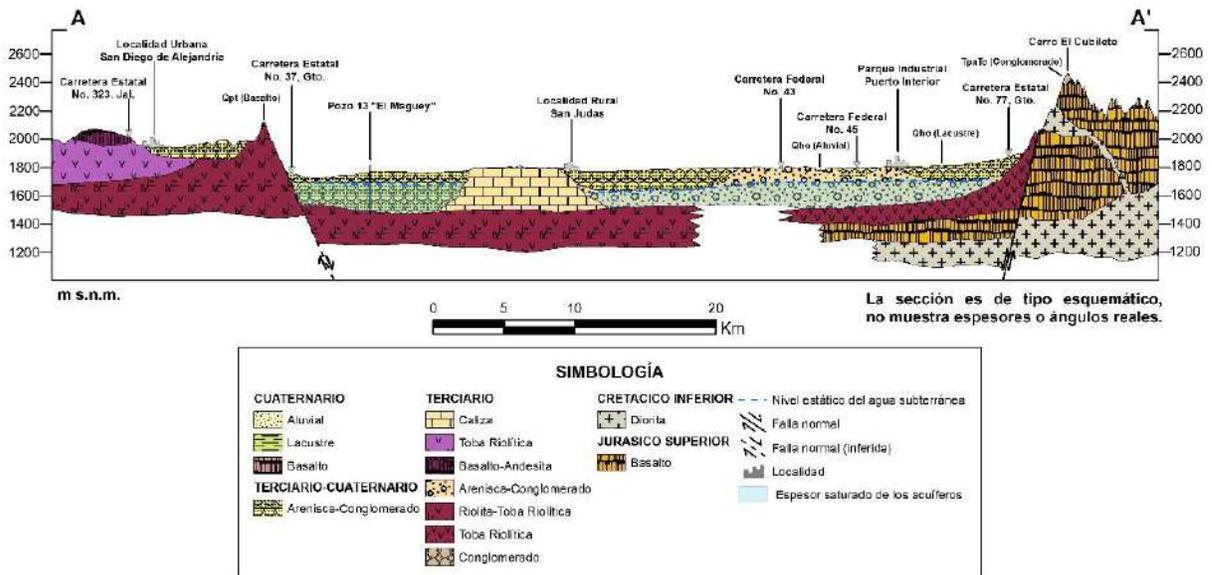


Figura 33. Sección geológica en el municipio de León (INEGI, 2018).

Tomando como base la configuración de la profundidad del nivel estático dentro del municipio de León, (Figura 34), se puede observar que los valores oscilan en un rango desde 55 a 180 metros, esto en profundidad podrían considerarse negativos. La línea azul que se muestra corresponde a la

sección geológica previamente descrita. Como se puede observar en el mapa, las líneas tienen una tendencia a aumentar la profundidad hacia la zona sur, la parte agrícola del municipio de León, es decir, el punto más bajo del nivel del agua subterránea se encuentra en las inmediaciones de la comunidad de San Judas, este cono tiene una evolución desde los límites urbanos, lo cual va a estar condicionado por la cantidad de pozos y su volumen de extracción (CEAG, 2023).

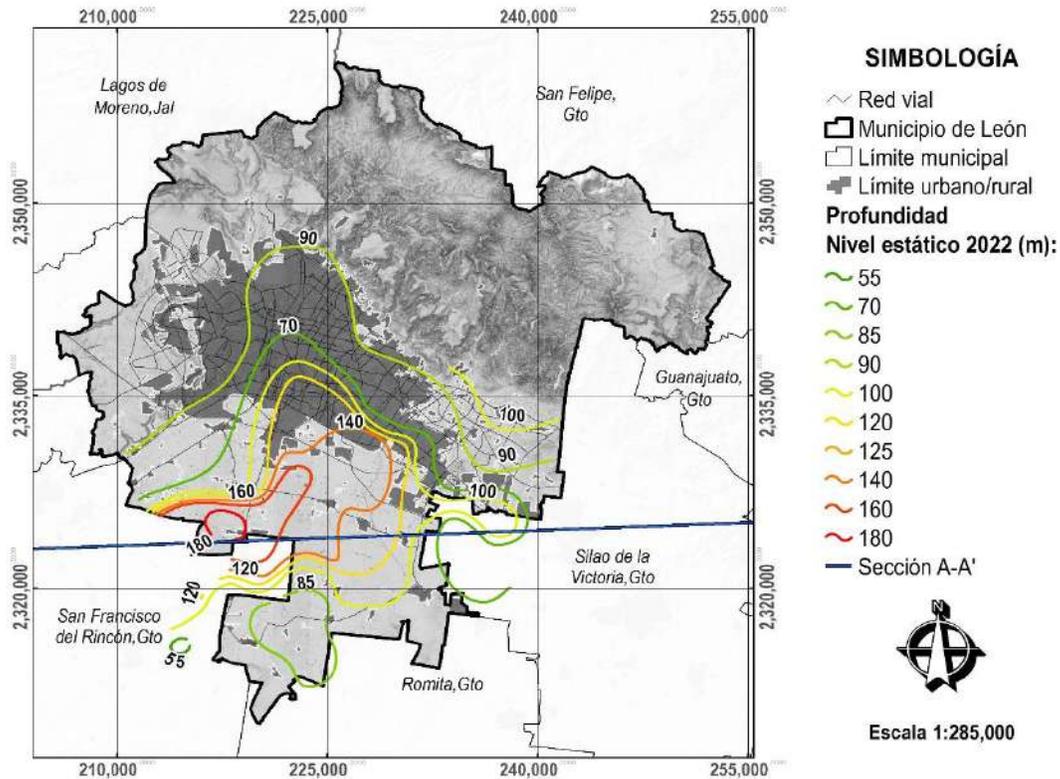


Figura 34. Mapa de isótopos de la Profundidad del Nivel Estático del Acuífero del Valle de León en el municipio de León (CEAG, 2023).

Con la información obtenida y analizada se identificaron los polígonos afectados, con esto se obtuvo un listado de colonias afectadas por diferentes fenómenos, como fallas, grietas, fracturas, etc. En la Tabla 8, se muestra el listado de colonias en las que se ha identificado alguna afectación, clasificadas de acuerdo a la potencial afectación. De las 1,259 colonias reportadas por el IMPLAN para el año 2022, se define que un 14% de estas (85 colonias), presentan al menos un tipo de afectación asociada a los hundimientos regionales.

Tabla 8. Colonias afectadas por estructuras geológicas en el Municipio de León.

No	Nombre	Fallas Geológicas	Grietas Tensión	Estructuras	Potencial Hundimiento
1	Arroyo Hondo	1	1	1	Muy Alto
2	Industrial Santa Croce	1	1	1	
3	La Piscina (Kilometro 3.5)	1	1	1	
4	Industrial Pamplona	1	1	-	Alto
5	Industrial San Jorge	1	1	-	
6	Castillos Viejos	1	-	1	
7	Esperanza de Alfaro	1	-	1	
8	Granjas Las Amalias	1	-	1	
9	La Condesa	1	-	1	

No	Nombre	Fallas Geológico	Grietas Tensión	Estructuras	Potencial Hundimiento
10	Las Huertas	1	-	1	
11	Las Mandarinas	1	-	1	
12	Paso Río de Los Castillos	1	-	1	
13	Balcones del Campestre	1	-	-	Medio
14	Bosque Azul	1	-	-	
15	Cañón de La India	1	-	-	
16	Campestre San José	1	-	-	
17	Campos Elíseos	1	-	-	
18	Casa de Piedra	1	-	-	
19	Cerro Gordo	1	-	-	
20	Chapalita	1	-	-	
21	Club Campestre	1	-	-	
22	Cuestas del Rocío	1	-	-	
23	España	1	-	-	
24	Fracciones de Cañada e Alfaro	1	-	-	
25	Granada	1	-	-	
26	Granjas Campestre	1	-	-	
27	Granjas Económicas Los Sauces	1	-	-	
28	Ibarrilla	1	-	-	
29	Jardines del Campestre	1	-	-	
30	La India	1	-	-	
31	Lomas de Guadalupe	1	-	-	
32	Lomas de La Selva	1	-	-	
33	Lomas del Campestre	1	-	-	
34	Lomas Punta del Este IV	1	-	-	
35	Los Laureles	1	-	-	
36	Medina	1	-	-	
37	Panorama	1	-	-	
38	Paraíso Real	1	-	-	
39	Piletas I y II Sección	1	-	-	
40	Puerta del Sol	1	-	-	
41	Punta Campestre	1	-	-	
42	Rivera del Carmen	1	-	-	
43	San José del Potrero	1	-	-	
44	San José Obrero	1	-	-	
45	San Nicolas de González	1	-	-	
46	Santa Ana del Conde	1	-	-	
47	Santa Magdalena	1	-	-	
48	Santa Rosa Plan de Ayala	1	-	-	
49	Villas de San Nicolas I	1	-	-	
50	Villas de San Nicolas II	1	-	-	
51	Villas de San Nicolas III Norte	1	-	-	
52	Villas del Campestre- Segunda Sección	1	-	-	
53	Arboledas de Los López I	-	1	-	
54	Centro	-	1	-	
55	Estancia de Vaqueros	-	1	-	
56	Eureka	-	1	-	
57	Industrial Genesis	-	1	-	
58	Industrial San Crispín	-	1	-	
59	La Esmeralda	-	1	-	
60	Las Américas	-	1	-	
61	Morelos	-	1	-	
62	Parque Industrial León Bajío	-	1	-	
63	Planta De Pemex	-	1	-	

No	Nombre	Fallas Geológico	Grietas Tensión	Estructuras	Potencial Hundimiento
64	Portales De San Sebastián	-	1	-	
65	San Juan De Dios	-	1	-	
66	San Miguel	-	1	-	
67	San Sebastián	-	1	-	
68	Valle de San Carlos	-	1	-	
69	Arboledas de Los Castillos II	-	-	1	
70	Betania	-	-	1	
71	Colinas de San Francisco	-	-	1	
72	Cumbres de La Piscina	-	-	1	
73	Cumbres del Sol	-	-	1	
74	Del Cosmos	-	-	1	
75	La Lucita	-	-	1	
76	Loma Bonita	-	-	1	
77	Lomas de La Piscina	-	-	1	
78	Lomas Punta del Este V	-	-	1	
79	Los Arrayanes II	-	-	1	
80	Los Castillos	-	-	1	
81	Los Olivos	-	-	1	
82	Monte de Cristo	-	-	1	
83	Reserva Territorial	-	-	1	
84	San Isidro Azteca	-	-	1	
85	San Isidro Labrador	-	-	1	

En la Figura 35 se muestran las colonias mencionadas en la Tabla 3, la clasificación corresponde al potencial de hundimiento de los polígonos donde concurren las fallas geológicas, fracturas, grietas, etc.; las zonas que se ven afectadas por una o más de estas estructuras se consideran de muy alto potencial, y así sucesivamente hasta llegar a una sola afectación. En el mapa se pueden observar las ubicaciones de las colonias en zona de laderas, las zonas de fallas y en la zona rural las afectaciones por conos de abatimiento. El territorio de mayor afectación se encuentra en la salida hacia el municipio de San Francisco del Rincón, zona severamente afectada que se va adentrando a la zona urbana, llegando al centro de la ciudad. De forma cualitativa se proponen cuatro distintos rangos de potencial de hundimiento: Muy Alto y Alto para la zona suroeste, Medio en diferentes zonas, y Bajo en el resto del municipio ya que, si bien no se observa un desplazamiento vertical en la actualidad, el potencial hundimiento es latente.

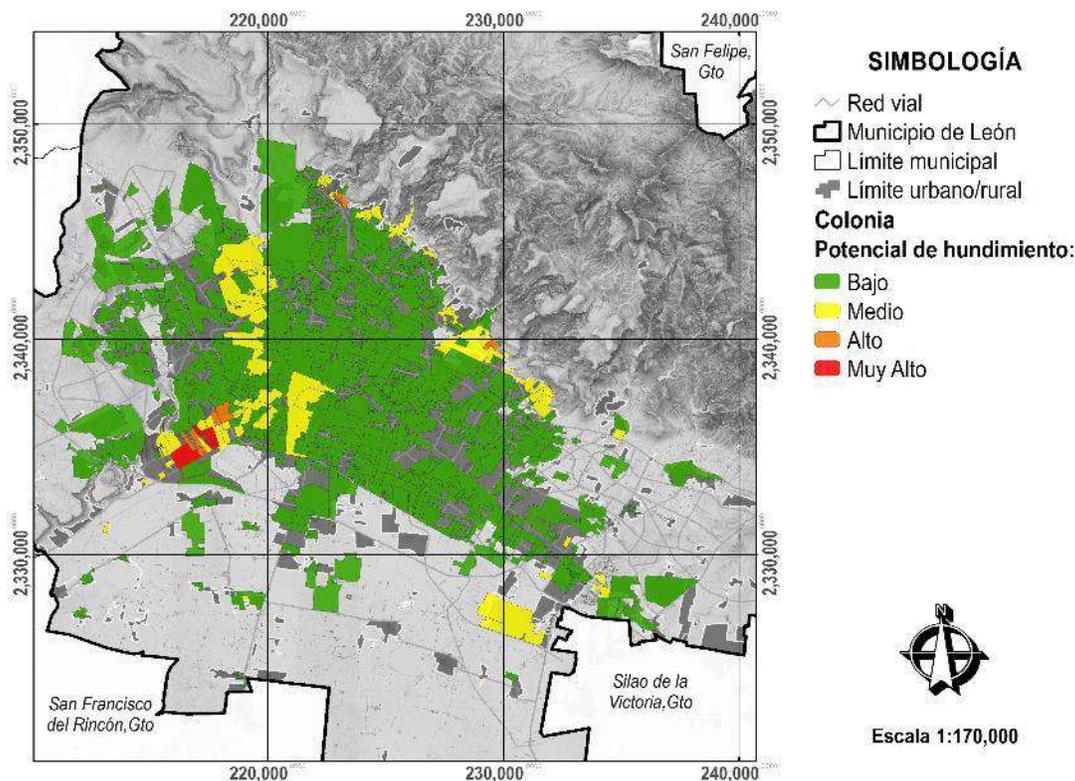


Figura 35. Mapa de estimación de hundimiento potencial y colonias afectadas en el municipio de León (Elaboración propia).

CONCLUSIONES

La síntesis de los resultados del trabajo de campo, en conjunto con la información compartida por las distintas instituciones públicas municipales; ha evidenciado la existencia de zonas con potencial de hundimientos, así como otras que ya presentan la problemática en un estado avanzado. De las 1,259 colonias reportadas, 85 de ellas son las afectadas, lo que representa un 14% del total de la superficie de los polígonos de las colonias. Dentro de estos polígonos se presenta afectaciones a escuelas públicas y privadas, calles, avenidas, estación de policías, arroyos, hospitales públicos y privados, etc.

De estas 85 colonias o polígonos se considera que la afectación se clasifica de la siguiente manera:

- 3 colonias con Muy Alto potencial de hundimiento
- 9 colonias con Alto potencial de hundimiento
- 73 colonias con Medio potencial de hundimiento

De las 85 colonias afectadas se puede decir que el:

- 6.0% son comunidades rurales
- 7.0% son fraccionamientos industriales
- 83.0% son zonas urbanas como barrios, colonias, condominios y fraccionamientos, principalmente.

En particular, el mapa de estimación de hundimiento potencial en el municipio de León, Gto. es una herramienta de consulta para la siguiente actualización del ARML; ya que muestra la actuación presente de las afectaciones que este fenómeno geológico en particular ha desarrollado sobre el territorio, donde los daños al patrimonio construido son notables. En suma, resulta pertinente

contrastar los resultados aquí obtenidos con el plan de desarrollo del territorio municipal; ya que la presencia de agrietamientos y hundimientos tiende a desarrollarse en la fracción sur del municipio, justo en las zonas proyectadas de crecimiento urbano.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Instituto de Innovación, Ciencia y Emprendimiento para la Competitividad para el Estado de Guanajuato (IDEA GTO), por su apoyo en la realización del presente trabajo; mediante la Convocatoria de Ciencia Productiva en la categoría de I+D Sociales y Humanidades en Sectores Estratégicos, Convenio IDEAGTO/CONV/015/2022. Así mismo, a las instituciones que colaboraron con información como la Comisión Estatal de Agua (CEAG), el Instituto Municipal de Planeación (IMPLAN) y Protección Civil Municipal de León (PC León)

REFERENCIAS

1. IMPLAN (2006). Atlas de riesgos para el Municipio de León, Gto.; Año 2006.
2. IMPLAN (2010). Actualización del Atlas de Riesgos para el Municipio de León, Gto, 2010. Guanajuato, México. Recuperado en 28 de abril de 2023, de <https://shorturl.at/eyPRT>
3. IMPLAN (2018). Actualización del Atlas de riesgos para el Municipio de León, Gto.; Año 2018. Fenómeno Geológico.
4. IMPLAN (2022). Mapas de crecimiento urbano (capas de información). Información proporcionada mediante oficio de solicitud.
5. Instituto Nacional de Estadística y Geografía (2022). *Detección de zonas de subsidencia en México con técnicas satelitales, volumen 3*. Aguascalientes, México. Recuperado en 28 de abril de 2023, de <https://shorturl.at/kmtY8>
6. Instituto Nacional de Estadística y Geografía (2020). Zona Hidrogeológica Valle de León – Silao. Serie II.
7. Pacheco-Martínez, Jesús, & Arzate-Flores, Jorge. (2007). Análisis multicapa de la subsidencia en el valle de Querétaro, México. *Revista mexicana de ciencias geológicas*, 24(3), 389-402. ISSN 2007-2902.
8. Rodríguez-Castillo, Ramiro, & Rodríguez-Velázquez, Isaías. (2006). Consecuencias sociales de un desastre inducido, subsidencia. *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana*, 58(2), 265-269. <https://doi.org/10.18268/bsgm2006v58n2a10>

GUIA METODOLÓGICA PARA REALIZAR DESPEJES BASADA EN OIBJETIVOS INSTRUCCIONALES

Argelia Ríos Posada, Oscar Méndez Zepeda

Preparatoria Emiliano Zapata, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.

argelia.rios@correo.buap.mx.

RESUMEN

Actualmente, en el sistema educativo mexicano existen tres problemas fundamentales que son el bajo desempeño académico, la reprobación y el abandono escolar. Los resultados de las pruebas estandarizadas hasta el 2018 en el nivel básico (PISA 2018) indican que solo el 1% de los estudiantes mexicanos obtuvieron un desempeño alto en los niveles de competencia en al menos un área, lenguaje, matemáticas o ciencias. En un informe de la OCDE (2016) se señala que cerca del 28% de estudiantes de 15 años de los países de la OCDE no han alcanzado un nivel básico de conocimientos y habilidades en al menos una de las tres asignaturas principales evaluadas por PISA: lectura, matemáticas y ciencias (OCDE, 2016). Casi cuatro millones de alumnos de 15 años en los países de la OCDE tienen un rendimiento bajo en matemáticas, y casi tres millones lo tienen en lectura y ciencia (OCDE, 2016). Cabe destacar que el nivel con el que se diseñó la prueba PISA es básico, por tal motivo se esperaría que los estudiantes para quienes fue diseñado pudiesen contar con las habilidades, conocimientos y competencias mínimas para obtener un resultado aceptable. Por lo que, en este trabajo se propone el uso de una metodología basada en objetivos instruccionales para el despeje de ecuaciones, con lo que se busca que el estudiante comprenda para qué se realiza cada paso y bajo qué leyes matemáticas se desarrolla dicha metodología. Esta metodología está dirigida a estudiantes de nivel básico por lo que solo emplea operaciones básicas de la aritmética, así como operaciones con exponente dos y de raíz cuadrada. De esta manera, logramos desarrollar en el estudiante un pensamiento estructurado a partir de una metodología para el aprendizaje de despeje de ecuaciones, que es una herramienta básica en la educación en ciencias. Con lo que se pretende fortalecer la preparación de los estudiantes de nivel básico en el área de matemáticas y así desarrollar conocimientos previos necesarios para mejorar su desempeño en el nivel medio superior. Del total de estudiantes evaluados en la actividad diagnóstica, el 33% de estudiantes tuvo correcto el primer despeje, mientras que únicamente el 3.2% de estudiantes despejó de forma correcta la incógnita señalada en la segunda ecuación, que fue el de mayor dificultad.

INTRODUCCIÓN

El desarrollo humano es un proceso en el cual se amplían las oportunidades del ser humano y se determina el nivel de bienestar que ha alcanzado (PNUD, 1990, pág. 34), así mismo puede relacionarse directamente con el desarrollo de un país. El primer Informe Mundial sobre Desarrollo Humano, publicado en 1990, señala que la verdadera riqueza de una nación está en su gente, y que el objetivo básico del desarrollo es crear un ambiente propicio para que los seres humanos disfruten de una vida prolongada, saludable y creativa (PNUD, 1990, pág. 31).

En este sentido, la familia es un pilar fundamental para que sus integrantes sean individuos plenamente funcionales. El sistema familiar tiene la responsabilidad de brindar la satisfacción de necesidades biológicas y psicológicas de los hijos, socialización, bienestar económico, así como también ser mediadora con otras estructuras sociales, tales como la escuela, la religión, el grupo social, etcétera. Sin embargo, con la globalización se han delegado parte de estas funciones y esta estructura social ha ido cambiando, lo que resulta en niños y adolescentes mal instruidos, con falta de valores, y que muestran un bajo desempeño académico en las instituciones educativas, elevando el nivel de deserción escolar y la inserción temprana al campo laboral.

La deserción escolar representa una situación grave en nuestro país. De acuerdo con un informe presentado por la Secretaría de Educación Pública, en 2015 se presentaba una tasa de abandono a nivel nacional de 650,000 alumnos por año, 1.2 puntos porcentuales menos que en los 7 años anteriores (SEP, 2017). En ese informe, se identificaron diferentes factores asociados al abandono escolar, entre los que destacan factores económicos, factores personales y principalmente factores académicos, debido a bajos promedios en calificaciones y a la reprobación repetidamente en varias materias; en ese momento es cuando los estudiantes toman la decisión de abandonar su trayectoria educativa y, de acuerdo a varios estudios, se quedan en el hogar sin ninguna actividad, se ocupan en algún empleo u oficio y solo dejan pasar sus años formativos (Van Dijk, 2012, págs. 115-139). A partir de esto, se genera un rezago educativo, que de acuerdo con Suárez Zozaya se define como una condición de desigualdad y falta de justicia en términos de distribución de servicios y oportunidades educativas (Zozaya, 2001).

De 2008 a 2018 a nivel nacional el rezago educativo tuvo una reducción de 5.1 puntos porcentuales, al pasar de 21.9% a 16.9%. En este mismo periodo, en Puebla se observó una disminución de 6.3 puntos porcentuales, 2.5 puntos porcentuales mayor que el porcentaje nacional, ubicando a Puebla en el lugar siete de las 32 entidades federativas por sus niveles en esta carencia (CONEVAL, 2020). Entre los años 2018 y 2020, el rezago educativo en México aumentó 0.3 puntos porcentuales, pasando de 19.0% a 19.2% (CONEVAL, 2021). Desde el año 2019, Puebla ocupa el sexto lugar nacional con mayor rezago educativo; de acuerdo con el INEGI, en el año 2020 se registró en el Estado un 23.2% de personas sin acceso a la educación, es decir, aumentó un 11% la población con esta carencia, y el grado promedio de escolaridad de la población fue de 9.7 grados, lo que equivale a que las personas con 15 años y más tienen cursado un poco más de la secundaria concluida (INEGI, 2020).

Tomando en cuenta estos resultados, en 2015 el Gobierno de México a través de la Secretaría de Educación Pública Federal, pone en marcha el Movimiento Contra el Abandono Escolar, en el cual se dan a conocer las estadísticas sobre abandono escolar en México y en otros países de América Latina y el mundo, y se presentan las estrategias para reducir dichas cifras, ubicando tres dimensiones de intervención: dimensión académica, dimensión psicosocial y dimensión socioeconómica (SEP, 2017).

Además de lo mencionado anteriormente el bajo rendimiento, la reprobación y el abandono escolar son una problemática común y multifactorial. Que actualmente, con la amenaza epidemiológica (crisis sanitaria) que vivimos a causa de la enfermedad por coronavirus COVID-19 desde el año 2020, se ha agravado aún más. Con el cierre de los centros educativos, el Banco Mundial (2020) contempló tres panoramas en relación con la pérdida en materia de aprendizaje: “una reducción del nivel promedio de aprendizaje de todos los estudiantes, un ensanchamiento de la distribución del rendimiento en materia de aprendizaje debido a los efectos muy desiguales de la crisis en las diversas poblaciones, o un aumento significativo de estudiantes con un rendimiento muy bajo debido en parte a abandonos escolares en masa”, provocando un daño generacional (Naciones Unidas, 2020).

En México, el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE) publicó en 2020 que aproximadamente 30 millones de alumnos de todos los niveles dejaron de asistir a clases en el ciclo escolar 2019-2020, debido al cierre de los centros educativos por motivo de la crisis sanitaria. Mientras que el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) señala en los resultados de la encuesta para la medición del impacto COVID-19 en la educación (ECOVID-ED) 2020, que 2.3 millones de estudiantes no se inscribieron al ciclo escolar 2020-2021 por razones relacionadas a la pandemia y 2.9 millones, por falta de dinero o recursos. Además reportó que 1.8 millones de estudiantes desertaron del sistema educativo en el mismo ciclo escolar, lo que abre aún más la brecha educativa en nuestro país (INEGI, 2020).

En México, la educación básica tiene como propósito en Matemáticas, que los estudiantes desarrollen formas de pensar que les permitan formular conjeturas y procedimientos para resolver problemas, así como elaborar explicaciones para ciertos hechos numéricos o geométricos, pues se espera preparar individuos para enfrentar con éxito los problemas de la vida cotidiana. Sin embargo, cuando ingresan al nivel medio superior, no cuentan con las competencias básicas necesarias, lo que ralentiza el aprendizaje de los adolescentes.

En la Preparatoria Emiliano Zapata el perfil de ingreso es importante para poder cumplir con las responsabilidades académicas. El plan de estudios actual, Plan 07, implementado en 2018, tiene como objetivo “ formar de manera integral a los estudiantes, con una enseñanza pertinente y actual. A su vez prepararlos para ingresar al mundo del trabajo”, por lo que parte de sus metas es que los estudiantes desarrollen herramientas, competencias y habilidades necesarias para ingresar al nivel superior.

Sin embargo, uno de los principales problemas que se observa en las escuelas desde muy temprana edad, es que los estudiantes no han adquirido los conocimientos ni han desarrollado habilidades matemáticas, por lo que en nivel secundaria encontramos estudiantes que no saben realizar operaciones básicas y tienen problemas en jerarquía de operaciones, dificultando el análisis en temas posteriores, como el despeje de ecuaciones en álgebra.

Podría pensarse que despejar ecuaciones no es un tema importante para la vida, sin embargo, continuamente estamos haciendo uso de este recurso en diversas situaciones, para conocer distancias, tiempo, porciones, etcétera.

En este trabajo se propone el uso de una metodología basada en objetivos instruccionales para el despeje de ecuaciones, con lo que se busca que el estudiante comprenda para qué se realiza cada paso y bajo qué leyes matemáticas se desarrolla dicha metodología. Esta metodología está dirigida a estudiantes de nivel básico por lo que solo emplea operaciones básicas de la aritmética, así como operaciones con exponente dos y de raíz cuadrada. De esta manera, logramos desarrollar en el estudiante un pensamiento estructurado a partir de una metodología para el aprendizaje de despeje de ecuaciones, que es una herramienta básica en la educación en ciencias. Con lo que se pretende fortalecer la preparación de los estudiantes de nivel básico en el área de matemáticas y así desarrollar conocimientos previos necesarios para mejorar su desempeño en el nivel medio superior.

Para lograr esto, en la guía metodológica se debe asignar a los estudiantes indicaciones o tareas específicas que los lleve a resolver un problema, particularmente, el despeje de una incógnita. Estas indicaciones deben de estar diseñadas bajo un modelo de objetivos claros y precisos, que permitan saber a los estudiantes lo que se requiere de ellos para lograr realizar la tarea asignada, en su ambiente de aprendizaje. Estos objetivos deben describir un desempeño y deben de ser medibles para mostrar el progreso de los estudiantes durante la instrucción. Marzano & Kendall (2007), en su libro *The new taxonomy of educational objectives*, describen tres niveles o tipos de objetivos previamente identificados por David Krathwohl y David Payne: objetivos globales, objetivos educacionales y objetivos instruccionales.

Los objetivos instruccionales, son los más específicos de los tres tipos, y en su libro *Preparing Instructional Objectives* Robert Mager (1962) describe la estructura adecuada para su diseño, en la cual incluye tres elementos indispensables: comportamiento, condiciones y criterio.

El comportamiento se refiere a cualquier actividad mostrada por el aprendiz, en este caso se define qué es lo que se espera que el estudiante aprenda. Este elemento resulta importante, ya que es necesario que se plantee un verbo y un complemento que permita que el estudiante tenga conocimiento del tipo de evidencia que se requiere.

El segundo elemento se refiere a que cada objetivo siempre debe describir la condición o condiciones o situaciones bajo las cuales se espera que el estudiante cumpla o realice la acción observable, es decir, las normas para realizar la tarea o actividad.

Y finalmente, el criterio o grado de nivel de ejecución se refiere al nivel de desempeño esperado por el estudiante. Este criterio especifica lo que se requiere del estudiante para completar la tarea asignada y evalúa si se ha alcanzado el objetivo.

TEORÍA

Ecuación. Es una igualdad en la que hay una o varias cantidades desconocidas llamadas incógnitas y que sólo se verifica o es verdadera para determinados valores de las incógnitas.

Ejemplo:

$$5x + 2 = 17$$

Es una ecuación, porque es una igualdad en la que hay una incógnita, la x, y esta igualdad sólo se verifica, o sea que sólo es verdadera para el valor x = 3. En efecto, si sustituimos la x por 3, tenemos:

$$5(3) + 2 = 17 \text{ o sea } \boxed{17 = 17}$$

Miembros. Se llama primer miembro de una ecuación o de una identidad a la expresión que está a la izquierda del signo de igualdad o identidad, y segundo miembro, a la expresión que está a la derecha.

Ejemplo:

$$\begin{array}{c} \text{Primer miembro} \\ \boxed{E} \end{array} = \overbrace{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h}^{\text{Segundo miembro}}$$

Términos. Un término es cada una de las cantidades que están conectadas con otra por el signo + o -, o la cantidad que está sola en un miembro.

Ejemplo:

$$\begin{array}{c} \text{Término} \\ \boxed{E} \end{array} = \overbrace{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}^{\text{Término}} + \overbrace{m \cdot g \cdot h}^{\text{Término}}$$

Reglas de las ecuaciones:

Regla 1. Si a los dos miembros de una ecuación se suma una misma cantidad, positiva o negativa, la igualdad subsiste.

Ejemplo:

Sea la ecuación: $5x = 2a - b$

Sumando b a los dos miembros de esta ecuación, la igualdad subsiste, y tendremos:

$$5x + b = 2a - b + b$$

y como en el segundo miembro $-b + b = 0$, queda:

$$\boxed{5x + b = 2a}$$

Regla 2. Si a los dos miembros de una ecuación se resta una misma cantidad, positiva o negativa, la igualdad subsiste

Ejemplo:

Sea la ecuación: $3x + b = 2a$

Restando b a los dos miembros de esta ecuación, la igualdad subsiste, y tendremos:

$$3x + b - b = 2a - b$$

y como en el primer miembro $b - b = 0$, queda:

$$\boxed{3x = 2a - b}$$

Regla 3. Si los dos miembros de una ecuación se multiplican por una misma cantidad, positiva o negativa, la igualdad subsiste.

Ejemplo:

Sea la ecuación: $\frac{3x+6}{-2} = a - 15$

multiplicando por -2 ambos miembros de esta ecuación, la igualdad subsiste, para lo cual hay que multiplicar por -2 todos los términos de cada miembro, tendremos:

$$\left(\frac{3x+6}{-2}\right)(-2) = (a-15)(-2)$$

reescribiendo los términos del primer miembro:

$$(3x+6)\left(\frac{1}{-2}\right)(-2) = (a-15)(-2)$$

y como en el primer miembro $\left(\frac{1}{-2}\right)(-2) = 1$, queda:

$$\boxed{3x + 6 = -2a + 30}$$

Regla 4. Si los dos miembros de una ecuación se dividen por una misma cantidad, positiva o negativa, la igualdad subsiste.

Ejemplo:

Sea la ecuación: $-3x = 6a - 7$

dividiendo entre -3 ambos miembros de esta ecuación, la igualdad subsiste, para lo cual hay que dividir entre -3 todos los términos de cada miembro, tendremos:

$$\frac{(-3x)}{(-3)} = \frac{(6a-7)}{(-3)}$$

reescribiendo los términos del segundo miembro:

$$\frac{(-3x)}{(-3)} = \frac{(6a)}{(-3)} - \frac{(7)}{(-3)}$$

y como en el primer miembro $\left(\frac{-3}{-3}\right) = 1$, queda:

$$x = -2a + \frac{7}{3}$$

Regla 5. Si los dos miembros de una ecuación se elevan a una misma potencia o si a los dos miembros se extrae una misma raíz, la igualdad subsiste.

Ejemplo:

Sea la ecuación: $\sqrt{x} = 2a + 9$

elevando a la potencia 2 ambos miembros de esta ecuación, la igualdad subsiste, tendremos:

$$(\sqrt{x})^2 = (2a + 9)^2$$

y como en el primer miembro $(\sqrt{x})^2 = x$, queda:

$$x = (2a + 9)^2$$

Para mostrar el resultado de la aplicación de esta metodología se resolverá un ejemplo:

Sea la ecuación: $m \cdot a = m \cdot g(\cos \phi - \mu \cdot \sin \phi)$, despejar la variable μ de la ecuación.

Paso 1.

Identificar la incógnita a despejar de acuerdo con las partes de una ecuación, para ubicarla en los términos de la ecuación.

Identificando la incógnita μ que se ubica en el segundo miembro de la ecuación.

$$m \cdot a = \overbrace{m \cdot g(\cos \phi - \mu \cdot \sin \phi)}^{\text{Segundo miembro}}$$

Paso 2.

Resolver las operaciones en ambos miembros de la ecuación de acuerdo con la jerarquía de operaciones, para eliminar los signos de agrupación y/o para obtener una sola fracción en uno o ambos miembros de la ecuación.

Resolviendo las operaciones del segundo miembro:

$$(m \cdot g)(\cos \phi - \mu \cdot \sin \phi) = m \cdot g \cdot \cos \phi - m \cdot g \cdot \mu \cdot \sin \phi$$

Sustituyendo en la ecuación, tenemos:

$$m \cdot a = m \cdot g \cdot \cos \phi - m \cdot g \cdot \mu \cdot \sin \phi$$

Paso 3. (Este paso se aplica si en el paso 2 se obtiene una sola fracción en uno o en ambos miembros de la ecuación)

Suprimir los denominadores de acuerdo con la regla 3 (multiplicación) de las ecuaciones, para convertir la ecuación fraccionaria en una ecuación entera. (Repetir el paso 2 si es necesario).

No es necesario aplicar operaciones, porque ya se tiene una ecuación entera.

$$\overbrace{m \cdot a}^{\text{Término}} = \overbrace{m \cdot g \cdot \cos \phi}^{\text{Término}} - \overbrace{m \cdot g \cdot \mu \cdot \sin \phi}^{\text{Término}}$$

Paso 4.

Reacomodar los términos de la ecuación de acuerdo con las reglas 1 (suma) y 2 (resta) de las ecuaciones, para reunir en un solo miembro de la ecuación todos los términos que contengan la variable a despejar.

Aplicando la regla 2:

Restando $m \cdot g \cdot \cos \phi$ a los dos miembros de esta ecuación, la igualdad subsiste, y tendremos:

$$m \cdot a - m \cdot g \cdot \cos \phi = m \cdot g \cdot \cos \phi - m \cdot g \cdot \mu \cdot \sin \phi - m \cdot g \cdot \cos \phi$$

y como en el segundo miembro:

$$m \cdot g \cdot \cos \phi - m \cdot g \cdot \cos \phi = 0, \text{ queda:}$$

$$m \cdot a - m \cdot g \cdot \cos \phi = -m \cdot g \cdot \mu \cdot \sin \phi$$

Paso 5.

Reescribir la ecuación de acuerdo con los métodos de factorización y/o la reducción de términos semejantes, para obtener la incógnita a despejar como factor de la ecuación y reducir términos semejantes.

Reescribiendo la ecuación, obteniendo los factores en ambos miembros de la ecuación, m en el primer miembro y μ en el segundo miembro, queda:

$$(m)(a - g \cdot \cos \phi) = \mu(-m \cdot g \cdot \sin \phi)$$

Paso 6. (Este paso se aplica si en el paso 5 no ha quedado despejada la variable de interés)

Aplicar una de las operaciones de multiplicación, división, potenciación o radicación, de acuerdo con una de las reglas de las ecuaciones 3 (multiplicación), 4 (división) o 5 (potenciación o radicación), para despejar la incógnita de interés.

Aplicando la regla 4 (división):

dividiendo entre $-m \cdot g \cdot \sin \phi$ a ambos miembros de esta ecuación, la igualdad subsiste, para lo cual hay que dividir entre $-m \cdot g \cdot \sin \phi$ todos los términos de cada miembro, tendremos:

$$\frac{(m)(a - g \cdot \cos \phi)}{-m \cdot g \cdot \sin \phi} = \frac{-m \cdot g \cdot \mu \cdot \sin \phi}{-m \cdot g \cdot \sin \phi}$$

y como en el primer miembro $\frac{m}{-m} = -1$,

y como en el segundo miembro $\frac{-m \cdot g \cdot \mu \cdot \sin \phi}{-m \cdot g \cdot \sin \phi} = \mu$, queda:

$$\frac{a - g \cdot \cos \phi}{g \cdot \sin \phi} = \mu$$

METODOLOGIA

Se realizó una evaluación diagnóstica a estudiantes de nivel básico y medio superior respecto a su conocimiento sobre despeje de incógnitas en ecuaciones.

Se elaboró una estrategia que permitió a los estudiantes despejar incógnitas de manera sencilla, siguiendo una serie de pasos sistematizados.

Se diseñaron las indicaciones o tareas que debían realizar los estudiantes, bajo un modelo de objetivos claros y precisos que permitieron saber a los estudiantes lo que se requería de ellos para lograr realizar la tarea asignada, en su ambiente de aprendizaje.

Se elaboró una guía metodológica a partir de objetivos instruccionales, de acuerdo con la siguiente estructura:

Comportamiento: Lo que se espera que el estudiante aprenda.

Condiciones: Las normas o reglas para realizar la tarea o actividad.

Criterio: Lo que se requiere del estudiante para completar la tarea asignada y evalúa si se ha alcanzado el objetivo.

La guía metodológica de despejes es una estrategia didáctica diseñada para que los estudiantes logren reconocer los términos importantes del tema de despejes, al mismo tiempo que siguen un procedimiento lógico y estructurado, con ejemplos y aplicaciones.

Esta guía metodológica está constituida por los siguientes elementos:

Conceptos básicos.

Ejemplos.

Reglas básicas del álgebra.

Estrategias.

Notas aclaratorias.

Aplicación de la metodología en diferentes ecuaciones.

RESULTADOS

Se detectaron los errores más comunes al realizar despeje de incógnitas en ecuaciones.

Se logró que los estudiantes reconocieran las reglas básicas del álgebra para aplicarlas al despejar incógnitas.

Se aplicó la guía metodológica de despejes de incógnitas siguiendo los objetivos instruccionales.

En un primer momento el 86% de estudiantes lograron despejar incógnitas correctamente, del total de ejemplos propuestos.

CONCLUSIONES

Se diseñó y aplicó una metodología basada en objetivos instruccionales para realizar despejes de incógnitas en ecuaciones que no contienen funciones inversas, de tal manera que el estudiante al aplicar dicha metodología llevo a cabo acciones en el proceso de despejar una incógnita con pleno conocimiento de causa y efecto basados en las reglas fundamentales del álgebra, lo que le permite mejorar su desempeño en el área de álgebra, fortaleciéndose la dimensión académica del estudiante.

BIBLIOGRAFÍA

1. PNUD. (1990). Human Development Report. Oxford University Press,, Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo . Bogotá, Colombia.: Tercer Mundo Editores, S.A.

- Recuperado el sábado de enero de 2019, de http://hdr.undp.org/sites/default/files/hdr_1990_es_completo_nostats.pdf.
2. SEP. (15 de 03 de 2017). Movimiento contra el abandono escolar. Obtenido de Yo no abandono: http://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/es/sems/yo_no_abandono.
 3. Van Dijk, S. (2012). La política pública para abatir el abandono escolar y las voces. Revista Mexicana de Investigación, 115-139.
 4. Zozaya, M. H. (2001). Rezago educativo y desigualdad social en el estado de Morelos. Retos de la gestión social. México: Miguel Angel Porrua.
 5. CONEVAL. (2020). Informe de pobreza y evaluación. Consejo Nacional de Evaluación de la Política de Desarrollo Social. Puebla: CONEVAL. Obtenido de https://www.coneval.org.mx/coordinacion/entidades/Documents/Informes_de_pobreza_y_evaluacion_2020_Documentos/Informe_Puebla_2020.pdf
 6. CONEVAL. (5 de agosto de 2021). Nota técnica sobre el rezago educativo, 2018-2020. México. Recuperado el 11 de enero de 2023, de https://www.coneval.org.mx/Medicion/MP/Documents/MMP_2018_2020/Notas_pobreza_2020/Nota_tecnica_sobre_el_rezago%20educativo_2018_2020.pdf
 7. INEGI. (2020). Encuesta para la Medición del Impacto COVID-19 en la Educación (ECOVID-ED) 2020. Obtenido de <https://www.inegi.org.mx/app/saladeprensa/noticia.html?id=6427>
 8. Naciones Unidas. (2020). Informe de políticas: La educación durante la COVID-19 y después de ella. Obtenido de https://www.un.org/sites/un2.un.org/files/policy_brief_-_education_during_covid-19_and_beyond_spanish.pdf
 9. Kendall, R. J. (2007). The new taxonomy of educational objectives. California: Corwin Press.
 10. Mager, R. F. (1962). Preparing instructional objectives. Palo Alto, California: Fearon Publishers.

ESTUDIO DEL MOMENTO DIPOLAR ELÉCTRICO DEL MUON INDUCIDO POR UNA PARTÍCULA CANDIDATA A MATERIA OSCURA

David Espinosa Gómez¹, Fernando Iguazú Ramírez Zavaleta¹, Eduardo Salvador Tututi Hernández¹ y Eligio Cruz Albaro²

1 Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.

2 Universidad Autónoma de Zacatecas.

david.espinosa@umich.mx

RESUMEN

El Momento Dipolar Eléctrico (MDE) del muon es el único fermión cargado del Modelo Estándar (ME) que se ha medido con alta precisión con un 95% de nivel de confianza. Aunque aún no se ha detectado un MDE distinto de cero de partículas elementales, se puede esperar que los nuevos experimentos continúen mejorando la sensibilidad, y en un futuro no muy lejano alcance eventualmente los valores predichos por el ME. Por otro lado, para el muon no existe una búsqueda dedicada exclusiva en curso para el análisis de MDE. Esto abre una ventana para explorar a detalle el MDE del muon en el contexto de modelos extendidos. Además, se ha sabido que en diversos modelos, el MDE surge como una corrección radiactiva debido a interacciones que violan CP con nuevas partículas pesadas. Motivado a ello, en este trabajo se realiza un estudio del MDE del muon que se induce a nivel de un lazo mediado por una partícula escalar candidata a materia oscura en contexto de un modelo simplificado. En este modelo se predice una partícula escalar candidata a materia oscura como ϕ , el cual se acopla con fermiones del ME y nuevos fermiones pesados (F). En general ϕ puede acoplarse con leptones cargados $l = (l_L^-, l_R^-)^T$ y fermiones neutros ν_l del ME a través de la interacción de tipo Yukawa. Aquí, supondremos que la masa de ϕ podría ser del orden de unidades de TeVs.

Se calculó la amplitud tensorial asociada por medio del esquema de reducción de Passarino-Veltman, en donde se construyó un algoritmo de álgebra simbólica en Mathematica haciendo uso de la paquetería FeynCalc. La amplitud encontrada es libre de divergencias ultravioletas; la contribución proviene de un diagrama de Feynman, en donde fluctúan cuánticamente un fermión pesado y una partícula candidata a materia oscura. Finalmente, se halló que el MDE (d_μ) es del orden de $10^{-23} e \text{ cm}$. Por lo tanto, el $|d_\mu|$ es cuatro órdenes de magnitud menor en comparación con el límite experimental reportado actualmente [1]. Para el análisis numérico se emplearon las paqueterías LoopTools y Package X, dentro de Mathematica.

INTRODUCCIÓN

Actualmente, los momentos magnéticos anómalos de las partículas elementales con carga eléctrica, tales como el electrón y el muon se han medido con alta precisión en los experimentos [1, 2, 3]. Sin embargo, se ha sabido que aún no se ha determinado el momento dipolar eléctrico del muon, el cual puede surgir en modelos extendidos. En esta línea, estamos interesados en analizar las propiedades eléctricas y magnéticas de leptones cargados para estudiar los efectos de la nueva física en el contexto de cambio de sabor. Hoy en día, el momento magnético anómalo del muon ha sido estudiado en varios experimentos con el fin de obtener evidencia de nueva física, esto se debe a que existe una diferencia de los resultados reportados, tanto teóricos como experimentales. De esta manera, la diferencia entre la medición experimental y la predicción teórica del ME sobre el momento dipolar magnético anómalo (MDMA) de muon es [2, 4, 5]

$$\Delta a_\mu = a_\mu^{Exp} - a_\mu^{ME} = (251 \pm 59) \times 10^{-11}. \quad (1)$$

De mismo modo, los colaboradores Muon (g-2) [6] y ACME [7], reportan que los valores sobre los momentos dipolares eléctricos del muon y del electrón son:

$$|d_{\mu}^{Exp}| < 1.8 \times 10^{-19} e \text{ cm} [6], \quad (2)$$

$$|d_{\mu}^{Exp}| < 1.1 \times 10^{-29} e \text{ cm} [7]. \quad (3)$$

Por otra parte, se ha sabido que solo el 4% se conoce de toda la materia que forma el universo y el otro 96% representa la naturaleza que aún no se conoce. De la materia aún no conocida, el 23% es materia con características gravitacionales atractivas que se denomina Materia Oscura [8]. Esta materia hipotética y exótica ha sido investigado durante varios años, sin embargo, sigue siendo un misterio dado que no se ha comprobado su existencia. Además, la Organización Europea para la Investigación Nuclear (CERN), sigue buscando nuevas partículas exóticas tanto partículas ligeras y pesadas que interactúan con partículas del ME. Por lo tanto, se han abierto nuevos caminos en la búsqueda de materia oscura en forma de partículas masivas que interactúan con la materia ordinaria. En este sentido, los colaboradores experimentales como ATLAS han realizado búsqueda de varios escenarios posibles de esta partícula, estudiando modelos simplificados de materia oscura con una partícula mediadora escalar o pseudoescalar de espín-0 [9]. Así mismo, existen varios estudios sobre la búsqueda dicha partícula ϕ , estos incluyen a los colaboradores PandaX-4T [10], los colaboradores LUX-ZEPLIN [11] y XENONnT [12]. En las referencias [13, 14, 15], se han buscado nuevas partículas pesadas candidatas a materia oscura estableciendo un rango de masa de 100 GeV a 1 TeV. Por esta razón, se estudia el MDE del muon como función de m_{ϕ} , donde establecemos la región de análisis de 0.5 TeV hasta 1 TeV. A su vez, este trabajo analiza la intensidad de acoplamiento $\phi\bar{F}l$ mediante el estudio de MDMA y el MDE del muon como función de m_{ϕ} .

MODELO DE EXTENSIÓN

En este trabajo se denota la partícula escalar candidata a materia oscura como ϕ , el cual se acopla con fermiones del ME y nuevos fermiones pesados (F). Esta partícula se puede acoplar con leptones cargados $l = (l_L^-, l_R^-)^T$ y fermiones neutros ν_l del ME a través de la interacción de tipo Yukawa [16, 17]. Esto se puede realizar mediante la inserción de nuevos fermiones cargados eléctricamente F^{\pm} y neutros F^0 puestos como un doblete de $SU(2)_L$: (F_L^0, F_L^-) . Asimismo, F_R^0 y F_R^- son introducidos como singletes en virtud de $SU(2)_L$. En lo que resta de este trabajo se consideran fórmulas aplicables para el caso real de ϕ con base a la referencia [17]. De este modo, escribimos el Lagrangiano en términos del campo de Dirac $F = (F_L^-, F_R^-)^T$ y $F^0 = (F_L^0, F_R^0)^T$ como [17]

$$\mathcal{L}_F = -c_R^{lF} \phi \bar{F} P_L l - c_R^{lF} \phi \bar{F} P_R l - c_L^{lF^0} \phi \bar{F}^0 P_L \nu_l + H. c., \quad (4)$$

donde (ν_l, l_L^-) y l_R^- son los dobletes y singletes de $SU(2)_L$, respectivamente. Aquí, $l = e, \mu, \tau$ son los leptones cargados, y $P_{L,R} = (1 \mp \gamma^5)/2$ son operadores de proyección quiral. Para mayores detalles de la teoría se sugiere consultar la referencia [16, 17].

FACTOR DE FORMA ELECTROMAGNÉTICA DE SPIN 1/2

En la siguiente sección, analizaremos las propiedades electromagnéticas de un leptón a nivel de un lazo mediado por una partícula conocida como materia oscura. Para ello, describiremos brevemente la ecuación de la función de vértice Γ^{μ} , el cual puede ser escrita de forma general [18, 19]

$$\Gamma_{\mu} = F_1(q^2)\gamma_{\mu} + iF_2(q^2)\sigma_{\mu\nu}q^{\nu} - F_3(q^2)\sigma_{\mu\nu}q^{\nu}\gamma_5 + F_A(q^2)(\gamma_{\mu}q^2 - 2m_f q_{\mu})\gamma_5, \quad (5)$$

donde F_1 , F_2 y F_3 son los factores de forma correspondientes a la carga eléctrica, al momento dipolar magnético y al momento dipolar eléctrico, respectivamente. Aquí, F_A es llamado el factor de forma anapolar. De acuerdo con la información anterior, podemos calcular las propiedades electromagnéticas que surgen cuando el fotón está en capa de masa [18]:

$$F_1(q^2 = 0) = Q_l e, \quad F_2(q^2 = 0) = a_l Q_l \frac{e}{2m_l}, \quad F_3(q^2 = 0) = d_l Q_l, \quad (6)$$

entonces, a_l y d_l son de la forma

$$a_l = \frac{2m_l}{eQ_l} F_2(q^2 = 0), \quad (7)$$

$$d_l = \frac{F_3(q^2 = 0)}{Q_l}, \quad (8)$$

siendo a_l y d_l , el momento dipolar magnético y el momento dipolar eléctrico del leptón cargado, respectivamente.

EL MOMENTO DIPOLAR MAGNÉTICO ANÓMALO Y EL MOMENTO DIPOLAR ELÉCTRICO

El objetivo de este trabajo es el estudio del momento dipolar magnético anómalo y el momento dipolar eléctrico de leptones cargados del ME, teniendo en cuenta la violación de sabor dada por una partícula escalar candidata a materia oscura, denotada por ϕ . El estudio de esta propiedad física, surge a partir del cálculo de la amplitud al vértice $\bar{l} l \gamma$, el cual se muestra en el diagrama de Feynman dado en la Figura 1; dentro del lazo circulan quarks pesados y ϕ candidata a materia oscura. Las reglas de Feynman se pueden extraer del Lagrangiano dado en la ecuación (4), donde surge acoplamiento que violan sabor mediados por una partícula escalar, denotada como ϕ

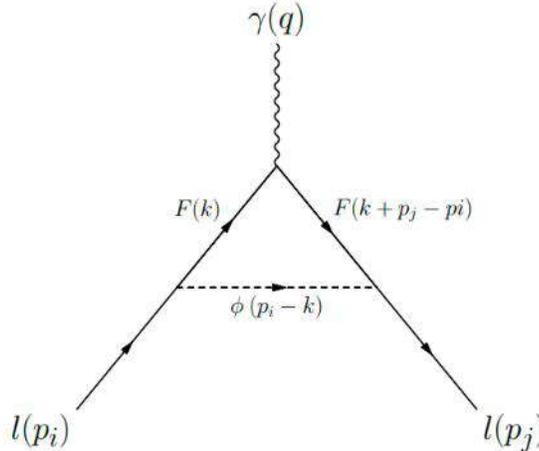


Figura 1: Diagrama de Feynman para el MDMA y el MDE, mediado por una partícula escalar ϕ a nivel de un lazo.

Las correspondientes reglas asociadas al vértice $\phi \bar{l} l$ y $\phi \bar{l} F$ son $-i(C_L^{lF} P_L + C_R^{lF} P_R)$ y $-i(C_R^{*lF} P_L + C_L^{*lF} P_R)$, respectivamente. Siguiendo con el análisis, encontramos que la contribución al vértice $\bar{l} l \gamma$ es

$$\begin{aligned} \bar{u}(p_j) \Gamma^\mu(p_j, p_i) u(p_i) = e Q i^6 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{(k-p_i)^2 - m_\phi^2 + i\epsilon} \bar{u}(p_j) (C_R^{*lF} P_L + C_L^{lF} P_R) \\ \times \frac{k + \not{p}_j - \not{p}_i + m_F}{(k+p_j-p_i)^2 - m_F^2 + i\epsilon} \gamma^\mu \frac{k + m_F}{k^2 - m_F^2 + i\epsilon} \\ \times (C_L^{lF} P_L + C_R^{lF} P_R) u(p_i), \end{aligned} \quad (9)$$

donde C_R^{lF} y C_L^{lF} son constantes.

Para resolver este tipo de integrales, hemos utilizado el método de Passarino-Veltman mediante la paquetería FeynCalc [20]. Posteriormente, se realizó manipulaciones algebraicas para extraer la información referente a MDMA y MDE, los cuales tienen la siguiente forma

$$F_1 = \frac{ieQm_F}{64\pi^2m_i^2} [B0_1 - B0_3 - (m_\phi^2 + m_i^2 - m_F^2)C0] (|C_L^{LF}|^2 - |C_R^{LF}|^2), \quad (10)$$

$$F_2 = \frac{ieQ}{64\pi^2m_i} \left\{ \frac{m_F}{m_i} [B0_1 - B0_3 - (m_\phi^2 + m_i^2 - m_F^2)C0] (|C_L^{LF}|^2 + |C_R^{LF}|^2) \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \left[2 + B0_1 - B0_3 + \left(\frac{m_\phi^2 - m_F^2}{m_i^2} \right) (5B0_1 - 2B0_2 - 3B0_3) \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\frac{m_F^2}{m_i^2} (2(3m_\phi^2 + m_i^2) - 3m_F^2) + \frac{m_\phi^2}{m_i^2} (2m_i^2 - 3m_\phi^2) \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + m_i^2 \right) C0 \right] Re(C_L^{LF} C_R^{LF}) \right\}, \quad (11)$$

donde $B0_1 = B0(m_i^2, m_\phi^2, m_F^2)$, $B0_2 = B0(0, m_\phi^2, m_F^2)$, $B0_3 = B0(0, m_F^2, m_F^2)$ y $C0 = (m_i^2, m_i^2, 0, m_F^2, m_\phi^2, m_F^2)$.

ANÁLISIS DE LA INTENSIDAD DE ACOPLAMIENTO

En esta sección tiene como propósito de estimar la intensidad de acoplamiento a partir del estudio de MDMA junto con el MDE de leptones cargados del ME. Los momentos dipolares electromagnéticos se pueden caracterizar por la propiedad de CP [21], por lo tanto, se considera dos casos para el estudio de estas propiedades físicas, ambos derivados de las ecuaciones (7) y (8).

(a) Conservación de CP. Este caso, sólo surge a_l , dado que el MDE está prohibido, entonces se tiene que

$$C_L^{LF} = C_R^{LF} \equiv C^{LF} \Rightarrow Re(C_L^{LF}) = Re(C_R^{LF}) \text{ y } Im(C_L^{LF}) = Im(C_R^{LF}). \quad (12)$$

En particular, nos enfocamos en estudiar el escenario donde surge d_l , como se observa en el siguiente caso.

(b) Violación de CP. En este escenario, surge tanto a_l como d_l , por lo cual pueden ocurrir si

$$C_L^{LF} = 0, C_R^{LF} \neq 0, \quad (13)$$

entonces,

$$Re(C_L^{LF}) = Im(C_L^{LF}) = 0, \quad Re(C_R^{LF}) \neq 0, \quad Im(C_R^{LF}) \neq 0. \quad (14)$$

Partiendo de las ecuaciones (7) y (8), obtenemos que

$$i) |C_R^{LF}|^2 = |C^{RLF}|^2 \leq \frac{32\pi^2 \Delta a_l}{F_a}, \quad (15)$$

$$ii) |C_R^{LF}|^2 = |C^{RLF}|^2 \leq \frac{64\pi^2 m_l d_l}{e F_a}. \quad (16)$$

DISCUSIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para estimar las intensidades de acoplamiento $|C^{RLF}|$ en los diferentes escenarios planteados, supondremos que dentro de la incertidumbre dado en Δa_l y en d_l^{Exp} , se podrían encontrar los efectos de la nueva física. Asimismo, se establece un rango de m_ϕ comprendido entre 0.5 TeV a 1 TeV para el estudio fenomenológico. Otros datos que vamos utilizar son los siguientes: $m_\mu = 0.105658$ GeV, $m_e = 0.00051099$ GeV y $m_F = 1.5$ TeV. A continuación, se realiza el análisis numérico de los temas discutidos anteriormente.

Nuestro principal interés es para el escenario *b*, que se basa en las ecuaciones (15) y (16) para computar el comportamiento de las intensidades de acoplamiento en dependencia de la masa de ϕ . Así, en Fig. 2a se muestra el comportamiento $|C^{RIF}|$ para el caso *i*, donde observamos que los valores encontrados son del orden de 10^1 en todo el intervalo de análisis para $|C^{R\mu F}|$ y $|C^{ReF}|$, respectivamente. En cambio, cuando se parte de la ecuación (16) se obtiene el comportamiento de $|C^{RIF}|$ como se muestra en la Figura 2b. Los valores estimados son: $|C^{R\mu F}| \sim 10^0$ y $|C^{ReF}| \sim 10^{-5}$. Cabe resaltar que las cotas encontradas no son restrictivas para ambos casos. Sin embargo, para la cota $|C^{ReF}|$ que se obtiene del caso *ii* si lo es, por lo tanto, este valor puede ser utilizado para calcular otros procesos en un futuro trabajo que involucre este parámetro.

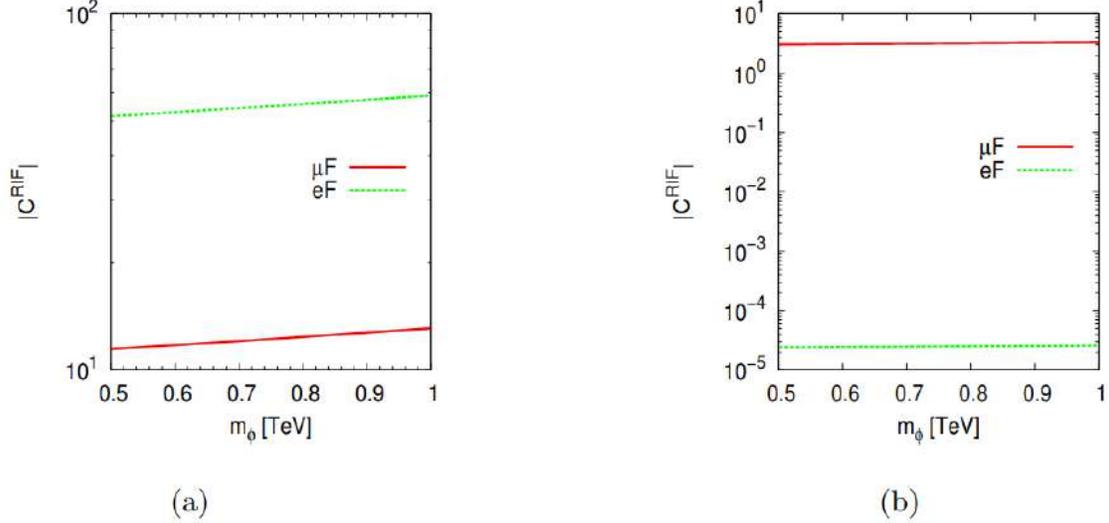


Figura 2: El parámetro $|C^{RIF}|$ y $|C^{RIF}|$ como función de la masa de ϕ . (a) Caso *i*, que surge de Δa_l y (b) Caso *ii*, que surge de d_l^{Exp} .

ESTIMACIÓN NUMÉRICA PARA d_μ

Este trabajo tiene el objetivo principal de estimar el MDE del muon a partir del estudio de momentos dipolares electromagnéticos de leptones cargados del ME. En concreto, nos centramos en analizar el escenario *b*, donde surge tanto a_μ como d_μ , por lo cual pueden ocurrir si

$$C_L^{IF} = 0, C_R^{IF} = C^{RIF} \neq 0. \quad (17)$$

Con base a la información anterior, tenemos que para el escenario *b*:

$$F_2 = \frac{eQ}{64\pi^2 m_i m_i} [B_{01} - B_{03} - (m_\phi^2 + m_i^2 - m_F^2)C_0] |C^{RIF}|^2, \quad (18)$$

$$F_3 = -iF_2 \quad (19)$$

Ahora utilizando (18) y (19) junto con las ecuaciones (7) y (8), se tiene que

$$d_\mu = -i \frac{e}{2m_{fi}} a_\mu. \quad (20)$$

Si partimos de la ecuación (20) y consideramos que $\Delta a_\mu = 59 \times 10^{-11}$ [2, 4] y $m_\mu = 0.105658$ [4], podemos determinar que $|d_\mu| \sim 10^{-23} e \text{ cm}$. Por consiguiente, la estimación encontrada sobre $|d_\mu|$ es cuatro órdenes de magnitud más suprimida en comparación con el límite experimental reportado actualmente. A pesar de este resultado restrictivo, podemos utilizar la cota encontrada de la intensidad de acoplamiento para determinar a_μ y la fracción de decaimiento de $Br(\mu \rightarrow e\gamma)$ en futuro trabajo.

CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

Se ha estudiado el MDE del muon donde hay efectos de violación de sabor mediado por una partícula escalar ϕ a nivel de un lazo. En este enfoque, se estudió la fenomenología de ϕ candidata a materia oscura cuya masa podría ser del orden de unidades de TeV. A su vez, se estimó una cota para el parámetro $|C^{RF}|$, el cual representa la intensidad del acoplamiento $\phi \bar{F}L$. La mejor cota encontrada para fines de búsqueda de nueva física es $|C^{RF}| \sim 10^{-5}$ en el intervalo $0.5 \text{ TeV} < m_\phi < 1 \text{ TeV}$. Finalmente, se ha estimado el MDE del muon, siendo cuatro órdenes de magnitud más suprimido en comparación con el límite experimental [6].

REFERENCIAS

- [1] G. Bennett *et al.* (Muon g-2 Collaboration), Phys. Rev. D73, 072003 (2006).
- [2] B. Abi *et al.* (Muon g-2 Muon Collaboration), Phys. Rev. Lett. 126, 141801 (2021).
- [3] R. S. Van Dyck *et al.*, Phys. Rev. Lett. 59, 26 (1987).
- [4] R. L. Workman *et al.* (Particle Data Group), to be published in Prog. Theor. Exp. Phys. 2022, 083C01 (2022).
- [5] T. Aoyama *et al.*, Phys. Rept. 887, 1 (2020).
- [6] G. W. Bennett *et al.* (Muon (g-2) Collaboration), Phys. Rev. D80, 052008 (2009).
- [7] Andreev *et al.* (ACME Collaboration), Nature 562, 355–360 (2018).
- [8] A. Vázquez-González y T. Matos, Rev. Mex. Fís. E54, 193–202 (2008).
- [9] The ATLAS Collaboration, Report No. ATLAS-CONF-2022-007.
- [10] Y. Meng *et al.* (PandaX-4T Collaboration), Phys. Rev. Lett. 127, 261802 (2021).
- [11] D. S. Akerib *et al.* (LUX-ZEPLIN Collaboration), Phys. Rev. D101, 052002 (2020).
- [12] E. Aprile *et al.*, JCAP11, 031 (2020).
- [13] Y. Mambrini, G. Arcadi and A. Djouadi, Physics Letters B755, 426–432 (2016).
- [14] P. Ghorbani, J. High Energ. Phys. 04, 170 (2022).
- [15] W. Altmannshofer, B. Maddock, and S. Profumo, Phys. Rev. D100, 055033 (2019).
- [16] C. Bøhm and P. Fayet, Nucl. Phys. B683, 219–263 (2004).
- [17] C. Bøhm, X. Chu, J.-L. Kuo, and J. Pradler, Phys. Rev. D103, 075005 (2021).
- [18] B. Lee Roberts and W. Marciano, Lepton dipole moments, Advanced Series on Directions in High Energy Physics, ISBN-13 978-981-4271-83-7, ISBN-10 981-4271-83-7.
- [19] M. Nowakowski, EAPaschos and J. M. Rodríguez, Eur. J. Phys. 26, 545–560 (2005).
- [20] R. Mertig, M. Bohm and A. Denner, Phys. Commun. 64, 345 (1991).
- [21] J. I. Aranda, D. Espinosa-Gómez, J. Montano, B. Quezadas-Vivian, F. Ramírez-Zavaleta, and E. S. Tututi, Phys. Rev. D98, 116003 (2018).

ESTUDIO NUMÉRICO DEL COMPORTAMIENTO BROWNIANO DE NANOPARTÍCULAS PLASMÓNICAS PARA EL TRANSPORTE DE FÁRMACOS EN PLASMA SANGUÍNEO

Hilario Martines-Arano^{1*}, María del Rocío Aparicio-Méndez¹, Agustín Hernández-Rendón¹, Alinne Michelle Sánchez-Tomay¹.

¹Facultad de Ciencias de la Electrónica, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, 72592, Puebla, Puebla, México.

*email: hilario.martines.arano@gmail.com

RESUMEN

En los últimos años el estudio, experimentación y observación de nanopartículas plasmónicas ha cobrado cada vez más importancia, producto de sus extensas propiedades en diferentes campos del conocimiento. Este trabajo tiene como objetivo explorar el comportamiento dinámico exhibido por nanopartículas plasmónicas en plasma sanguíneo, a través de técnicas ópticas y modelos matemáticos. Busca atribuirle una aplicación orientada al transporte de fármacos de manera no invasiva, como tratamiento alternativo a enfermedades. Características intrínsecas de las nanopartículas metálicas son, por ejemplo: su resonancia de plasmones de superficie localizado (LSPR) que ejerce una fuerte influencia en las interacciones cuánticas y ópticas. Aquí se definen modelos matemáticos que describen la mecánica del transporte del fluido, el desplazamiento de las nanopartículas y la dinámica Browniana provocada por diferentes fuerzas que interactúan sobre el elemento, entre ellas la de Van der Waals a través de simulaciones numéricas. Debido al comportamiento azaroso de las nanopartículas, se crearon mediciones aleatorias para aproximar las mediciones a un valor real. Se implementaron ecuaciones para simular la dinámica browniana de la nanopartícula en el plasma. La ecuación que describe el movimiento de la nanopartícula en el medio y que relaciona la velocidad de difusión ($D[m^2/s]$) y el diámetro de la nanopartícula ($d[m]$) se describe mediante la ecuación de Stokes-Einstein. La sedimentación gravitacional, fue el resultado total de fuerzas opuestas que actúan sobre una nanopartícula en el fluido: Gravedad (F_g), arrastre (F_d), y flotabilidad (F_b). La velocidad de sedimentación ($V_S [m/s]$) dependió del diámetro de la nanopartícula ($d[m]$), densidad ($\rho_p [g/cm^3]$), la densidad del medio ($\rho_f [g/cm^3]$) y la viscosidad del medio ($\mu [Pa \cdot s]$). Tomando en cuenta que las nanopartículas de oro tienen una densidad de $1.005715 g/cm^3$, una masa de $0.057162 mg$ y un radio de $45 nm$. Los resultados mostraron valores máximos de precipitación en el fluido, las fuerzas que interactúan con la muestra, así como la velocidad, aceleración y fuerza de sedimentación, el desplazamiento en metros cuadrados, en un lapso de 1 segundo. Los resultados fueron semejantes a estudios previos que usaron nanopartículas plasmónicas en sangre y otros fluidos en condiciones experimentales similares.

Aplicaciones potenciales de este estudio radican en la implementación de nanovehículos auxiliados por nanopartículas que transportan medicación a células a nivel nanométrico.

INTRODUCCIÓN

La óptica no lineal ha sido reconocida durante mucho tiempo como una herramienta poderosa para investigar las propiedades fotónicas de moléculas, materiales y nanoestructuras [1]. También se ha prestado atención al impacto significativo de las nanopartículas coloidales (NP) en el medio ambiente y en otras áreas científicas [2]. Entre las características más fascinantes de las NPs metálicas se encuentra su capacidad de exhibir no linealidad de segundo orden [3].

Las nanopartículas (NPs) de oro (Au-NP) han sido ampliamente estudiadas y han ganado notable atención en la comunidad científica en los últimos años debido a su amplio rango de aplicaciones [4].

Investigaciones actuales indican que la respuesta de las NPs a la interacción con la luz está directamente relacionada con su tamaño [5]. Las NPs se utilizan actualmente como catalizadores [6], y en aplicaciones de sensores plasmónicos [7]. En la superficie de una NP metálica, los electrones de conducción presentan una oscilación resonante en una interfaz diseñada específicamente para este propósito, que se encuentra entre dos materiales con permitividades negativas y positivas, respectivamente. Es bien sabido que, para mantener el movimiento de cualquier oscilación en electrones excitados bajo alguna influencia, es necesario suministrarles energía para contrarrestar las pérdidas debidas a la fricción [8]. Los electrones en la superficie de una NP metálica son de especial importancia debido a que la onda electromagnética solo puede penetrar a una profundidad muy limitada (<100 nm). La dinámica de movimiento de las NPs suspendidas en plasma sanguíneo se puede explicar en términos de difusión, sedimentación gravitacional y aglomeración [9].

TEORÍA

La difusión se define tradicionalmente como un proceso espontáneo en el que las NPs se desplazan desde un área de alta concentración hacia un área de baja concentración en una solución. El medio en el que viajan estas NPs se conoce como medio de transporte difusivo y las impulsa mediante un gradiente de concentración. La velocidad de difusión de una NP depende de su tamaño y de la viscosidad del medio en el que está suspendida [10]. La relación entre la velocidad de difusión (D [m²/s]) y el diámetro de la NP (d [m]) se describe mediante la ecuación de Stokes-Einstein, representada por la ecuación (1). Además del diámetro, la velocidad de difusión también depende de la temperatura del medio (T [K]) en el que está suspendida y la viscosidad del medio (μ [Pa·s]). R es la constante de los gases [J/(mol·K)] y N_A es el número de Avogadro [11].

$$D = \frac{RT}{3N_A \mu \pi d} \tag{1}$$

Por otro lado, la ecuación que describe la dinámica de una esfera con masa m y velocidad instantánea v es la siguiente:

$$m \frac{dv(t)}{dt} = -\gamma v(t) + \xi(t) \tag{2}$$

Donde m es la masa de la partícula, γ es la constante de fricción, ξ representa las fuerzas totales instantáneas ejercidas por las moléculas del fluido, y v es la velocidad de la partícula en el fluido.

$$\gamma = 6\pi\eta a \tag{3}$$

Donde: η es la constante de viscosidad del fluido y a es el radio de la partícula analizada. En condiciones de equilibrio.

La sedimentación gravitacional, es el resultado neto de fuerzas opuestas que actúan sobre una NP en solución, es decir, gravedad (F_g), arrastre (F_d), y flotabilidad (F_b).

$$F_g - F_b = F_d \tag{4}$$

La gravedad es interpretada como la fuerza que impulsa las NPs hacia abajo para sedimentarlas. La velocidad de sedimentación (V_S [m/s]) depende del diámetro de NP (d[m]), densidad (ρ_p [g /

cm³), la densidad del medio (ρ_f [g/cm³]) y la viscosidad del medio (μ [Pa · s] [10] [11]).

$$V_s = \frac{g(\rho_p - \rho_f)d^2}{18\mu} \quad (5)$$

Cuando las NPs se desplazan a través de un fluido, pueden generar desplazamiento y turbulencia en el mismo. Esta turbulencia se describe mediante el número de Reynolds, que es una relación adimensional entre las fuerzas inerciales y viscosas, y permite caracterizar la naturaleza del fluido en el cual se mueve la NP. Esto nos permite parametrizar su movimiento.

Cuando el número de Reynolds es menor que uno, el flujo se considera laminar. Esto significa que la NP se desplaza suavemente en capas superpuestas del fluido, con un intercambio limitado de moléculas entre estas capas. Para esferas con un diámetro inferior a 100 nm, el número de Reynolds es menor que uno y, por lo tanto, no se considerará ninguna turbulencia [12].

La posición de altura del recipiente contenedor viene dada por la variable "z". En un modelo simple para determinar el tiempo de sedimentación, se realizan ciertos supuestos: no hay interacciones entre las nanopartículas y su movimiento está gobernado únicamente por fuerzas brownianas aleatorias y la fuerza gravitacional.

Los parámetros relevantes del sistema dependen únicamente de la densidad, forma de las partículas, densidad, viscosidad y temperatura del fluido de suspensión. La química de la superficie de las partículas no tiene influencia, al igual que la composición exacta del medio de suspensión. Sin embargo, estos parámetros químicos pueden afectar indirectamente al modelo al modificar la densidad o la viscosidad del medio, o al alterar la forma de las partículas y la densidad efectiva.

La solución para partículas independientes que no interactúan con un campo gravitacional se describe mediante la ecuación de Mason-Weaver, la cual es una ecuación diferencial parcial unidimensional. La concentración de partículas, denotada por "c", satisface la ecuación de Mason-Weaver bajo las condiciones de contorno circundantes.

En resumen, en este modelo, la posición de altura del recipiente contenedor se representa por la variable "z". Se asume que no hay interacciones entre las nanopartículas y que su movimiento está gobernado únicamente por fuerzas brownianas aleatorias y la fuerza gravitacional. Los parámetros relevantes del sistema dependen de propiedades físicas como la densidad, forma de las partículas, densidad, viscosidad y temperatura del fluido de suspensión, mientras que la química de la superficie de las partículas y la composición exacta del medio de suspensión no tienen influencia directa, pero pueden afectar indirectamente al modelo. La concentración de partículas "c" satisface la ecuación de Mason-Weaver bajo condiciones de contorno específicas.

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} + sg \frac{\partial c}{\partial z} \quad (6)$$

La estabilidad de una dispersión coloidal es un tema termodinámico y se refiere a la tendencia de los coloides a aglomerarse o separarse. En general, una dispersión coloidal se considera estable cuando no ocurre una aglomeración significativa, aunque es importante tener en cuenta que el proceso de aglomeración puede ser lento, tomando horas o incluso días.

En una dispersión coloidal, NPs se ven afectadas entre sí por fuerzas atractivas y repulsivas que actúan a diferentes escalas de longitud. Estas fuerzas de interacción pueden ser explicadas por la teoría DLVO, la cual lleva el nombre de los científicos que la desarrollaron: Deryaguin, Landau, Verwey y Overbeek [13].

La teoría DLVO proporciona una explicación de las fuerzas que actúan en una dispersión coloidal.

Estas fuerzas incluyen las fuerzas de repulsión electrostática, que resultan de las cargas eléctricas en la superficie de las partículas y pueden mantenerlas separadas, y las fuerzas de atracción de Van der Waals, que se producen debido a las interacciones dipolo-dipolo o dipolo-inducido entre las partículas.

En resumen, una dispersión coloidal es termodinámicamente inestable y las fuerzas de atracción y repulsión entre las partículas, descritas por la teoría DLVO, determinan su estabilidad. La teoría DLVO fue desarrollada por los científicos Deryaguin, Landau, Verwey y Overbeek y ayuda a comprender las fuerzas que actúan en una dispersión coloidal.

El coeficiente de difusión para una partícula esférica, se define como:

$$D_{esfera} = \frac{k_B T}{6\pi\eta a} \quad (7)$$

Donde: D es el coeficiente de difusión y s es el coeficiente de sedimentación.

El coeficiente de sedimentación para una partícula esférica se define como:

$$s = \frac{2}{9} \frac{a^2(\rho - \rho_f)}{\eta} \quad (8)$$

Donde: ρ es la densidad de la partícula analizada y ρ_f es la densidad del fluido contenedor.

La teoría que busca explicar las fuerzas que interactúan en las nanopartículas (NPs) suspendidas se basa en las fuerzas atractivas de van der Waals (vdW) y las fuerzas repulsivas eléctricas de doble capa (EDL). Estas fuerzas juegan un papel crucial en la estabilidad de una dispersión coloidal y su efecto combinado puede explicar dicha estabilidad [14].

En particular, la ecuación 11 se utiliza para calcular la fuerza de van der Waals entre dos muros planos infinitos. En esta ecuación, A [J] representa la constante de Hamaker, que es una propiedad del material y describe la intensidad de las interacciones vdW, y r[m] es la distancia entre las paredes.

En resumen, la teoría que explica las fuerzas que interactúan en las NPs suspendidas se basa en las fuerzas atractivas de van der Waals y las fuerzas repulsivas eléctricas de doble capa. Estas fuerzas combinadas influyen en la estabilidad de una dispersión coloidal. La ecuación (4) se utiliza para calcular la fuerza de van der Waals entre dos muros planos infinitos, donde A [J] representa la constante de Hamaker y r[m] es la distancia entre las paredes.

$$vdW = -\frac{A}{6\pi r^3} \quad (9)$$

Además, se propone el uso de la teoría de Lifshitz, ya que se considera más precisa [17]. Esta teoría requiere datos sobre la permitividad dieléctrica dependiente de la frecuencia para todas las frecuencias. Sin embargo, afortunadamente, en muchos casos el enfoque de Hamaker es más

simple y suele ser suficiente para realizar estos cálculos [15].

PARTE EXPERIMENTAL

Se realizaron consideraciones relevantes para los cálculos teniendo en cuenta que las nanopartículas (NPs) tienen una densidad de 1.005715 g/cm³, una masa de 0.057162 mg y un radio de 45 nm.

Las ecuaciones 1-9 se utilizaron para estimar el perfil de sedimentación y otras fuerzas de heteroagregación. Posteriormente, se calcularon la velocidad y el tiempo de caída de las NPs de oro en la solución.

La dinámica de las NPs provoca colisiones y relaciones aleatorias entre ellas. La observación de la trayectoria de las NPs de oro reveló que su movimiento es errático y aleatorio a través de la solución que las contiene. Se utilizó el "mean square displacement" (MSD), que es una medida de la distancia promedio recorrida por la NP. Este desplazamiento se define mediante la ecuación (10).

$$\begin{aligned} \langle |r(t) - r_0|^2 \rangle &= \tau_B^2 \left[1 - e^{-t/\tau_B} \right]^2 \left[v_0^2 - \frac{g}{2m\gamma} \right] \\ &+ \frac{g}{\gamma^2} \left[t - \tau_B (1 - e^{-t/\tau_B}) \right] \end{aligned} \tag{10}$$

En esta formulación, se define $\langle |r(t) - r_0|^2 \rangle$ como la posición de una partícula en relación a una posición de referencia en un instante de tiempo dado. v_0^2 representa la velocidad de distribución de la partícula browniana, g es la constante de gravedad y t es el tiempo de referencia.

La velocidad de relajación de la partícula se define como:

$$\tau_B \approx \frac{m}{\gamma} \tag{11}$$

La constante de fricción para partículas esféricas se determina utilizando la ley de Stokes:

$$\gamma = 6\pi\eta a \tag{12}$$

Donde: η es la constante de viscosidad del fluido y a es el radio de la partícula analizada.

Durante un período de tiempo t , se considera que cada NP realiza un número N de pasos aleatorios en su movimiento. Denominamos X_M^N al desplazamiento, también conocido como x , después de N pasos, en una m -ésima parte del proceso, que ocurre en un orden aleatorio. Por lo general, este movimiento se considera bidimensional, es decir, puede ser en la dirección vertical (arriba-abajo) o en la dirección horizontal (izquierda-derecha). En consecuencia, el número total de elecciones o eventos distintos es de 2^N [16]. Por lo tanto, el desplazamiento en función del tiempo se describe mediante la ecuación 13.

$$\langle x^2 \rangle_{t=N} = \frac{1}{2^N} \sum_{m=1}^{2^N} (X_M^N)^2 \tag{13}$$

Por otro lado, si consideramos, un momento adicional $t = N + 1$, podemos aseverar lo siguiente [17].

$$\langle x^2 \rangle_{t=(N+1)} = (N+1) = \frac{1}{2^{N+1}} \sum_{s=\pm 1}^{2^N} \sum_{m=1}^{2^N} (X_M^N + s \times l)^2 = l^2 (N+1) \quad (14)$$

En este caso, la variable "s" representa las opciones posibles para la dirección del siguiente paso, que puede ser izquierda o derecha, arriba o abajo.

El movimiento Browniano se caracteriza por ser un movimiento aleatorio, el cual es resultado de las interacciones entre moléculas en el medio de dispersión y NPs coloidales. En el caso específico de estas NPs, su movimiento aleatorio se debe a que el impacto entre ellas en el medio de dispersión no es uniforme. En algunas publicaciones [18], se hace referencia a la ecuación que describe el promedio del cuadrado del desplazamiento Δx^2 de la siguiente manera:

$$\Delta x^2 = \frac{bTt}{6\pi\eta\alpha'} \quad (15)$$

Donde T es la temperatura absoluta, t el tiempo de observación, $6\pi\eta\alpha'$ es el coeficiente de resistencia hidrodinámica del medio α' y b es el factor de proporcionalidad dado por:

$$b = \frac{2R}{N_A} = 2K \quad (16)$$

Donde R es la constante molar del gas, N_A la constante de Avogadro y K es la constante de Boltzmann.

RESULTADOS

Los resultados mostraron valores máximos de precipitación en el fluido, las fuerzas que interactúan con la muestra, así como la velocidad, aceleración y fuerza de sedimentación, el desplazamiento en metros cuadrados, en un lapso de 1 segundo. Los resultados fueron semejantes a estudios previos que usaron nanopartículas plasmónicas en sangre y otros fluidos en condiciones experimentales similares. Aplicaciones potenciales de este estudio radican en la implementación de nanovehículos auxiliados por nanopartículas que transportan medicación a células a nivel nanométrico.

Fue posible calcular el MSD a partir de los planteamientos en las secciones anteriores. La figura 1 representa el desplazamiento en metros cuadrados de una NP en 1 segundo.

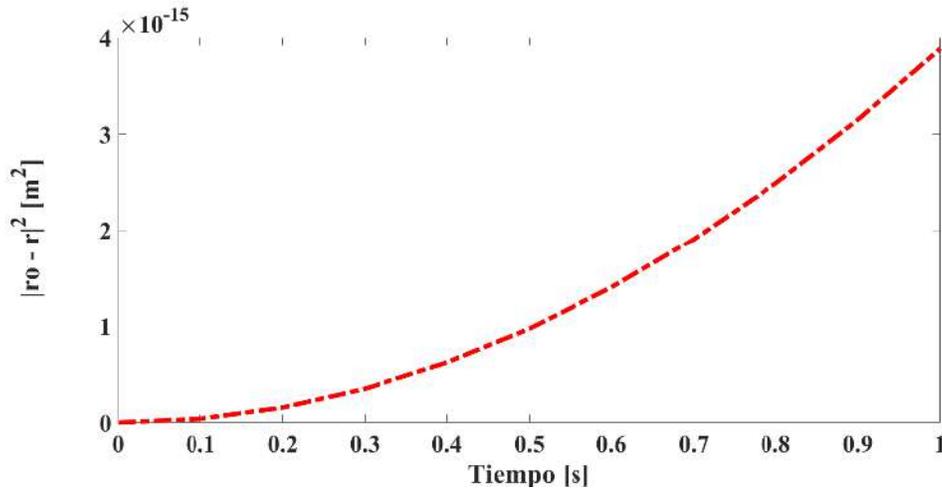


Fig. 1. Desplazamiento cuadrático promedio de una nanopartícula plasmónica suspendida en plasma sanguíneo

El desplazamiento de una NP suspendida en plasma sanguíneo se determinó utilizando el desplazamiento cuadrático promedio, como se muestra en la figura 1 y se expresa en la ecuación número 10. La figura 1 muestra el desplazamiento cuadrático promedio calculado para un grupo seleccionado de NPs suspendidas en plasma sanguíneo.

En la figura 2 se presentan los resultados obtenidos para la velocidad de sedimentación de una NP estudiadas numéricamente. Se puede observar que se produce un desplazamiento de 5.5×10^{-8} m en un tiempo de 1 segundo. Este dato es de suma importancia, ya que permite determinar el tiempo de caída, la fuerza, el tiempo de sedimentación, y otros aspectos relevantes en el contexto de este estudio.

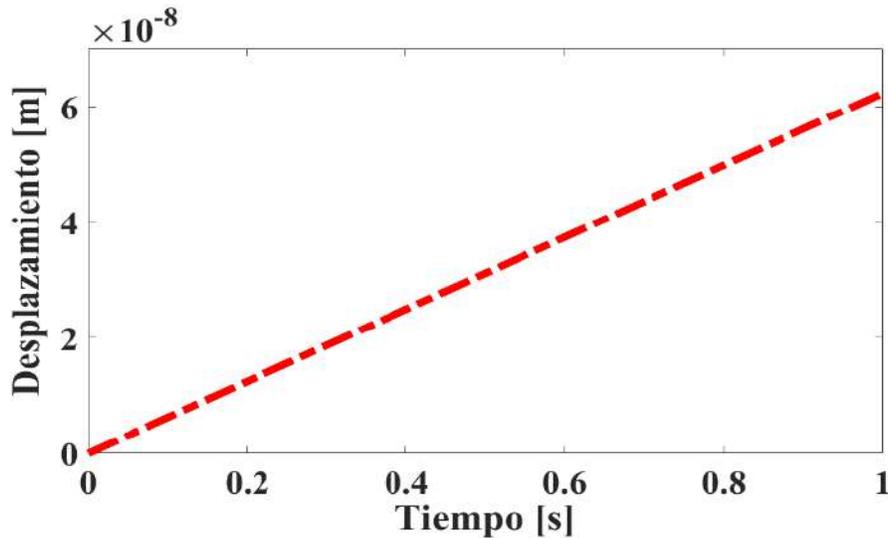


Fig. 2 Velocidad de nanopartículas plasmónicas en plasma sanguíneo.

La NP está sujeta a diferentes fuerzas internas que actúan sobre ella. El desplazamiento medio representa el promedio del desplazamiento de la NP durante su comportamiento dinámico. En la figura 3, se ha normalizado el eje del tiempo para una visualización más clara. Esta figura

esquematiza la velocidad y la longitud máxima de sedimentación experimentada por la NP suspendida en plasma sanguíneo.

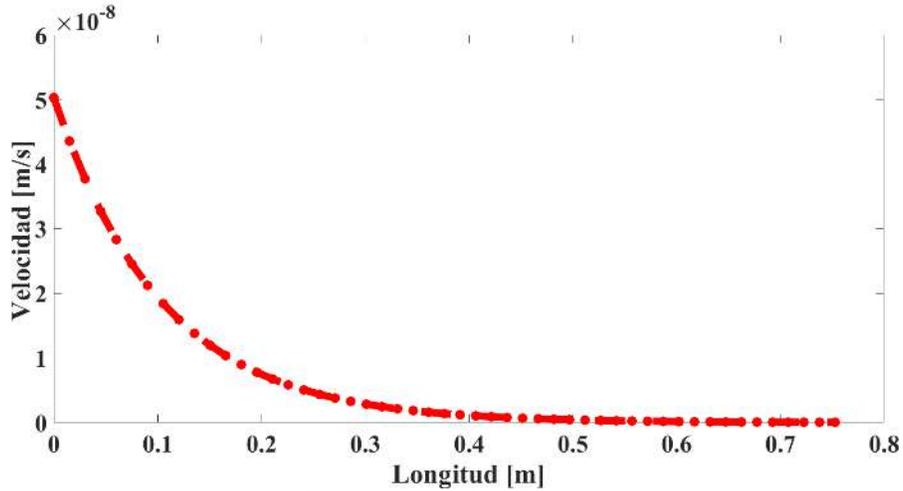


Fig. 3. Velocidad de sedimentación asociada a la longitud del contenedor donde se alojan las nanopartículas suspendidas en plasma sanguíneo

La figura 4 representa la fuerza que actúa durante todo el experimento, teniendo en cuenta las diferentes interacciones que ocurren dentro de la muestra. Esta fuerza se evaluó utilizando la ecuación número 7. El valor de γ se obtuvo de manera teórica. A concentraciones moderadas, las posiciones y velocidades de las nanopartículas (NPs) aumentan debido a algunas interacciones entre ellas. El cálculo del tiempo de sedimentación se determinó considerando la respuesta de la gráfica en la figura 2, donde se observa que la NP alcanza un desplazamiento de 5.5×10^{-8} m en un segundo. Según la figura 3, la NP se sedimenta completamente en 3.5×10^{-3} m en una cubeta hipotética. Por lo tanto, de acuerdo con los cálculos, las NPs alcanzan una distancia máxima de sedimentación de 4.5 m. Asignando una variable de tiempo "t" a la velocidad mostrada en la gráfica, el tiempo de sedimentación para una NP con una densidad de 1.005715 g/cm^3 , una masa de 0.057162 mg y un radio de 45 nm es de $6.5 \times 10^4 \text{ s}$, lo que equivale a aproximadamente 18.0556 horas en el plasma sanguíneo.

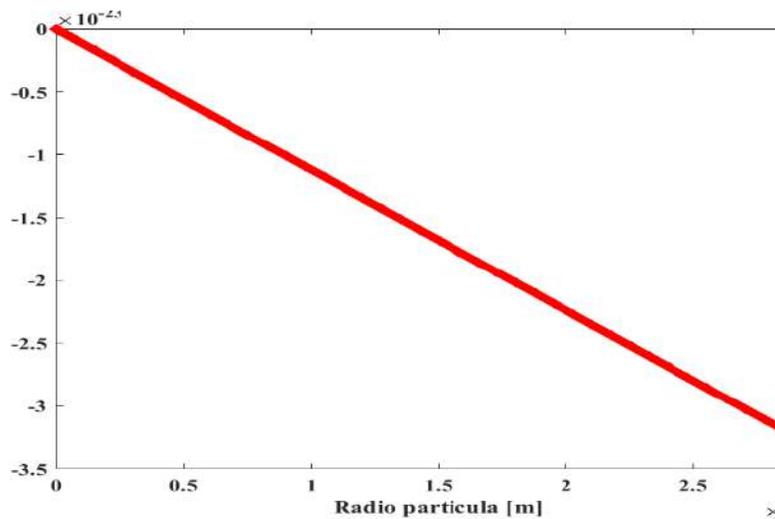


Fig.4 Fuerza de sedimentación en función del radio de la nanopartícula

Los resultados fueron semejantes a estudios previos que usaron nanopartículas plasmónicas en sangre y otros fluidos en condiciones experimentales similares [19,20].

CONCLUSIONES

Se han reportado los resultados numéricos para la velocidad, aceleración, la fuerza de sedimentación, así como el desplazamiento en metros cuadrados, en un lapso de 1 segundo que recorre una nanopartícula plasmónica. Se sugiere que las características mecano-ópticas y las fuerzas entre la nanopartícula influyen directamente en el proceso de sedimentación, fuerzas tales como la de fricción, Boyante y la gravitacional. Se ha demostrado que el modelado del proceso de sedimentación de las nanopartículas plasmónicas suspendidas en plasma, están siendo afectadas por la fuerza gravitacional, dependen directamente de las características de las mismas, las cuales son la densidad, la masa, condiciones del fluido y el tamaño de las nanopartículas.

BIBLIOGRAFÍA

1. C. Lee, E. Z. Xu, Y. Liu, A. Teitelboim, K. Yao, y A. Fernandez-Bravo, "Giant nonlinear optical responses from photon-avalanching nanoparticles", *Nature*, vol. 589, núm. 7841, pp. 230–235, 2021.
2. X. Jing, Y. Zhang, M. Li, X. Zuo, C. Fan, y J. Zheng, "Surface engineering of colloidal nanoparticles", *Mater. Horiz.*, vol. 10, núm. 4, pp. 1185–1209, 2023.
3. A. G. Kumela, A. B. Gemta, T. A. Desta, y A. Kebede, "Noble classical and quantum approach to model the optical properties of metallic nanoparticles to enhance the sensitivity of optoplasmonic sensors", *RSC Adv.*, vol. 12, núm. 25, pp. 16203–16214, 2022.
4. K. Kaur, B. Ahmed, J. Singh, M. Rawat, G. Kaur, y M. AlKahtani, "Bryonia laciniosa Linn mediated green synthesized Au NPs for catalytic and antimicrobial applications", *J. King Saud Univ. Sci.*, vol. 34, núm. 4, p. 102022, 2022.
5. A. J. Wilson y P. K. Jain, "Light-induced voltages in catalysis by plasmonic nanostructures", *Acc. Chem. Res.*, vol. 53, núm. 9, pp. 1773–1781, 2020.
6. S. Qiao, N. Zhang, H. Wu, y M. Hanas, "Based on MFe₂O₄ NPs catalyzed multicomponent reactions: Green and efficient strategy in synthesis of heterocycles", *Synth. Commun.*, pp. 1–19, 2021.
7. K. Khurana y N. Jaggi, "Localized surface plasmonic properties of Au and Ag nanoparticles for sensors: A review", *Plasmonics*, vol. 16, núm. 4, pp. 981–999, 2021.
8. Y.-Y. Lu, C. Wang, J.-Y. Jiang, J. Liu, y J.-X. Zhong, "Periodic electron oscillation in coupled two-dimensional lattices", *Chin. Physics B*, 2023.
9. L. Soddu, D. N. Trinh, E. Dunne, D. Kenny, G. Bernardini, y I. Kokalari, "Identification of physicochemical properties that modulate nanoparticle aggregation in blood", *Beilstein J. Nanotechnol.*, vol. 11, núm. 1, pp. 550–567, 2020.
10. P. M. Hinderliter, K. R. Minard, G. Orr, W. B. Chrisler, B. D. Thrall, J. G. Pounds and J. G. Teeguarden. ISSD: A computational model of particle sedimentation, diffusion and target cell dosimetry for in vitro toxicity studies. *Particle and fiber toxicology*, 7, 36, 2010.
11. C. P. Johnson, X. Li and B. E. Logan. Settling velocities of fractal aggregates. *Environmental science & technology*, 30, 1911, 1996.
12. E. Allen, P. Smith and J. Henshaw. A review of particle agglomeration. 2001.
13. R. D. Handy, F. v. d. Kammer, J. R. Lead, M. Hassellöv, R. Owen and M. Crane. The ecotoxicology and chemistry of manufactured nanoparticles. *Ecotoxicology*, 17, 287, 2008.
14. K. Holmberg, B. Jönsson, B. Kronberg and B. Lindman. Colloidal forces in Surfactants and polymers in aqueous solution, West Sussex, John Wiley & Sons. 175, 2002.

15. Morales-Bonilla, C. Torres-Torres, M. Trejo-Valdez, D. Torres-Torres, G. Urriolagoitia-Calderón. Mechano- optical transmittance and third order nonlinear optical properties exhibited by Au nanoparticles. *Optik* 126, 4093, 2015.
16. M. Takeo, *Disperse Systems*, Wiley-VCH, Weinheim, 1999.
17. J. Dhont, *An Introduction to Dynamics of Colloids*, Elsevier, Amsterdam, 1996.
18. R. Borsali, R. Pecora, *Structure and Dynamics of Polymer and Colloid Systems*, Academic Publishers, France, 1999
19. H. Martines-Arano, et al., "Chaotic signatures exhibited by plasmonic effects in Au nanoparticles with cells," *Sensors*. 19 21 4728 2019.
20. H. Martines-Arano, et al., "Dynamic and plasmonic response exhibited by Au nanoparticles suspended in blood plasma and cerebrospinal fluids," *J. Mol. Liq.* 281 1–8 2019.

SÍNTESIS Y CARACTERIZACIÓN DE NANOESTRUCTURA A BASE DE NANOPARTÍCULAS DE CARBONO PARA ADSORCIÓN DE DIÓXIDO DE CARBONO

Stephanie C. Madrid Rodarte, Gerardo A. Montano González, Oxana V. Kharissova, Romeo de J. Selvas Aguilar, Mario A. Rico Méndez.

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Universidad Autónoma de Nuevo León, San Nicolás de los Garza, N.L. 66455, México.
madrid.stephanie.citlali@gmail.com

RESUMEN

La mayoría de los métodos para eliminar y detectar el dióxido de carbono de una corriente de gas requieren concentraciones más altas, como las que se encuentran en las emisiones de gases de combustión de las centrales eléctricas de combustibles fósiles. Por esta razón es muy importante buscar nuevas formas de eliminar y detectar el dióxido de carbono de la corriente de aire, en la lucha contra el cambio climático. En el presente trabajo se estudiaron la adsorción de óxidos de carbono por las nanoestructuras a base de nanopartículas de carbono modificados por APTES y óxido de titanio. En esta investigación se utilizaron nanoestructuras, tales como: grafeno, óxido de grafeno y nanotubos de carbono multipared. Las nanoestructuras obtenidas fueron caracterizadas por IR, STEM y EDX. Las nanoestructuras a base de APTES-G/TiO₂ puede detectar la presencia del gas en atmósfera en niveles bajos de concentración.

INTRODUCCIÓN

El aumento de los niveles de dióxido de carbono (CO₂) y otros gases de efecto invernadero (GEI) son responsables del calentamiento global provocando el cambio climático, donde las emisiones de CO₂ son las principales responsables, ya que representan aproximadamente el 65% de emisiones mundiales de GEI [1,2]. Los sensores de dióxido de carbono (CO₂) poseen una gran importancia en diversas aplicaciones, como monitoreo de calidad de aire, monitoreo de gases de efecto invernadero, detección de incendios, envases de alimentos inteligentes, diagnóstico médico, electrónica de consumo, entre otros [3].

Las partículas de TiO₂ debido a su naturaleza versátil que incluye hidrofilia, fotocatalisis sin toxicidad y bajo costo se han utilizado ampliamente como aditivo para preparar membranas de compuestos poliméricos. Se han realizado varios estudios sobre la introducción de partículas de TiO₂ en la matriz de la membrana, lo que lleva a una mejora de la actividad fotocatalítica, la permeabilidad y la hidrofilia [4], a las propiedades de autolimpieza y antiincrustantes [5], así como la descomposición de contaminantes orgánicos.

La inmovilización de TiO₂ en GO ha recibido recientemente una atención considerable. Entre los diferentes polimorfismos en los que existe el TiO₂ se encuentra el rutilo con un valor de banda prohibida 3,0 eV, la anatasa tiene una mayor movilidad de portadores de carga y una mayor actividad fotocatalítica, con una banda prohibida de 3,2 eV, sin embargo para su activación fotocatalítica requiere absorber radiación luminosa en la región UV del espectro solar, que representa el 5% de la radiación solar [6,7].

No obstante, al dopar nanocompuestos de Carbono de TiO₂ proporciona una mejora en la actividad fotocatalítica, con un rendimiento superior de adsorción y fotocatalisis bajo radiación UV e irradiación de luz visible, como es el caso de Grafeno/TiO₂ [8], Óxido de grafeno (GO)/TiO₂ [9] y nanotubos de carbono multi pared (MWCNT)/ TiO₂ [10].

La hetero unión que se forma en la interfase del material de grafeno u óxido de grafeno con TiO₂, separa los pares electrón-hueco fotoexcitados y suprime el proceso de recombinación, potencialmente mejorará la adsorción, transparencia, conductividad y controlabilidad, facilitando la fotodegradación de contaminantes orgánicos en medios gaseosos y acuosos [11].

Siendo el óxido de grafeno un semiconductor que posee propiedades como la alta dispersabilidad en varios solventes polares y la capacidad de unir diversas estructuras moleculares en su superficie, debido a la gran cantidad de grupos funcionales reactivos [12].

Los MWCNT cuentan con propiedades como conductividad eléctrica, alta resistencia a la tracción, áreas superficiales altas y capacidades de adsorción. Los CNT/ TiO₂ han sido estudiados por la mejora de la actividad fotocatalítica [13].

Para tener mejor resultado de funcionalización en este trabajo se pretende utilizar como agente funcionalizante el trietoxisilano (3-aminopropilo), mejor conocido como APTES. La funcionalización superficial de materiales basados de óxido de titanio con alquilsilanos es atractiva en varias aplicaciones de vanguardia, como nanoportadores para la liberación controlada de moléculas bioactivas, fotovoltaica y sensores. El 3-aminopropiltriethoxisilano (abreviación en inglés APTES (C₉H₂₃NO₃Si) es una molécula de organosilano que se usa con frecuencia en procesos de funcionalización basados en silano que unen biomoléculas a superficies. Los organosilanos son moléculas a base de silicio que tienen una fórmula general de R'(CH₂)_nSi(OR)₃, donde R' es un grupo organofuncional y R es un grupo alcoxi hidrolizable[14].

En este estudio se pretende analizar el 3-aminopropyl triethoxysilane modificado por dióxido de titanio/óxido de grafeno (APTES-TiO₂/GO), APTES-TiO₂/G y AP-TES-TiO₂/MWCNT-OH, APTES-TiO₂/MWCNT-COOH para detección de la molécula contaminante CO₂. Haciendo énfasis en que se requieren métodos de producción que no sean contaminantes con el ambiente, por lo que en este trabajo se sintetizó Grafeno mediante "nonNon-standard ROS-generating combination acid" 2a base de ácido ascórbico (AA, C₆H₈O₆) y sal sódica de cobalto 4,5-carboxyphthalocyanine [15].

PARTE EXPERIMENTAL

Se realizó la síntesis de Grafeno mediante un método "non-standard route: green" [15], se añadieron 0.05g de grafito (G, powder, < 150 μm, 99.99% trace metals basis) a 0.05g de ácido ascórbico (AA, C₆H₈O₆) junto con 0.005g de (sodium salt of cobalt 4,5-carboxyphthalocyanine) en 20 ml de agua y se aplicó ultra sonido por 2 h, finalmente se llevó a agitación magnética por 7 min a temperatura de 50°C.

Oxido de grafeno GO se sintetizó usando el método Hummers modificado. En primer lugar, se añadieron 1,5 g de carbón negro a 40 ml de H₂SO₄ en un ambiente de baño de hielo. Posteriormente, 28 ml de HNO₃ se dejó en agitación magnética por 48h, luego se agregaron lentamente 2.5 g de KMnO₄ en un ambiente de baño de hielo, bajo agitación magnética. Después de 1h de reacción, la mezcla se agitó a temperatura de 50 °C durante 40 min. Fue añadido lentamente 50 ml de agua oxigenada (H₂O₂ 30 %) en la solución durante 20 min, posteriormente fue dopado 100 ml de HCl (10%), después se hizo el lavado varias veces con agua destilada y finalmente se calentó la muestra a 105°C para evaporar agua por 10 min [17].

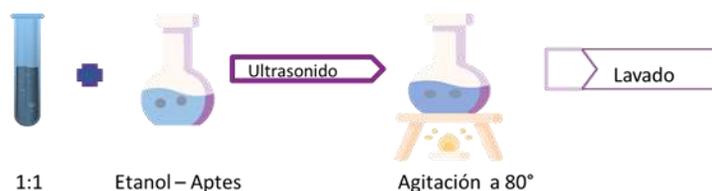


Figura 1. Diagrama esquemático de dopamiento TiO₂ en nanocompuestos de carbono.

Esquema de la funcionalización de las nanoestructuras de carbono con nanopartículas de TiO₂ se muestra en la Figura 1. Se utilizó un método fisicoquímico. En preparación de los nanocompuestos de TiO₂/G, TiO₂/GO y TiO₂/MWCNT-OH, TiO₂/MWCNT-COOH fue añadido a una solución de relación 1:1 entre las nanoestructuras de carbono y TiO₂, junto al agente de acoplamiento APTES (3-

aminopropyl triethoxysilane) y etanol. Después a la solución fue aplicado el ultrasonido por 30 minutos [18].

Las muestras obtenidas fueron analizadas por espectroscopia de FTIR, Microscopia Electrónica de Transmisión de Barrido y de Transmisión (STEM). Los espectros de espectroscopia de infrarrojos por transformada de Fourier (FTIR) de las muestras se registraron en un ThermoFisher Scientific NICOLET iS10, también se realizó el análisis elemental EDX (Energy-Dispersive X-ray Spectroscopy).

RESULTADOS

Las muestras obtenidas fueran analizadas por Microscopias Electrónicas de Transmisión y Microscopia Electrónica de Barrido para estudiar su estructura y morfología. En la Figura 2 está demostrando la estructura de grafeno recubierto con nanopartículas de APTES-TiO₂. Como permite ver la imagen, cual fue echo a 1x10⁶ aumentos, el tamaño de las nanopartículas está dentro del rango de 22.8nm y 43.45 nm. El análisis elemental de las muestras se realizó mediante la adquisición de espectros EDX, mostrados en la Figura 2b). Como podemos ver el porcentaje de Ti es 12.70% atómico, Si es 3.40% atómico, O 27.40% atómico y carbono en la muestra está 55.5% atómico. Podemos ver que las nanopartículas estas distribuidas sobre la superficie de grafeno homogéneo.

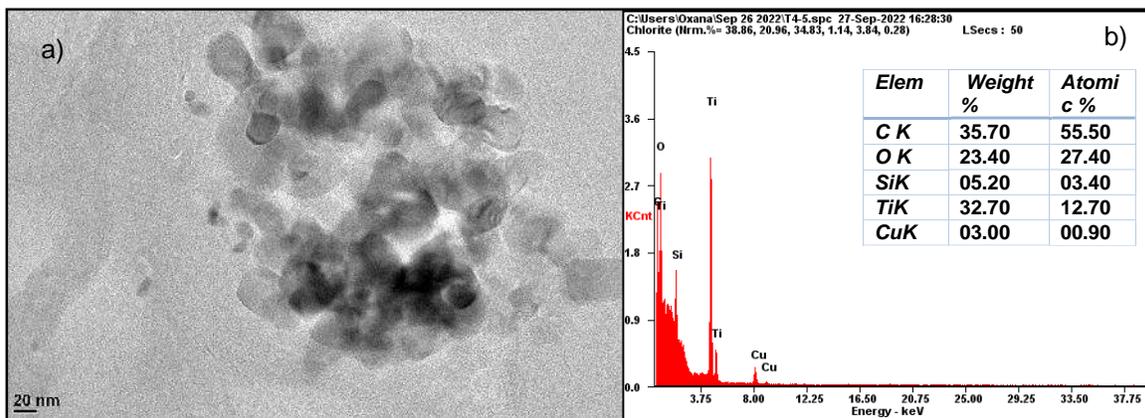


Figura 2. Imágenes de microscopia Electrónica de Transmisión y análisis EDX de la muestra APTES-TiO₂/GO.

Semejante los resultados fueron obtenidos y para las muestras de APTES-TiO₂/MWCNT-OH y APTES-TiO₂/ MWCNT-COOH, para el primer caso de APTES-TiO₂/MWCNT-OH con presencia de carbono con un 90.00% atómico, un 7.70% atómico de oxígeno y 2.00% atómico de Si. Finalmente correspondiente a MWCNT-COOH/TiO₂ tenemos los picos de carbono y oxígeno, con 98.70 % atómico de carbono, 1.00% atómico en oxígeno y 0.10% atómico en silicio.

Sugiriendo que existe un mejor acoplamiento de las nanopartículas de TiO₂ sobre superficie del grafeno. Los picos de silicio pertenecen al compuesto de APTES, mientras que el elemento Cu pertenece a la rejilla sobre la cual se tomó el análisis.

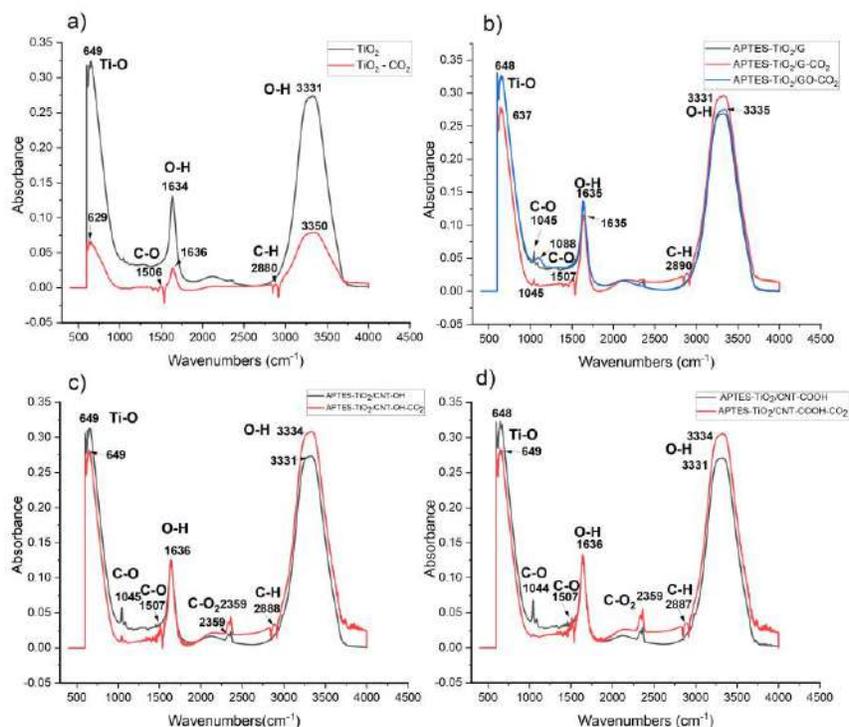


Figura 3. Graficas de absorbancia de espectroscopia de infrarrojo (FTIR): a) nanopartículas de TiO_2 y absorbancia de la muestra de nanopartículas de TiO_2 después pasar gas de CO_2 ($\text{TiO}_2 - \text{CO}_2$); b) nanopartículas de APTES- TiO_2 sobre superficie de grafeno antes de aplicar CO_2 (APTES- TiO_2/G), después de aplicar de CO_2 (APTES- TiO_2/G con CO_2) y sobre superficie de óxido de grafeno después de aplicar CO_2 (APTES- TiO_2/GO con CO_2); c) nanopartículas de APTES- TiO_2 sobre superficie de nanotubos de carbono de multicapa con grupos funcionales -OH antes de aplicar CO_2 (APTES- $\text{TiO}_2/\text{CNT-OH}$) y después de aplicar de CO_2 (APTES- $\text{TiO}_2/\text{MWCNT-OH}$ con CO_2); d) nanopartículas de APTES - TiO_2 sobre superficie de nanotubos de carbono de multicapa con grupos funcionales -COOH antes de aplicar CO_2 (APTES- $\text{TiO}_2/\text{MWCNT-COOH}$) y después de aplicar de CO_2 (APTES- $\text{TiO}_2/\text{CNT-COOH}$ con CO_2).

Los nanocompuestos APTES - TiO_2 con nanoestructuras de carbono fueron analizados mediante FTIR antes de aplicar CO_2 y después de aplicar de CO_2 , todas las muestras se encontraban en solución acuosa, se observaron espectros como se muestra en la Figura 3. Para el TiO_2 , el primer pico de absorción de la vibración de estiramiento de Ti-O aparece cerca de 649 cm^{-1} , seguido del pico de 1634 cm^{-1} correspondiente a la vibración de flexión de grupos hidroxilo (-OH) y la vibración de estiramiento de grupos hidroxilo (-OH) aparece cerca de 3331 cm^{-1} [19]. Cuando se agrega CO_2 , se mantienen los mismos picos con una amplitud más pequeña, añadiendo el pico de 1506 cm^{-1} de C-O y el pico de 2880 cm^{-1} de la vibración de estiramiento de C-H.

En la Figura 3.b correspondiente a G/TiO_2 y cuando se agrega CO_2 , se observan picos similares, comenzando con Ti-O entre 637-652 cm^{-1} , a 1045 cm^{-1} la vibración de estiramiento C-O, a 1635-1636 cm^{-1} la vibración de flexión OH y 3331 cm^{-1} de la vibración de estiramiento OH. Con la diferencia de dos picos cuando se agrega CO_2 , uno a 1507 cm^{-1} de la vibración de estiramiento C-O y otro a 2890 cm^{-1} de la vibración de estiramiento C-H. En el siguiente espectro, correspondiente a GO/TiO_2 con CO_2 , aparecen los picos de Ti-O, vibración de flexión OH y 3331 cm^{-1} de la vibración de estiramiento O-H, además del pico a 1888 cm^{-1} de tipo C=O [20]. En $\text{CNT-OH}/\text{TiO}_2$ de la Fig. 3.d, además de los picos similares anteriores, se encuentra el pico a 2359 cm^{-1} correspondiente a C-O₂,

mientras que en CNT-COOH/TiO₂ con CO₂ de la Fig. 3.e aparece el pico a 1457 cm⁻¹ correspondiente a C-H.

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos indican que la muestra de APTES-TiO₂/G se observa que contiene todos los elementos del compuesto, desde el carbono, oxígeno, titanio y silicio perteneciente a la sustancia APTES, por lo que revela que se obtuvo un mejor acoplamiento respecto a las otras muestras, ya que no aparece el titanio en ellas que es en el caso de los nanotubos multipared de carbono -OH y -COOH, esto puede deberse que se de toma la medición sobre una superficie que justamente no contaba con Titanio.

Además, se pudo identificar una diferencia importante en los espectros de todas las muestras después de añadir CO₂, la aparición de un pico de vibración tipo stretching de C-O, C-O₂ y otro pico de vibración C-H. Esto sugiere que la presencia de CO₂ en las muestras puede estar relacionada con una reacción química que produce estos cambios espectrales, así mismo que las muestras tienen el potencial de ser utilizadas como detectores y adsorbentes de CO₂.

BIBLIOGRAFÍA

1. Bains, P., Psarras, P. & Wilcox, J. (2017). CO₂ capture from the industry sector. *Progress in Energy and Combustion Science*, 63, 146-172.
2. Nejat, P., Jomehzadeh, F., Taheri, M. M., Gohari, M. & Abd. Majid, M. Z. (2015). A global review of energy consumption, CO₂ emissions and policy in the residential sector (with an overview of the top ten CO₂ emitting countries). *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 43, 843-862.
3. Kanaparathi, S. & Singh, S. G. (2019). Chemiresistive Sensor Based on Zinc Oxide Nanoflakes for CO₂ Detection. *ACS Applied Nano Materials*, 2(2), 700-706.
4. Kusworo, T. D., Ariyanti, N., & Utomo, D. P. (2020). Effect of nano-TiO₂ loading in polysulfone membranes on the removal of pollutant following natural-rubber wastewater treatment. *Journal of Water Process Engineering*, 35, 101190.
5. Pattanayak, D. S., Mishra, J., Nanda, J., Sahoo, P. K., Kumar, R., & Sahoo, N. K. (2021). Photocatalytic degradation of cyanide using polyurethane foam immobilized Fe-TCPP-S-TiO₂-rGO nano-composite. *Journal of Environmental Management*, 297, 113312.
7. Luttrell, T., Halpegamage, S., Tao, J., Kramer, A., Sutter, E. & Batzill, M. (2014). Why is anatase a better photocatalyst than rutile? - Model studies on epitaxial TiO₂ films. *Scientific Reports*, 4(1).
8. Hashimoto, K.; Irie, H.; Fujishima, A. Photocatalysis: A Historical Overview and Future Prospects. *Jpn. J. Appl. Phys.* 2005, 44, 8269–8285.
9. Bhanvase, B. A., Shende, T. P. & Sonawane, S. H. (2016). A review on graphene–TiO₂ and doped graphene–TiO₂ nanocomposite photocatalyst for water and wastewater treatment. *Environmental Technology Reviews*, 6(1), 1-14.
10. Nguyen-Phan, T. D., Pham, V. H., Shin, E. W., Pham, H. D., Kim, S., Chung, J. S., Kim, E. J. & Hur, S. H. (2011). The role of graphene oxide content on the adsorption-enhanced photocatalysis of titanium dioxide/graphene oxide composites. *Chemical Engineering Journal*, 170(1), 226-232.
11. Wang, W., Serp, P., Kalck, P. & Faria, J. L. (2005). Visible light photodegradation of phenol on MWNT-TiO₂ composite catalysts prepared by a modified sol–gel method. *Journal of Molecular Catalysis A: Chemical*, 235(1-2), 194-199.
12. Zhang, H., Lv, X., Li, Y., Wang, Y. & Li, J. (2009). P25-Graphene Composite as a High Performance Photocatalyst. *ACS Nano*, 4(1), 380-386.
13. Smith, A. T., LaChance, A. M., Zeng, S., Liu, B. & Sun, L. (2019). Synthesis, properties, and applications of graphene oxide/reduced graphene oxide and their nanocomposites. *Nano Materials Science*, 1(1), 31-47.

14. Venkatesh, K., Arthanareeswaran, G., Chandra Bose, A., Suresh Kumar, P. & Kweon, J. (2021). Diethylenetriaminepentaacetic acid-functionalized multi-walled carbon nanotubes/titanium oxide-PVDF nanofiber membrane for effective separation of oil/water emulsion. *Separation and Purification Technology*, 257, 117926.
15. Tosi, D.; Sypabekova, M.; Bekmurzayeva, A.; Molardi, C.; Dukenbayev, K. *Optical Fiber Biosensors: Device Platforms, Biorecognition, Applications*, 1st ed.; Elsevier Inc.: Amsterdam, The Netherlands, 2022
16. Wang Z, Zhang W, Liu X, Li M, Lang X, Singh R, Marques C, Zhang B, Kumar S. Novel Optical Fiber-Based Structures for Plasmonics Sensors. *Biosensors*. 2022; 12(11):1016.
17. Kharissova, O. V., Rodríguez, J. & Kharisov, B. I. (2018). Non-standard ROS-generating combination “theraphthal–ascorbic acid” in low-temperature transformations of carbon allotropes. *Chemical Papers*, 73(1), 239-248.
18. Hummers, W. S. & Offeman, R. E. (1958). Preparation of Graphitic Oxide. *Journal of the American Chemical Society*, 80(6), 1339-1339.
19. Otitoju, T. A., Ouyang, Y., Jiang, D., Shoparwe, N. F., Jansen, J. C., Wang, S., Zhang, A., Sun, T. & Li, S. (2022). Efficient removal of chemical oxygen demand from lye wastewater by APTES-TiO₂/GO mixed matrix membrane: Optimization using Box-Behnken Design. *Journal of Cleaner Production*, 336, 130379.
20. Praveen, P., Viruthagiri, G., Mugundan, S., & Shanmugam, N. (2014). Structural, optical and morphological analyses of pristine titanium di-oxide nanoparticles – Synthesized via sol–gel route. *Spectrochimica Acta Part A: Molecular and Biomolecular Spectroscopy*, 117, 622-629.
21. Peng, X., Li, Y., Zhang, G., Zhang, F., & Fan, X. (2013). Functionalization of Graphene with Nitrile Groups by Cycloaddition of Tetracyanoethylene Oxide. *Journal of Nanomaterials*, 2013, 1-5.

ESTUDIO DE LAS PROPIEDADES DE ADSORCIÓN DE LOS NANOTUBOS DE CARBONO FUNCIONALIZADOS

Gerardo Alejandro Montano González, Oxana Vasilievna Kharissova, Mario Ángel Rico Méndez
Romeo Selvas Aguilar, Stephanie Citlali Madrid Rodarte

Universidad Autonoma de Nuevo León
gerardo.montanog@uanl.edu.mx

RESUMEN

Los tintes de antraquinona son el segundo grupo más grande de tintes sintéticos que se usan ampliamente para teñir textiles. Como colorante de antraquinona, Alizarin Red S (ARS) se ha utilizado ampliamente en la industria textil, pero es extremadamente resistente a la degradación típica debido a su estructura, lo que puede causar una grave amenaza para el ecosistema acuático y la salud humana. Los cálculos teóricos de nanotubos de carbono de pared simple (SWCNT) y nanotubos de carbono de pared múltiple (MWCNT) demuestran que los SWCNT y los MWCNT pueden servir como adsorbentes, con su alto sitio activo, gran área de superficie específica y exhiben un gran rendimiento. En el presente trabajo se anticipó el efecto del tiempo de contacto, la dosis de adsorbente, el pH y la temperatura sobre la adsorción. El estudio evaluó la viabilidad de eliminar ARS de soluciones acuosas utilizando MWCNT así como características de adsorción propias de los MWCNT [1,2,3,4].

INTRODUCCIÓN

El agua es la sustancia vital para la formación y preservación de la vida en el planeta. A lo largo de los años, con el crecimiento de la demanda de productos textiles y cosméticos, se ha generado un grave problema de contaminación ambiental del agua con un control deficiente y uso excesivo de colorantes o tintes en la elaboración de prendas y cosméticos, razón por la cual la resultante el agua tiene un porcentaje significativamente alto de colorante en el que el 50% se ha perdido en la corriente de efluentes [1,2,3,4]. Hay 1,00,000 colorantes disponibles comercialmente utilizados en todo el mundo con un récord de 10,000 toneladas por año de consumo [5,6,7]. Entre sus impactos negativos se encuentran la inhibición del crecimiento, la reducción de la capacidad de ingestión, la acumulación en células vivas, el aumento de las actividades enzimáticas, la reducción del potencial reproductivo, la disfunción renal, los problemas respiratorios, los efectos cancerígenos en humanos, entre muchos otros [8,9].

Los tintes de antraquinona como Alizarin Red S son contaminantes persistentes y de larga duración. ARS es un colorante soluble en agua y muy utilizado para teñir, estampar, etc. Sintetizado por un colorante natural alizarina por proceso de sulfonación obtenido originalmente de rubia (*Rubia tinctorum*). El nombre químico de la alizarina es (sal sódica del ácido 1,2-dihidroxi-9,10-antraquinonasulfónico) [10]. La eliminación de estos de los efluentes industriales es un proceso crítico de suma importancia. Desafortunadamente, los métodos desarrollados para su eliminación y detección parecen ser ineficientes y costosos. Los procesos clásicos de degradación de colorantes se basan en la oxidación química, física y biológica [11,12]. La adsorción es un método simple de eliminación de colorantes en el que el adsorbato (colorante en el presente caso) se acumula en la superficie del adsorbente, digamos nanotubos de carbono, por lo que las moléculas de adsorbato interactúan con el adsorbente y cumplen los procesos de quimisorción y fisorción [13]. Se puede aplicar a casi cualquier tipo de tinte o mezcla de tintes, no requiere ningún equipo especial o pretratamiento y se puede repetir varias veces hasta que el adsorbente alcance su máxima capacidad de adsorción. Los procesos de adsorción también son económicos, ya que pueden llevarse a cabo en condiciones suaves, lo que reduce los costos reales a los del adsorbente doblado.[14]

Los nanotubos de carbono de pared múltiple (MWCNT) han demostrado ser altamente efectivos en la adsorción de contaminantes, presentando capacidades de adsorción sobresalientes. Estas estructuras nanométricas poseen propiedades únicas que les permiten actuar como excelentes adsorbentes en la eliminación de una amplia gama de contaminantes en diferentes medios acuosos. Una de las características clave de los MWCNT es su gran área de superficie específica. Debido a su estructura tubular con múltiples capas de grafeno, los MWCNT presentan una superficie extensa que proporciona numerosos sitios de adsorción. Esta alta densidad de sitios activos permite la interacción y captura eficiente de los contaminantes presentes en el agua. Además, los MWCNT exhiben una alta capacidad de carga debido a su estructura porosa. Esta porosidad proporciona una mayor capacidad de adsorción, lo que significa que los nanotubos de carbono pueden retener una mayor cantidad de contaminantes en comparación con otros adsorbentes convencionales [15]. Esto es especialmente beneficioso en aplicaciones de tratamiento de aguas residuales donde se requiere una eliminación eficiente de contaminantes presentes en concentraciones bajas o moderadas. Otra ventaja de los MWCNT es su estabilidad y resistencia química. Estos nanomateriales son altamente duraderos y pueden soportar condiciones extremas, lo que los convierte en adsorbentes confiables y robustos. Su estabilidad química les permite mantener su capacidad de adsorción a lo largo del tiempo, lo cual es esencial para un proceso de eliminación de contaminantes efectivo y de larga duración. Además de su alta capacidad de adsorción, los MWCNT también presentan una alta selectividad hacia ciertos contaminantes [16]. Esto significa que pueden discriminar entre diferentes tipos de contaminantes y preferir la adsorción de ciertas especies químicas en detrimento de otras. Esta selectividad puede ser ajustada y mejorada mediante modificaciones químicas en la superficie de los nanotubos de carbono, lo que abre la posibilidad de adaptar los MWCNT para la eliminación específica de contaminantes objetivo [17]. Los sensores de fibra óptica han atraído la atención para el monitoreo y las aplicaciones químicas y bioquímicas en los últimos años, porque tienen características como detección de alta resolución, capacidad para operar en diferentes entornos, inmunidad al ruido electromagnético, tamaño pequeño y alta resolución. Varios investigadores han tratado de utilizar sensores de fibra óptica para detectar la humedad, la salinidad, el gas amoníaco, la temperatura y mejorar la sensibilidad, mejorar la resolución, reducir los costos y simplificar las técnicas de fabricación. Debido a estas características de los sensores de fibra óptica, es posible utilizarlo como sensor de componentes químicos [18]. En este trabajo se utiliza una novedosa técnica de detección óptica para la detección de contaminantes orgánicos utilizando un interferómetro cónico de fibra óptica ultrasensible. el sensor basado en fibra óptica (fibra monomodo SMF-28e con un diámetro de núcleo de 8,2 μm y un diámetro de revestimiento de 40 μm como base para el detector de fibra óptica cónica) y nanotubos de carbono de funcionalidades multicapa (MWCNT) con los grupos funcionales OH. Se anticipó el efecto del tiempo de contacto, la dosis de adsorbente, el pH y la temperatura sobre la adsorción. El estudio evaluó la viabilidad de adsorción de ARS de soluciones acuosas utilizando MWCNT.

PARTE EXPERIMENTAL

Para la investigación de este trabajo se utilizó un sensor de fibra óptica de tipo cónico con dos secciones adelgazadas con una longitud de 10 mm (alrededor de 0,39 pulgadas). Las dimensiones de las regiones de transición formadas por la disminución, aumento y centro de la fibra son de 1 mm, 1 mm, 1 mm respectivamente, y el diámetro de la fibra en su región central es de 40 μm como se muestra en la figura 1. Se utilizó una fuente de emisión espontánea amplificadas (ASE) como fuente de luz, y los espectros de interferencia se observaron y registraron mediante un analizador de espectro óptico (OSA, Anritsu MS9740A, Japón).

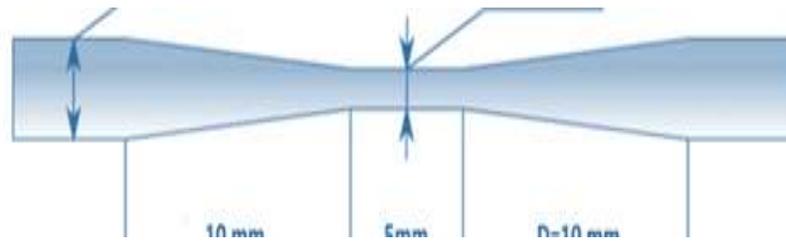


Figura1. Geometría de sensor de fibra óptica

Para investigar previamente la influencia de una concentración de colorante rojo en las propiedades espectrales del detector de fibra óptica cónica, se construyó el siguiente montaje experimental (Figura 2). Se utilizó alizarina (precedencia) como colorante rojo. El contenedor con el detector de fibra óptica cónico se llenó con MWCNT y alizarina con diferentes valores de PH (PH4, PH7, PH10) con una concentración de 100 mg/L. Utilizamos MWCNT-OH. El detector de fibra óptica cónica se expuso de 10 minutos a 2 horas y se registraron los espectros respectivos. El recipiente se lavó y limpió. El espectro del detector de fibra óptica cónica se registró nuevamente para evaluar la cantidad de luz absorbida por cada solución después de 24 horas.

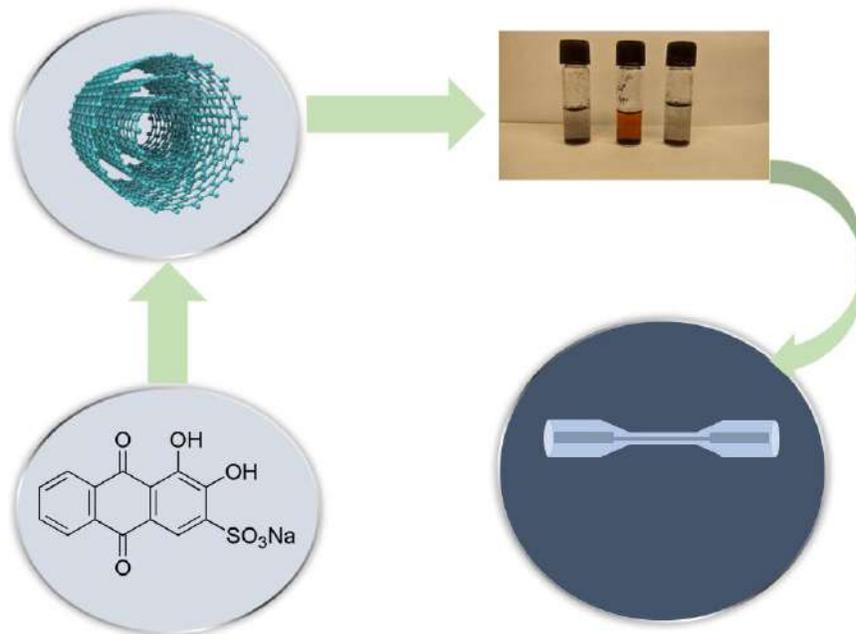


Figura 2. Método experimental para la medición de absorción de ARD por medio de MWCNT-OH en soluciones acuosas a diferente pH

RESULTADOS

Los resultados indican que el sensor pudo detectar cambios en el pH, como lo demuestra la variación en los valores de dBm para cada pH (como se muestra en la tabla). Estos cambios en los valores de

dBm se pueden atribuir a los cambios en el índice de refracción causados por la variación del pH. A pH 4, el ambiente ácido puede haber causado la protonación de la molécula Alizarin Red S, lo que resultó en cambios en los valores de dBm. La protonación implica la adición de un protón (un ion de hidrógeno) a la molécula, que puede cambiar su estructura electrónica y, por lo tanto, afectar su interacción con los nanotubos de carbono de paredes múltiples (MWCNT). Estos cambios pueden haber afectado la cantidad de luz transmitida a través de la fibra, dando como resultado cambios en los valores de dBm. El pH es 7, el ambiente es neutro y la molécula de Alizarin Red S no sufre ni protonación ni deprotonación. Por lo tanto, la molécula permanece en su estado neutral e interactúa con los MWCNT de manera constante, lo que da como resultado valores de dBm relativamente estables a lo largo del tiempo. los nanotubos, Sin embargo, en altas concentraciones o en presencia de otras especies cargadas, esta repulsión se puede superar, lo que lleva a la agregación de MWCNT, lo que puede reducir significativamente el área de superficie disponible para la interacción con el contaminante objetivo y disminuir la sensibilidad del sensor.

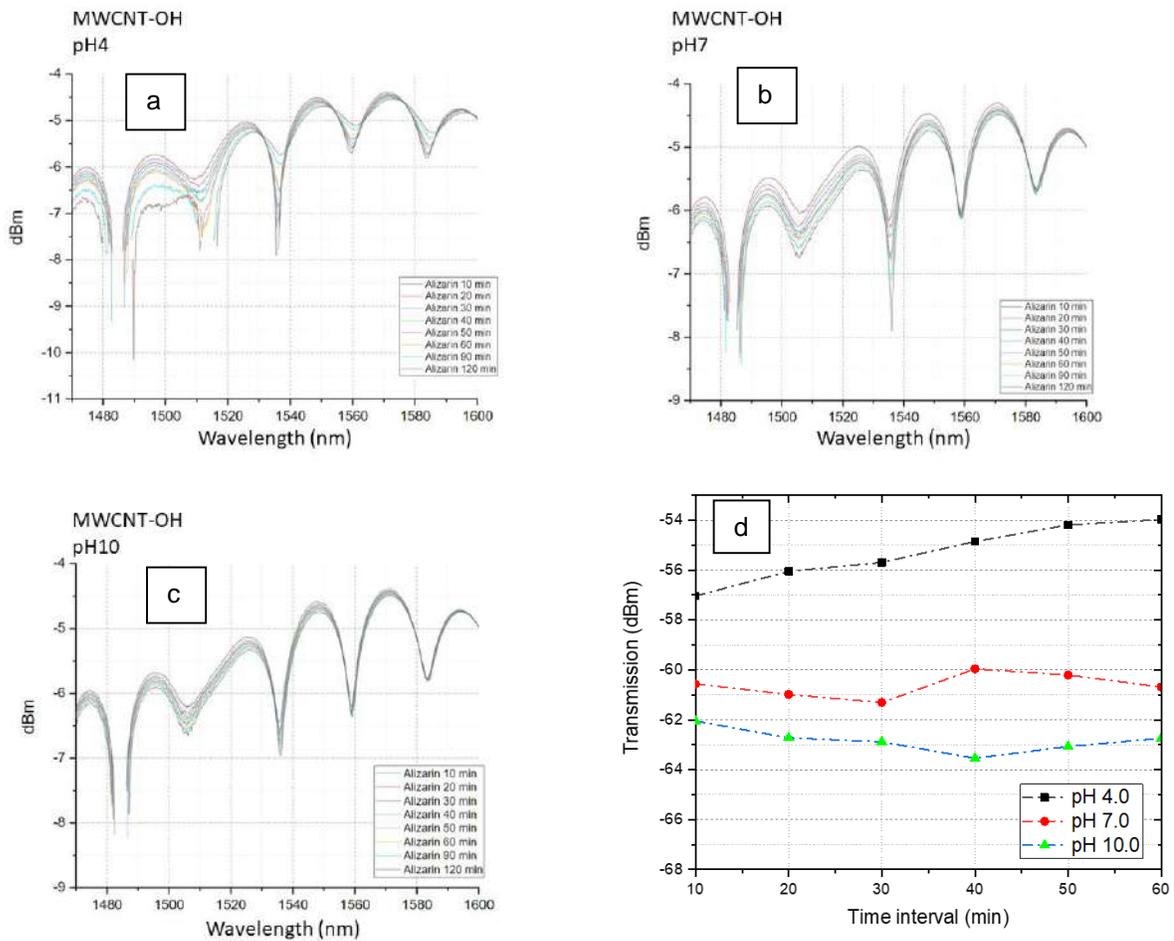


Figura3. a. Nanotubos de Carbono Multipared con grupos OH a pH4 con intervalos de tiempo de 10 a 120 min. b. Nanotubos de Carbono Multipared con grupos OH a pH7 con intervalos de tiempo de 10 a 120 min. c. Nanotubos de Carbono Multipared con grupos OH a pH10 con intervalos de tiempo de 10 a 120 min. d. Potencia de salida de la respuesta central de un sensor cuando se sumerge a diferente pH.

Para determinar su eficacia en la eliminación del tinte ARS (rojo de alizarina S) de soluciones líquidas por medio de MWCNT-OH, se analizaron soluciones con diferentes valores de pH de ARS, seguido del análisis de las muestras. El cálculo del compuesto adsorbido en MWCNT se puede lograr utilizando la siguiente ecuación:

$$q = (\Delta A/\epsilon) * V/m \quad \text{ec(1)}$$

Donde q es la cantidad de compuesto adsorbido en los MWCNT (mg/g), V es el volumen de la solución de muestra (L), m es la masa de los MWCNT utilizados (g) y $\Delta A/\epsilon$ es la concentración de el compuesto adsorbido, esta ecuación proporciona un método sencillo para calcular la cantidad de compuesto adsorbido en los MWCNT, que es un parámetro crucial para comprender el comportamiento de adsorción de diferentes compuestos en varios tipos de MWCNT. Para expresar la cantidad de compuesto adsorbido en porcentaje, se puede utilizar la siguiente ecuación

$$\% \text{ adsorption} = (q/m) * 100 \quad \text{ec(2)}$$

donde q es la cantidad de compuesto adsorbido en el MWCNT (mg/g) y m es la masa del MWCNT utilizada (g).

Esta ecuación proporciona el porcentaje de adsorción del compuesto en el MWCNT, es decir, la proporción del compuesto que se adsorbió en relación con la cantidad de MWCNT utilizada obteniendo un resultado óptimo de 98.7% de eficacia.

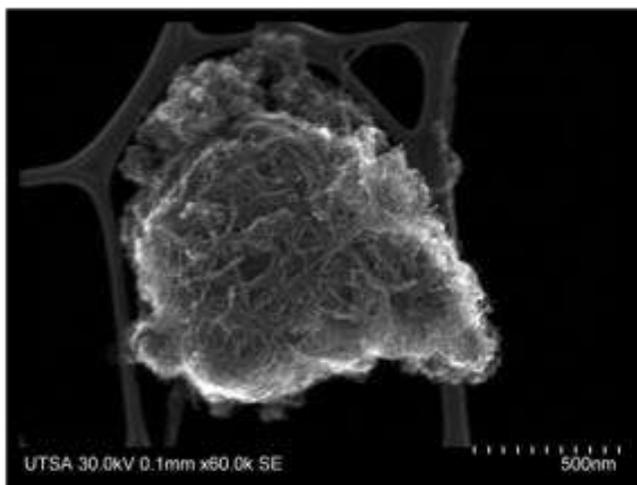


Figura4. Imagen de TEM de la interacción de ARS con MWCNT después del experimento.

Nuestros datos nos indican que a valores de pH más bajos, la carga superficial de MWCNT se vuelve más positiva, lo que resulta en una mayor adsorción de colorantes cargados negativamente como Alizarin Rojo S. Por otro lado, a valores de pH más altos, la carga superficial de MWCNT se vuelve más negativa, lo que conduce a una disminución de la adsorción. Por lo tanto, optimizar las condiciones de pH es fundamental para lograr la máxima capacidad de adsorción de Alizarin Rojo S utilizando MWCNT. Los resultados mostraron que la capacidad de adsorción de Alizarin Rojo S aumentó con el pH para todos los tipos de MWCNT probados. En particular, MWCNT-OH exhibió la capacidad de adsorción más alta en el pH4 ya que las interacciones electrostáticas son más fuertes generando una afinidad mayor hacia el contaminante propiciando su eliminación, aunque obtuvimos resultados favorables para pH7 el cambio fue mínimo.

CONCLUSIONES

Este estudio nos muestra la gran capacidad de adsorción de alizarina que tienen los MWCNT-OH en soluciones con diferente pH (pH4, pH7, pH10). Alcanzando un porcentaje del 98,7%. Siendo una aplicación prometedora para el desarrollo de filtros que nos permitan limpiar el agua de agentes contaminantes utilizados en las industrias textiles, además de trabajar en conjunto con una estructura cónica de fibra óptica como sensor óptico de contaminantes orgánicos. Es importante actuar con rapidez para solucionar los problemas de contaminación en nuestras aguas. Como siguiente paso en nuestra investigación, gracias a las prometedoras propiedades de MWCNT, queremos estudiar la adsorción de otros contaminantes que dañan nuestras aguas, como el petróleo y el arsénico.

BIBLIOGRAFÍA

1. Khadir, A., Mollahosseini, A., Tehrani, R. M. A., & Negarestani, M. (2020). A review on pharmaceutical removal from aquatic media by adsorption: understanding the influential parameters and novel adsorbents. In A. A. Inamuddin (Ed.), *Sustainable Green Chemical Processes and Their Allied Applications* (pp. 207-265). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-42284-4_8
2. Khadir, A., Mollahosseini, A., Negarestani, M., & Mardy, A. (2020). Anaerobic biotechnology for the treatment of pharmaceutical compounds and hospital wastewaters. In Inamuddin, M. I. Ahamed, E. Lichtfouse, & A. M. Asiri (Eds.), *Methods for Bioremediation of Water and Wastewater Pollution* (pp. 61-84). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-48985-4_3
3. Danner, M.-C., Robertson, A., Behrends, V., & Reiss, J. (2019). Antibiotic pollution in surface fresh waters: occurrence and effects. *Science of the Total Environment*, 664, 793-804. <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2019.01.406>
4. Springer Nature Singapore. (n.d.). Novel materials for dye-containing wastewater treatment. SpringerLink. Retrieved December 4, 2022
5. Zollinger, H. (1987). Synthesis, properties of organic dyes and pigments. In *Color Chemistry* (pp. 92-102). VCH Publishers.
6. Robinson, T., McMullan, G., Marchant, R., & Nigam, P. (2001). Remediation of dyes in textile effluent: a critical review on current treatment technologies with a proposed alternative. *Bioresource Technology*, 77(12), 247-255.
7. Ogugbue, C. J., & Sawidis, T. (2011). Bioremediation and detoxification of synthetic wastewater containing triarylmethane dyes by *Aeromonas hydrophila* isolated from industrial effluent. *Biotechnology Research International*, 2011, Article ID 967925. <https://doi.org/10.4061/2011/967925>
8. Chung, K.-T. (2016). Azo dyes and human health: A review. *Environmental Science and Health, Part C*, 34(1), 1-60. <https://doi.org/10.1080/10590501.2016.1236602>
9. Feng, J., Cerniglia, C. E., & Chen, H. (2012). Toxicological significance of azo dye metabolism by human intestinal microbiota. *Frontiers in Bioscience (Elite Edition)*, 4, 568-586. <https://doi.org/10.2741/e400>

10. Zhang, J., Chi, Y., & Feng, L. (2021). The mechanism of degradation of alizarin red by a white-rot fungus *Trametes gibbosa*. *BMC biotechnology*, 21(1), 64. <https://doi.org/10.1186/s12896-021-00720-8>
11. Ledakowicz, S. & Paździor, K. (2021). Recent Achievements in Dyes Removal Focused on Advanced Oxidation Processes Integrated with Biological Methods. *Molecules*, 26(4), 870. <https://doi.org/10.3390/molecules26040870>
12. Ambaye, T.G. & Hagos, K. (2020). Photocatalytic and biological oxidation treatment of real textile wastewater. *Nanotechnol. Environ. Eng.*, 5, 28. <https://doi.org/10.1007/s41204-020-00094-w>
13. Eteba, A., Bassyouni, M. & Saleh, M. (2022). Utilization of chemically modified coal fly ash as cost-effective adsorbent for re-removal of hazardous organic wastes. *Int. J. Environ. Sci. Technol.* <https://doi.org/10.1007/s13762-022-04457-5>
14. Gupta, V.K., Kumar, R., Nayak, A., Saleh, T.A. & Barakat, M.A. (2013). Adsorptive removal of dyes from aqueous solution onto carbon nanotubes: A review. *Advances in Colloid and Interface Science*, 193, 24-34. <https://doi.org/10.1016/j.cis.2013.03.003>
15. Springer Nature Singapore. (n.d.). Novel materials for Dye-containing wastewater treatment. SpringerLink. Retrieved Decem-ber 4, 2022, from <https://link.springer.com/book/10.1007/978-981-16-2892-4>
16. Jia, L., Liu, W., Cao, J., Wu, Z., & Yang, C. (2020). Modified multi-walled carbon nanotubes assisted foam fractionation for effective removal of acid orange 7 from the dyestuff wastewater. *Journal of Environmental Management*, 262, 110260. <https://doi.org/10.1016/j.jenvman.2020.110260>
17. Esmat, N. S., Rahim, M. R., & Habib, R. (2016). Multiwall carbon nanotubes decorated on calcined eggshell waste as a novel nano-sorbent: application for anionic dye Congo red removal. *Chemical Engineering Research and Design*, 109, 824–834. <https://doi.org/10.1016/j.cherd.2016.02.016>
18. Sun, D., Hao, Y., Fu, Y., & Ma, J. (2021). Organic dye concentration monitoring through an optical microfiber enabled by multi-walled carbon nanotubes. *Journal of the Optical Society of America B*, 38(5), F178-F185. <https://doi.org/10.1364/JOSAB.417855>

EDITORAS

Amalia Martínez García
Cristina E. Solano Sosa
María Eugenia Sánchez Morales
Gloria Verónica Vázquez García
Alexandra Monsetrrat García



CONAHCYT
CONSEJO NACIONAL DE HUMANIDADES
CIENCIAS Y TECNOLOGÍAS



CENTRO DE INVESTIGACIONES
EN ÓPTICA, A.C.



9 786078 821327

ISBN TOMO IV
FÍSICO MATEMÁTICAS Y CIENCIAS DE LA TIERRA



9 786078 821273

ISBN OBRA COMPLETA
INVESTIGACIONES Y DESARROLLOS
TECNOLÓGICOS EN MÉXICO